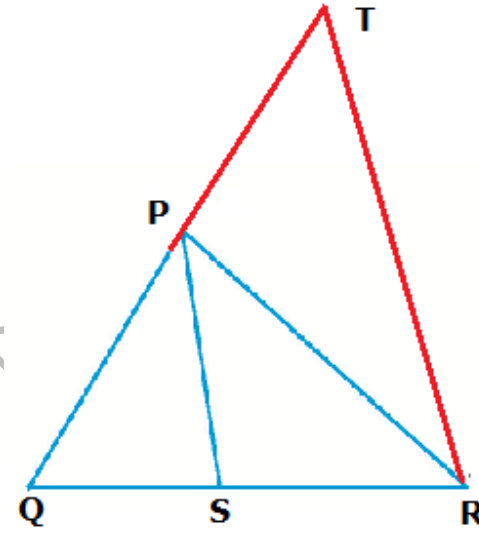


2.6.1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ  $\Delta PQR$  ನಲ್ಲಿ  $PS$  ಇದು  $\angle QPR$  ನ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಯಾಗಿದೆ.  $\frac{QS}{SR} = \frac{QP}{PR}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ರಚನೆ:  $RT \parallel SP$  ಎಳೆದಾಗ ಅದು  $QP$  ಯನ್ನು  $T$  ಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಲಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle QPS = \angle SPR$	(ದತ್ತ) $\angle QPR$ ನ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ $PS$ .
2	$\angle SPR = \angle PRT$	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು - ರಚನೆ $RT \parallel SP$
3	$\angle QPS = \angle QTR$	ರಚನೆ $RT \parallel SP$
4	$\angle PRT = \angle QTR$	(1) = (2) & (1) = (3)
5	$PR = PT$	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
6	$\frac{QS}{SR} = \frac{QP}{PT}$	ರಚನೆ $RT \parallel SP$ & $\Delta QTR$ ನಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
7	$\frac{QS}{SR} = \frac{QP}{PR}$	(5) ರಿಂದ



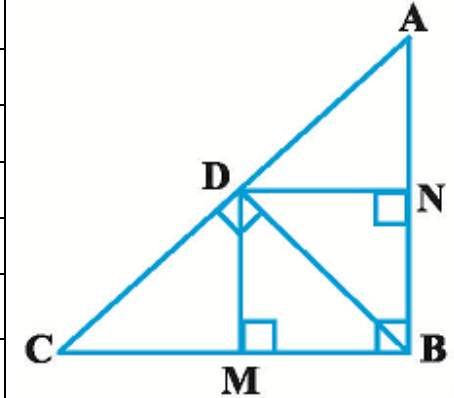
A Project of [www.esr.in](http://www.esr.in)

2.6.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ  $\triangle ABC$  ಯ  $AC$  ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ  $D$  ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ  $BD \perp AC, DM \perp BC$  ಮತ್ತು  $DN \perp AB$  ಆದರೆ

i)  $DM^2 = DN \cdot MC$

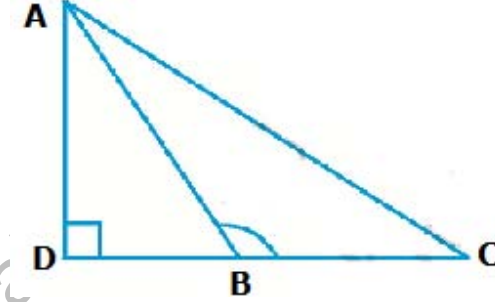
ii)  $DN^2 = DM \cdot AN$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	DMBN ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಹಾಗೂ ಕನಿಷ್ಠವಾಗಿ ಆಯತ	$DM \perp BC, DN \perp AB$ & $AC$ ವಿಕರ್ಣ $\Rightarrow \angle B = 90^\circ$ (ದತ್ತ)
2	$\angle BDM = \angle BDN = \angle DBM = \angle DBN = 45^\circ$	(1) ರಿಂದ. $BD$ ಕರ್ಣವು $\angle MBN$ ನ್ನು, ಮತ್ತು $\angle MDN$ ಗಳನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ
3	$\angle CDM = \angle CDB - \angle BDM = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$	$BD \perp AC$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ
4	$45^\circ = \angle CDM = \angle DAN$	$DM \parallel BA$ & $CA$ ಛೇದಕ ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ
$\triangle DNA$ & $\triangle BND$ ಗಳಲ್ಲಿ		
5	$\angle DNA = \angle BND = 90^\circ$	$DN \perp AB$ (ದತ್ತ)
6	$\angle DBN = 45^\circ = \angle DAN$	(2) ಮತ್ತು (5) ರಿಂದ
7	$\triangle DNA \sim \triangle BND$	ಕೋ.ಕೋ. ಸಿದ್ಧಾಂತ
7	$\frac{AN}{DN} = \frac{ND}{BN}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
8	$\Rightarrow DN^2 = BN \cdot AN = DM \cdot AN$	$BN = DM$ (1) ರಿಂದ
$\triangle CMD$ & $\triangle DMB$ ಗಳಲ್ಲಿ		
9	$\angle CMD = \angle DMB = 90^\circ$	$DM \perp BC$ (ದತ್ತ)
10	$\angle CDM = \angle BDM = 45^\circ$	(3) ರಿಂದ
11	$\triangle CMD \sim \triangle DMB$	ಕೋ.ಕೋ. ಸಿದ್ಧಾಂತ
12	$\frac{DM}{BM} = \frac{MC}{DM}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
13	$\Rightarrow DM^2 = BM \cdot CM = DN \cdot MC$	$BM = DN$ (1) ರಿಂದ



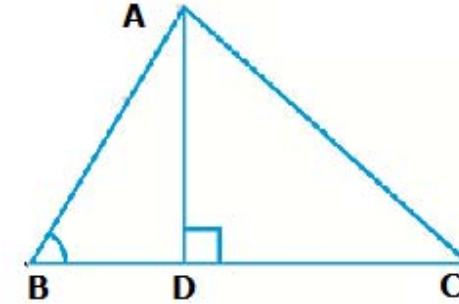
2.6.3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ  $\triangle ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $\angle ABC > 90^\circ$  ಮತ್ತು  $AD \perp CB$  ವೃದ್ಧಿಸಿದ ಭಾಗಕ್ಕೆ  
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2 BC \cdot BD$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB^2 = AD^2 + DB^2$	$\triangle ADB$ ನಲ್ಲಿ
2	$AC^2 = AD^2 + DC^2$	$\triangle ADC$ ಯಲ್ಲಿ
3	$= AD^2 + (DB + BC)^2$ $= AD^2 + DB^2 + BC^2 + 2DB \cdot BC$	$DC = DB + BC$
4	$= AB^2 + BC^2 + 2DB \cdot BC$	(1) ರಿಂದ



2.6.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ  $\triangle ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $\angle ABC < 90^\circ$  ಮತ್ತು  $AD \perp BC$  ಆದರೆ  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot BD$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB^2 = AD^2 + BD^2$	$\triangle ADB$ ನಲ್ಲಿ
2	$AC^2 = AD^2 + DC^2$	$\triangle ADC$ ಯಲ್ಲಿ
3	$= AD^2 + (BC - BD)^2 =$ $AD^2 + BC^2 + BD^2 - 2BC \cdot BD$	$DC = BC - BD$
4	$= AD^2 + BC^2 + BD^2 - 2BC \cdot BD$ $= AB^2 + BC^2 + BD^2 - 2BC \cdot BD$	
5	$= AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot BD$	(1) ರಿಂದ



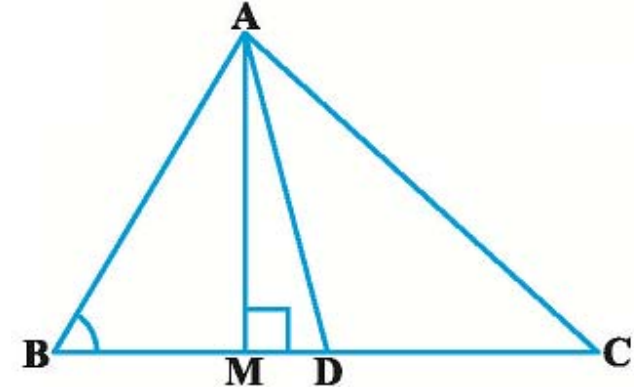
2.6.5. . ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AD ಯು  $\Delta ABC$  ಯ ಮಧ್ಯರೇಖೆಯಾಗಿದೆ .AM  $\perp$  BC ಆದರೆ

$$i) AC^2 = AD^2 + BC \cdot DM + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$ii) AB^2 = AD^2 - BC \cdot DM + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

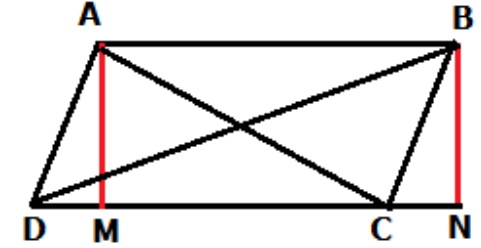
$$iii) AC^2 + AB^2 = 2AD^2 + \frac{1}{2} BC^2 \text{ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.}$$

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AM^2 = AD^2 - MD^2$	$\Delta AMD$ ನಲ್ಲಿ
2	$AC^2 = AM^2 + MC^2 = AM^2 + (MD + DC)^2$	$\Delta AMC$ ನಲ್ಲಿ
3	$= AM^2 + MD^2 + DC^2 + 2MD \cdot DC$	$MC = MD + DC$
4	$= AD^2 + DC^2 + 2DC \cdot DM$	(1) ರಿಂದ
5	$= AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + BC \cdot DM$	$DC = \frac{1}{2} BC ; 2DC = BC$
6	$AB^2 = AM^2 + MB^2$	$\Delta ABM$ ನಲ್ಲಿ
7	$= AD^2 - MD^2 + (BD - MD)^2$ $= AD^2 - MD^2 + BD^2 + MD^2 - 2BD \cdot MD$ $= AD^2 + BD^2 - 2BD \cdot MD$	(1) ರಿಂದ & $MB = BD - MD$
9	$= AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - BC \cdot DM$	$BD = \frac{1}{2} BC ; 2BD = BC$
10	$AB^2 + AC^2 = AM^2 + MB^2 + AM^2 + MC^2$	(6) + (2)
11	$= 2AM^2 + (BD - MD)^2 + (MD + DC)^2$	$MB = BD - MD,$ $MC = MD + DC$
12	$= 2AM^2 + BD^2 + MD^2 - 2BD \cdot MD + MD^2 + DC^2 + 2MD \cdot DC$	
13	$= 2AM^2 + BD^2 + MD^2 - BC \cdot MD + MD^2 + DC^2 + BC \cdot MD$	$2DC = BC \text{ \& } 2BD = BC$
$= 2AM^2 + 2MD^2 + DC^2 + BD^2 = 2(AM^2 + MD^2) + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = 2AD^2 + 2\left(\frac{BC}{2}\right)^2 = 2AD^2 + 2 \cdot \frac{BC^2}{4} = 2AD^2 + \frac{1}{2} BC^2$		



2.6.6. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AD=BC$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
2	$AM=BN$ & $\angle BNC = \angle AMD = 90^\circ$	ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಅವು ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತವೆ.
3	$\triangle AMD \cong \triangle BNC$	ಲಂ.ಬಾ.ವಿ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ.
4	$MD=NC$	ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
5	$AC^2 = AM^2 + MC^2 = AM^2 + (DC - DM)^2$	$\triangle AMC$ ನಲ್ಲಿ & $MC = DC - DM$
6	$= AM^2 + DC^2 + DM^2 - 2DC * DM$ $= AM^2 + DC^2 + DM^2 - 2DC * NC$	(4) ರಿಂದ $DM = NC$
7	$BD^2 = BN^2 + ND^2 = BN^2 + (DC + CN)^2$	$\triangle BDN$ ನಲ್ಲಿ & $MC = DC + CN$
8	$= BN^2 + DC^2 + CN^2 + 2DC * CN$ $= BN^2 + AB^2 + CN^2 + 2DC * CN$	$DC = AB$
9	$AC^2 + BD^2 =$ $AM^2 + DC^2 + DM^2 + BN^2 + AB^2 + CN^2$	(5) + (7) & $DC = AB$ & $-2DC * NC + 2DC * CN = 0$
10	$= AD^2 + DC^2 + BC^2 + AB^2$	$AM^2 + DM^2 = AD^2$ & $BN^2 + CN^2 = BC^2$

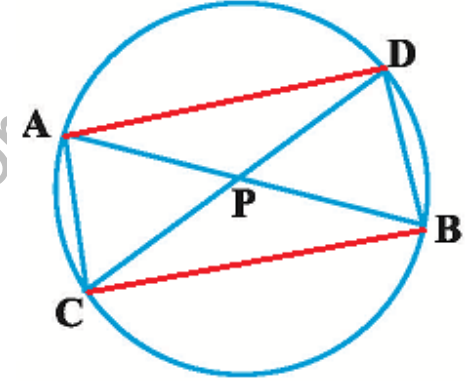


2.6.7. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಜ್ಯಾಗಳು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಆದರೆ .

i)  $\Delta APC \sim \Delta DPB$

ii)  $AP.PB = CP.DP$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
		$\Delta APC$ ಮತ್ತು $\Delta DPB$ ಗಳಲ್ಲಿ
1	$\angle APC = \angle DPB$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
2	$\angle CAP = \angle BDP$	ಒಂದೇ ವೃತ್ತಖಂಡದ (BC) ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳು
3	$\Delta APC \sim \Delta DPB$	ಕೋ.ಕೋ. ಸಮರೂಪಿ ಸಿದ್ಧಾಂತ
4	$\frac{AP}{DP} = \frac{CP}{PB}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ
5	$\Rightarrow AP.PB = CP.DP$	

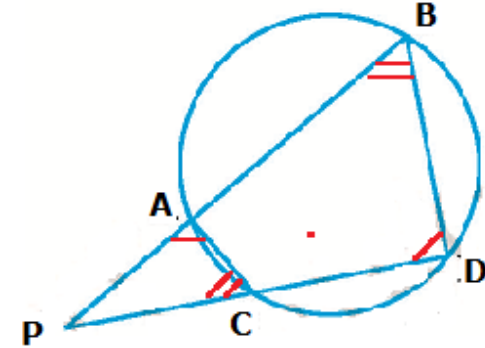


2.6.8. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವೃತ್ತದ AB ಮತ್ತು CD ಜ್ಯಾಗಳು ವೃತ್ತದ ಹೊರಭಾಗದ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಆದರೆ (ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ)

i)  $\Delta PAC \sim \Delta PDB$

ii)  $PA.PB = PC.PD$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

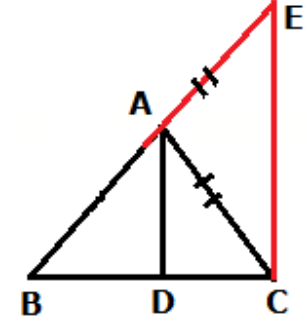
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
		$\Delta PAC$ ಮತ್ತು $\Delta PDB$ ಗಳಲ್ಲಿ
1	$\angle PAC = \angle PDB$ & $\angle PCA = \angle PBD$	ABCD ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಹೊರಗಿನ ಕೋನವು ಅಂತಸ್ಥ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮ
2	$\Delta PAC \sim \Delta PDB$	ಕೋ.ಕೋ. ಸಮರೂಪಿ ಸಿದ್ಧಾಂತ
3	$\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ
4	$\Rightarrow PA.PB = PC.PD$	



2.6.9. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ  $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$  ಆಗುವಂತೆ  $\triangle ABC$  ಯ BC ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು D ಆದರೆ AD ಯು  $\angle BAC$  ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ರಚನೆ:  $AC=AE$  ಆಗುವಂತೆ BA ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. EC ಜೋಡಿಸಿದೆ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$	(ದತ್ತ)
2	$= \frac{AB}{AE}$	$AC=AE$ (ರಚನೆ )
3	$AD \parallel CE$	$\triangle BCE$ ನಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ.
4	$\angle CAD = \angle ACE$	(3) ರಿಂದ - ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು
5	$\angle ACE = \angle AEC$	$AC=AE$ (ರಚನೆ ) & ಸಮಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮ
6	$\angle AEC = \angle BAD$	(3) ರಿಂದ - ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು
7	$\angle CAD = \angle BAD$	(4), (5), (6) ಗಳಿಂದ



A Project of www.e-shale.org

2.6.10 ನಜೀಮ ಒಂದು ಚಿಕ್ಕನದಿಯಲ್ಲಿ ಗಾಳ ಹಾಕಿ ಮೀನ ಹಿಡಿಯುತ್ತಿರುತ್ತಾಳೆ. ಗಾಳದ ಸಲಾಕೆಯ ತುದಿಯು ನೀರಿನ ಮಟ್ಟದಿಂದ 1.8m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು ದಾರದ ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಗಾಳವು ಅವಳಿಂದ ನೀರಿನ ಮೇಲ್ಮೈ ಮೇಲೆ 3.6m ದೂರದಲ್ಲಿದೆ ಹಾಗೂ ಗಾಳದ ಸಲಾಕೆಯ ತುದಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ನೀರಿನ ಮೇಲ್ಮೈಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2.4 ದೂರದಲ್ಲಿದೆ. ಗಾಳದ ದಾರವು (ಸಲಾಕೆಯ ತುದಿಯಿಂದ ಗಾಳದವರೆಗೆ) ಬಿಗಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದಾಗ ಅವಳು ಎಷ್ಟು ಉದ್ದದ ದಾರ ಹೊರ ಹಾಕಬೇಕು? ಅವಳು ದಾರವನ್ನು ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 5cm ವೇಗದಲ್ಲಿ ಎಳೆದರೆ 12 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಅವಳಿಂದ ಗಾಳಕ್ಕೆ ಇರುವ ಕ್ಷಿತಿಜೀಯ ದೂರವೇನು? ರಚನೆ: ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜವಾಗುವಂತೆ ಕರಡು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ D ಬಿಂದುವು 12 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಗಾಳದ ಬುಡ ಆಗಿದೆ. DE ಯು ಇಲ್ಲಿಂದ ನೀರಿನ ಮೇಲ್ಮೈಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಆಗಿದೆ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AC^2 = AB^2 + BC^2$	ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ
2	$AC^2 = 1.8^2 + 2.4^2 = 3.24 + 5.76 = 9$ $\therefore AC = 3m$	$CB = 2.4m$ & $AB = 1.8m$ (ದತ್ತ),
3	$CD = 5 * 12cm = 0.6m$	ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 5cm ವೇಗದಲ್ಲಿ ಗಾಳವನ್ನು ಎಳೆದರೆ 12 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಗಾಳದ ಬುಡ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಏರುವ ದೂರ
4	$AD = AC - CD = 3 - 0.6 = 2.4m$	
5	$DE \parallel CB$	ರಚನೆ
6	$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
7	$AE = AB * \frac{AD}{AC} = 1.8 * \frac{2.4}{3} = 1.44$	
8	$DF = DE + EF = 1.44 + 1.2 = 2.64m$	12 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಅವಳಿಂದ ಗಾಳಕ್ಕೆ ಇರುವ ಕ್ಷಿತಿಜೀಯ ದೂರ 2.64m

