3.7.1. ಅನಿ ಮತ್ತು ಬಿಜು ಎಂಬ ಇಬ್ಬರು ಗೆಳೆಯರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 3 ವರ್ಷಗಳುಅನಿಯ ತಂದೆ ಧರಂರವರ ವಯಸ್ಸು ಅನಿಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟು . ಧರಂ ಮತ್ತು ಕ್ಯಾಥೆಯವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ನಡುವಿನ .ಹಾಗೂ ಬಿಜುವಿನ ವಯಸ್ಸು ಅವನ ತಂಗಿ ಕ್ಯಾಥೆಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟು ವ್ಯತ್ಯಾಸ 30 ವರ್ಷಗಳುಅನಿ ಮತ್ತು . ಬಿಜುವಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಅನಿ ವಯಸ್ಸು x ಮತ್ತು ಬಿಜು ವಯಸ್ಸು y ಆಗಿರಲಿ. $\Rightarrow$ ಧರಂರವರ ವಯಸ್ಸು$2x$ & ಬಿಜುವಿನ ತಂಗಿ ಕ್ಯಾಥೆಯ ವಯಸ್ಸು$\left(\frac{y}{2}\right)$

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಅನಿ ಮತ್ತು ಬಿಜು ಎಂಬ ಇಬ್ಬರು ಗೆಳೆಯರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 3 ವರ್ಷಗಳು	$x-y=3$ ----------------→(1) ಇಲ್ಲಿ $x>y$ ಎಂದು ಊಹಿಸಿದೆ.
2	ಧರಂ ಮತ್ತು ಕ್ಯಾಥೆಯವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 30 ವರ್ಷಗಳು	$2x-\left(\frac{y}{2}\right)=30 \Rightarrow 4x-y=60$ ----→(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (2)- ಸಮೀಕರಣ (1)	$3x=57 \therefore x=19$
4	x ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$19-y=3 \therefore y=16$
ಅನಿ ವಯಸ್ಸು 19 ಮತ್ತು ಬಿಜು ವಯಸ್ಸು 16 ವರ್ಷಗಳು		

3.7.2. ಒಬ್ಬನು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ, "ಗೆಳೆಯಾ, ನನಗೊಂದು ನೂರು ಕೊಡುಆಗ ನಾನು ನಿನಗಿಂತ ಎರಡುಪಟ್ಟು . ಶ್ರೀಮಂತನಾಗುತ್ತೇನೆ". ಇನ್ನೊಬ್ಬ ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾನೆ "ನೀನು ನನಗೆ 10 ಕೊಟ್ಟರೆ, ನಾನು ನಿನಗಿಂತ ಆರುಪಟ್ಟು ಶ್ರೀಮಂತನಾಗುತ್ತೇನೆ ಭಾಸ್ಕರ] .ಅವರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಬಳಿ ಇರುವ ಬಂಡವಾಳವನ್ನು ಹೇಳಿ .II ಇವರ ಬೀಜಗಣಿತ ಅಧ್ಯಾಯದಿಂದ[[ಸೂಚನೆ :x+ 100 = 2 (y - 100), y + 10 = 6 (X - 10)]

ಗಮನಿಸಿ: ಒಬ್ಬನು ಇನ್ನೊಬ್ಬನಿಗೆ ಹಣ ನೀಡಿದಾಗ, ನೀಡಿದವನ ಹಣವು ಕೊಟ್ಟ ಪ್ರಮಾಣದಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ಒಬ್ಬನ ಬಳಿ ಇರುವ ಹಣ x ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಬ್ಬನ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಹಣ y ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಗೆಳೆಯಾ, ನನಗೊಂದು ನೂರು ಕೊಡುಆಗ ನಾನು ನಿನಗಿಂತ ಎರಡುಪಟ್ಟು . ಶ್ರೀಮಂತನಾಗುತ್ತೇನೆ	$x+100= 2(y-100)$ $\Rightarrow x-2y=-300 \quad \text{-------}\rightarrow(1)$
2	ನೀನು ನನಗೆ 10 ಕೊಟ್ಟರೆ, ನಾನು ನಿನಗಿಂತ ಆರುಪಟ್ಟು ಶ್ರೀಮಂತನಾಗುತ್ತೇನೆ	$y+10=6(x-10)$ $\Rightarrow -6x+y=-70 \quad \text{------}\rightarrow(2)$
3	ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ	$-12x+2y=-140 \quad \text{----}\rightarrow(3)$
4	ಸಮೀಕರಣ (1)+ ಸಮೀಕರಣ (3)	$-11x=-440 \quad \therefore\ x=40$
4	x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$40-2y=-300 \Rightarrow 2y=-340 \quad \therefore\ y=170$
ಒಬ್ಬನ ಬಳಿ ಇರುವ ಹಣ 40 ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಬ್ಬನ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಹಣ 170 ಗಮನಿಸಿ: ಮೊದಲನೆಯವನ ಹತ್ತಿರ 170 ಇದ್ದರೆ ಇನ್ನೊಬ್ಬನ ಹತ್ತಿರ 40 ಇರಲು ಸಾಧ್ಯ.		

3.7.3. ಒಂದು ರೈಲು ಸ್ಥಿರ ಜವದಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಿತು ಒಂದು ವೇಳೆ ಅದು ಜವವನ್ನು .10 km/h ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದ್ದರೆ ಆ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಅದು ನಿಗದಿತ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 2 ಗಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿತ್ತು ಒಂದು ವೇಳೆ .10 km/h ರಷ್ಟು ಜವವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದ್ದರೆ ಅದೇ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ನಿಗದಿತ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 3 ಗಂಟೆ ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತಿತ್ತುರೈಲು . ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ರೈಲ್ ನ ಜವ u ಮತ್ತು ಚಲಿಸಿದ ದೂರ d ಆಗಿರಲಿ ಹಾಗೆಯೇ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ t ಆಗಿರಲಿ

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ = ಜವ *(ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ)	$d=ut$ ----→(1)
2	ಜವವನ್ನು 10 km/h ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದ್ದರೆ ಆ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಅದು ನಿಗದಿತ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 2 ಗಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿತ್ತು	$d=(u+10)*(t-2)$ $\Rightarrow d=ut+10t-2u-20$ ----→(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1)= ಸಮೀಕರಣ (2)	$ut= ut+10t-2u-20$ $\Rightarrow 10t-2u=20$ ------→(3)
4	ಜವವನ್ನು 10 km/h ರಷ್ಟು ಜವವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದ್ದರೆ ಅದೇ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ನಿಗದಿತ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 3 ಗಂಟೆ ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕು	$d=(u-10)*(t+3)$ $\Rightarrow d=ut-10t+3u-30$ ------→(4)
5	ಸಮೀಕರಣ (1)= ಸಮೀಕರಣ (4)	$ut= ut-10t+3u-30$ $-10t+3u=30$ ------→(5)
6	ಸಮೀಕರಣ (3)+ ಸಮೀಕರಣ (5)	$u=50$
7	u ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$10t-100=20 \Rightarrow t=12$
8	t ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$d=50*12=600$
ರೈಲ್ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ 600km		

3.7.4. ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಹಲವು ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಲಾಯಿತುಪ್ರತಿಯೊಂದು . ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇದ್ದರೆ ಒಂದು ಸಾಲು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದರೆ . 2 ಸಾಲುಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಮತ್ತು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆಗಿರಲಿ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =(ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ)*(ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ)=xy.

ಗಮನಿಸಿ: ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಲಿ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಗಲಿ ಅಥವಾ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾದರೂ ಸಹ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇದ್ದರೆ ಒಂದು ಸಾಲು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿತ್ತು	$xy=(x-1)(y+3)=xy-y+3x-3 \Rightarrow 3x-y=3$ ----→(1)
2	ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದರೆ 2 ಸಾಲುಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತಿತ್ತು	$xy=(x+2)(y-3)=xy+2y-3x-6 \Rightarrow 2y-3x=6$ ---→(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1)+ ಸಮೀಕರಣ (2)	$y=9$ ---→(3)
4	y ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$3x-9=3 \Rightarrow 3x=12 \therefore x=4$
ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಮತ್ತು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 9. ⇒ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 4*9=36		

3.7.5. ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle C=3\angle B=2(\angle A+\angle B)$. ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	$3B=2A+2B$	$B=2A$
2	$C=2A+2B$	$A+B+C=180 \Rightarrow A+B+2A+2B=180 \Rightarrow 3A+3B=180 \Rightarrow 3A+6A=180 \Rightarrow 9A=180$ $\therefore A=20$
3		$B=2A=2*20=40$ & $C=3B=3*40=120$

3.7.7. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(i) $px + qy = p - q$ $qx - py = p + q$	(iii) $\left(\frac{x}{a}\right)-\left(\frac{y}{b}\right)=0 \Rightarrow bx-ay=0$ $ax+by=a^2+b^2$
$px + qy = p - q$ ----→(1) $qx - py = p + q$ ------(2) ಸ. (1) ನ್ನು p ಯಿಂದ ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು q ನಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $P^2x+pqy=p^2-pq$ ---→(3) $q^2x-pqy=pq+q^2$ -----→(4) ಸ. (3)+ ಸ. (4) ಮಾಡಿದಾಗ $x(p^2+q^2)=(p^2+q^2) \therefore x=1$ ಸ. (1)+ ಸ. (2) ಮಾಡಿದಾಗ $p+qx+y(q-p)=p+p \Rightarrow$ $p+q+y(q-p)=p+p \; (\because x=1)$ $\Rightarrow y(q-p)=p-q \therefore y=-1$	$bx-ay=0$ --→(1) $ax+by=a^2+b^2$ ---→(2) ಸ. (1) ನ್ನು b ಯಿಂದ ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು a ನಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $b^2x-aby=0$ ---→(3) $a^2x+aby=a(a^2+b^2)$ ---→(4) (3)+(4) ಮಾಡಿದಾಗ $x(a^2+b^2)=a(a^2+b^2) \therefore x=a$ x ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $ba-ay=0 \Rightarrow y=b$
(iv)$(a-b)x+(a+b)y=a^2-2ab-b^2$ $(a+b)(x+y)=a^2+b^2$	(v) $152x - 378y = -74$ $-378x + 152y = -604$
$(a-b)x+(a+b)y=a^2-2ab-b^2$ $ax-bx+ay+by=a^2-2ab-b^2$---→(1) $(a+b)(x+y)=a^2+b^2$ $ax+bx+ay+by=a^2+b^2$ ---→(2) ಸ. (2)- ಸ. (1) ಮಾಡಿದಾಗ $2bx=2b^2+2ab=2b(b+a) \quad x=a+b$ x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮೊದಲ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $(a-b)(a+b)+(a+b)y=a^2-2ab-b^2 \Rightarrow$ $a^2-b^2+(a+b)y=a^2-2ab-b^2 \quad \Rightarrow (a+b)y=-2ab$ $\therefore y=\left(\frac{-2ab}{(a^2-b^2)}\right)$	(v) $152x - 378y = -74$ ----→(1) $-378x + 152y = -604$ ---→(2) ಸ. (1) ನ್ನು 378 ರಿಂದ ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು 152 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $152*378x-(378)^2y=-74*378$ ---→(3) $-378*152x+(152)^2y=-604*152$ ---→(4) ಸ. (3)+ ಸ. (4) ಮಾಡಿದಾಗ $\{-(378)^2+(152)^2\}y=(-74*378)+(-604*152)$ $\Rightarrow -119780y=-119780$ $\therefore y=1$ y ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $152x - 378 = -74$ $\Rightarrow 152x=304 \quad \therefore x=2$

(ii) ax+by=c
bx+ay=1+c

ax+by=c ---→(1)
bx+ay=1+c ---→(2)
ಸ. (1) ನ್ನು a ಯಿಂದ ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು b ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ

$a^2x+aby=ac$ -----→(3)
$b^2x+aby=b+bc$ ------→(4)
ಸ. (3)- ಸ. (4) ಮಾಡಿದಾಗ $x(a^2-b^2)=c(a-b)-b$

$$x=\left(\frac{c(a-b)-b}{(a^2-b^2)}\right)$$

x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

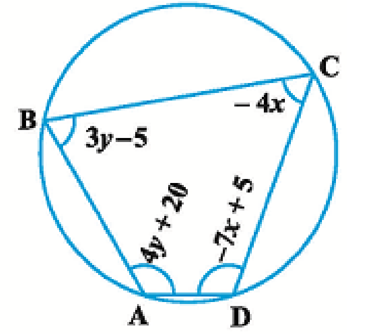
$$a\left(\frac{c(a-b)-b}{(a^2-b^2)}\right)+by=c$$

$$\therefore by = c-a\left(\frac{c(a-b)-b}{(a^2-b^2)}\right)=c-\left(\frac{ac(a-b)-ab}{(a^2-b^2)}\right)=\left(\frac{a^2c-b^2c-a^2c+abc+ab}{(a^2-b^2)}\right)=\left(\frac{b(-bc+ac+a)}{(a^2-b^2)}\right)=\left(\frac{b(-bc+ac+a)}{(a^2-b^2)}\right)=b\left(\frac{c(a-b)+a}{(a^2-b^2)}\right)$$

$$y=\left(\frac{c(a-b)+a}{(a^2-b^2)}\right)$$

3.7.8. ABCD ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ

A+C=180 ⇒ 4y+20-4x= 180 ⇒ 4y-4x=160 ⇒ y-x=40 ----→(1)
B+D=180 ⇒ 3y-5-7x+5= 180 ⇒ 3y-7x=180 ----→(2)
ಸ. (1) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 3y-3x=120 ----→(3)
ಸ. (2)- ಸ. (3) ಮಾಡಿದಾಗ -4x=60 ⇒ x=-15
x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ y+15=40 ∴ y=25
A= 4y+20=4*25+20= 120 B=3y-5=3*25-5=70 ; C= -4x=60 ; D=-7x+5= 105+5=110