

8.1.1 ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 135 ಮತ್ತು 225

a(=225) > b(=135) a=bq+r 0 ≤ r < b		
ಹಂತ	ಭಾಗಾಕಾರ	ತೀರ್ಮಾನ
1	$\begin{array}{r} 135)225(1 \\ \underline{135} \\ 90 \end{array}$	ಶೇಷ 0 ಆಗಿಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು
2	$\begin{array}{r} 90)135(1 \\ \underline{90} \\ 45 \end{array}$	ಶೇಷ 0 ಆಗಿಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು
3	$\begin{array}{r} 45)90(2 \\ \underline{90} \\ 0 \end{array}$	ಶೇಷ 0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇಲ್ಲಿಯೇ ಭಾಗಾಕಾರ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕು ಹಾಗೂ 135 ಮತ್ತು 225 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 45

(ii) 196 ಮತ್ತು 38220

38220 = 196 * 195 ಆಗಿ ಶೇಷ 0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ 196 ಮತ್ತು 38220 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 196

(iii) 867 ಮತ್ತು 255

a(=867)>b(=255) a=bq+r 0<=r<b		
ಹಂತ	ಭಾಗಾಕಾರ	ತೀರ್ಮಾನ
1	225)867(3 765 ----- 102	ಶೇಷ 0 ಆಗಿಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು
2	102)225(2 204 ----- 51	ಶೇಷ 0 ಆಗಿಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು
3	51)102(2 102 ----- 0	ಶೇಷ 0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇಲ್ಲಿಯೇ ಭಾಗಾಕಾರ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕು ಹಾಗೂ 867 ಮತ್ತು 255 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 51

8.1.2 ಯಾವುದೇ ಧನ ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು $6q+1$ ಅಥವಾ $6q+3$ ಅಥವಾ $6q+5$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ, ಇಲ್ಲಿ q ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿದೆ

ಯಾವುದೇ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ a ಯನ್ನು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 0, 1, 2, 3, 4 ಅಥವಾ 5 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಅದು $6q, 6q+1, 6q+2, 6q+3, 6q+4$ ಅಥವಾ $6q+5$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ q ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಅಂದರೆ $a=6q+r$ & $0 \leq r < 6$

	ರೂಪ	ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ k ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ
(i)	$6q+1=$	$2 \cdot 3q+1 = 2k+1$ ಇಲ್ಲಿ $k=3q$
(ii)	$6q+3=$	$2(3q+1)+1=2k+1$ ಇಲ್ಲಿ $k=3q+1$
(iii)	$6q+5=$	$2(3q+2)+1=2k+1$ ಇಲ್ಲಿ $k=3q+2$

$2k+1$ ಒಂದು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಯಾವುದೇ ಧನ ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು $6q+1$ ಅಥವಾ $6q+3$ ಅಥವಾ $6q+5$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿದ್ದೇವೆ.

8.1.3. 32 ಸದಸ್ಯರುಳ್ಳ ಭೂದಳದ ತುಕಡಿಯ ಹಿಂದೆ 616 ಸದಸ್ಯರುಳ್ಳ ಭೂದಳ ಸೈನಿಕರ ಗುಂಪು ಒಂದು ಪಥ ಸಂಚಲನದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆ ಎರಡೂ ತಂಡಗಳು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಗರಿಷ್ಠ ಎಷ್ಟು ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಈ ರೀತಿ ಚಲಿಸಬಹುದು?

ಸೇನಾ ತುಕಡಿಗಳು ಪಥ ಸಂಚಲನ ಮಾಡುವಾಗ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ(ಒಬ್ಬರ ಹಿಂದೆ ಇನ್ನೊಬ್ಬರಂತೆ) ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸೈನಿಕರು ಇರುತ್ತಾರೆ. ಅಂದರೆ ಈ 616 ಸದಸ್ಯರು 32 ಸದಸ್ಯರ ತುಕಡಿಯ ಹಿಂದೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರಬೇಕು. ತುಕಡಿಯ ಸದಸ್ಯರನ್ನು 2 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ 4 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ 8 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು($\because 32=2*16=4*8=8*4$). ಹೀಗಾಗಿ 616 ಸದಸ್ಯರನ್ನೂ 2 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ 4 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ 8 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. $616=2*308=4*154=8*77$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ 616 ಸದಸ್ಯರನ್ನು ಗರಿಷ್ಠ 8 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು. 32 ಮತ್ತು 616 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 8 ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

8.1.4. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ವರ್ಗವು $3m$ ಅಥವಾ $3m+1$ ರೂಪದಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ, ಇಲ್ಲಿ m ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ. [ಸುಳುಹು: x ಎಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ ಅದು $3q$, $3q+1$ ಅಥವಾ $3q+2$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಈಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು $3m$ ಅಥವಾ $3m+1$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.]

ಯಾವುದೇ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ a ಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 0, 1, 2 ಅಥವಾ 3 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಅದು $3q, 3q+1$ ಅಥವಾ $3q+2$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ q ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಅಂದರೆ $a=3q+r$ & $0 \leq r < 3$

	ರೂಪ	ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ m ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ
(i)	$3q$	$(3q)^2=9q^2=3*3q^2=3m$ ಇಲ್ಲಿ $m=3q^2$
(ii)	$3q+1$	$(3q+1)^2=9q^2+1+6q=3(q^2+2)+1=3m+1$ ಇಲ್ಲಿ $m=(q^2+2)$
(iii)	$3q+2$	$(3q+2)^2=9q^2+4+12q=3(q^2+4q+1)+1=3m+1$ ಇಲ್ಲಿ $m=(q^2+4q+1)$

ಮೇಲೆ ಸೂತ್ರ $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$ ಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ

8.1.5. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಘನವು $9m$, $9m+1$ ಅಥವಾ $9m+8$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ

ಯಾವುದೇ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ a ಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ $0, 1, 2$ ಅಥವಾ 3 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಅದು $3q, 3q+1$ ಅಥವಾ $3q+2$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ q ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಅಂದರೆ $a=3q+r$ & $0 \leq r < 3$

	ರೂಪ	ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ m ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ
(i)	$3q$	$(3q)^3 = 27q^3 = 9 \cdot 3q^3 = 9m$; ಇಲ್ಲಿ $m = 3q^3$
(ii)	$3q+1$	$(3q+1)^3 = 27q^3 + 27q^2 + 9q + 1 = 9(3q^3 + 3q^2 + q) + 1 = 9m + 1$; ಇಲ್ಲಿ $m = (3q^3 + 3q^2 + q)$
(iii)	$3q+2$	$(3q+2)^3 = 27q^3 + 54q^2 + 36q + 8 = 9(3q^3 + 6q^2 + 4q) + 8 = 9m + 8$; ಇಲ್ಲಿ $m = (3q^3 + 6q^2 + 4q)$

ಮೇಲೆ ಸೂತ್ರ $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$ ಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ.