

9.4.1. ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅವುಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಹಾಗೂ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

| | (i) | (ii) |
|--|---|--|
| $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \rightarrow$ | $2x^3 + x^2 - 5x + 2$ | $x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ |
| ದತ್ತ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $a, B, \gamma \rightarrow$ | $\frac{1}{2}, 1, -2$ | $2, 1, 1$ |
| $p(x)$ ನ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕಗಳು | $a=2; b=1, c=-5$ & $d=2$ | $a=1; b=-4; c=5$ & $d=-2$ |
| ಮೊದಲ ಶೂನ್ಯತೆ $a \rightarrow$ | $\frac{1}{2}$ | 2 |
| $p(a)$ | $p\left(\frac{1}{2}\right) = 2 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} + \frac{1}{2} * \frac{1}{2} - 5 * \frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2 = \frac{1+1-5+4}{2} = 0$ | $p(2) = 2^3 - 4 * 2^2 + 5 * 2 - 2 = 0$ |
| ಎರಡನೇ ಶೂನ್ಯತೆ $B \rightarrow$ | 1 | 1 |
| $p(B)$ | $p(1) = 2 + 1 - 5 + 2 = 0$ | $p(1) = 1^3 - 4 * 1^2 + 5 * 1 - 2 = 0$ |
| ಮೂರನೇ ಶೂನ್ಯತೆ $\gamma \rightarrow$ | -2 | 1 |
| $p(\gamma)$ | $p(-2) = 2 * (-8) + 4 + 10 + 2 = 0$ | $p(1) = 1^3 - 4 * 1^2 + 5 * 1 - 2 = 0$ |
| $a+B+\gamma$ | $\frac{1}{2} * 1 + (-2) = \frac{-1}{2} = \frac{-b}{a}$ | $2 + 1 + 1 = 4 = \frac{-(-4)}{1} = \frac{-b}{a}$ |
| $aB+B\gamma+\gamma a$ | $\frac{1}{2} * 1 + 1 * (-2) + (-2) * \frac{1}{2} = \frac{-5}{2} = \frac{c}{a}$ | $2 * 1 + 1 * 1 + 1 * 2 = 5 = \frac{5}{1}$ |
| $aB\gamma$ | $\frac{1}{2} * 1 * (-2) = -1 = \frac{-2}{2} = \frac{-d}{a}$ | $2 * 1 * 1 = 2 = \frac{-(-2)}{1} = \frac{-d}{a}$ |

9.4.2. ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 2, ಎರಡೆರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಮೊತ್ತ -7 ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ -14 ಆಗಿರುವಂತಹ ಒಂದು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ax^3+bx^2+cx+d ಮತ್ತು ಅದರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α, β, γ ಆಗಿರಲಿ.

$$\alpha+\beta+\gamma=\frac{-b}{a}=2=\frac{2}{1} \text{-----(1)}$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}=-7=\frac{-7}{1} \text{-----(2)}$$

$$\alpha\beta\gamma=\frac{-d}{a}=-14=\frac{-14}{1} \text{-----(3)}$$

ಮೇಲಿನ ಮೂರು ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ $\Rightarrow a=1, b=-2, c=-7, d=14$ ಒಂದು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $x^3-2x^2-7x+14$

9.4.3. $a-b, a, a+b$ ಗಳು x^3-3x^2+x+1 ಎಂಬ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ x^3-3x^2+x+1 ಯು px^3+qx^2+rx+s ರೀತಿಯಲ್ಲಿದೆ ಎಂದಾಗ $p=1, q=-3, r=1$ & $s=1$

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ} = (a-b)+a+(a+b)=3a=\frac{-q}{p}=3 \Rightarrow a=1$$

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ} = (a-b)*a*(a+b)=\frac{-r}{p}=-1 \text{ ಇಲ್ಲಿ } a=1 \text{ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ } (1-b)*1*(1+b)=-1 \Rightarrow 1-b^2=-1 \Rightarrow$$

$$b^2=2 \therefore b=\pm\sqrt{2} \Rightarrow b=\sqrt{2} \text{ Or } b=-\sqrt{2}$$

9.4.4. $2 \pm \sqrt{3}$ ಇವು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$ ರ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ, ಉಳಿದ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$2+\sqrt{3}$ & $2-\sqrt{3}$ ಇವು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳು $x-(2+\sqrt{3})$ & $x-(2-\sqrt{3}) \Rightarrow \{(x-2)-\sqrt{3}\}$ & $\{(x-2)+\sqrt{3}\}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ಯಾವುದೇ ಒಂದು } g(x) \text{ ಗೆ } (x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35) &= g(x) * \{(x-2)-\sqrt{3}\} * \{(x-2)+\sqrt{3}\} \\ &= g(x) * \{(x-2)^2 - (\sqrt{3})^2\} = g(x) * \{x^2 - 4x + 4 - 3\} \end{aligned}$$

$\Rightarrow \{x^2 - 4x + 1\}$ ಎನ್ನುವುದು ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$$x^2 - 2x - 35 = x^2 - 7x + 5x - 35 = x(x-7) + 5(x-7) = (x-7)(x+5)$$

$\Rightarrow x=7$ & $x=-5$ ಗಳೂ ಕೂಡ ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಉಳಿದ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳು.

9.4.5. $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$ ಎಂಬ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು $x^2 - 2x + k$ ಎಂಬ ಬಹು ಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಶೇಷವು $x+a$ ಆದರೆ k ಮತ್ತು a ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$p(x) - r(x) = g(x) * q(x)$$

$$x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10 - (x+a) = g(x)(x^2 - 2x + k)$$

$(x^2 - 2x + k)$ ಎನ್ನುವುದು $(x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10 - a)$ ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ