

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು

ಇಲ್ಲಿನ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಾಗಿದ್ದು ಅವುಗಳಿಗೆ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿಯೇ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅವುಗಳು ಸ್ವಯಂವೇದ್ಯವಾಗಿವೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಅಂತಹವುಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿಲ್ಲ.

ಹಿಂದಿನ ಅಭ್ಯಾಸಗಳಲ್ಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲದೇ ಇರುವಂತಹ ಮತ್ತು ಸ್ವಲ್ಪ ಕಷ್ಟ ಎನಿಸುವ **ಹೊಸ ತೆರನಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಇದ್ದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಲಾಗಿದೆ.**

6. ಸೂಕ್ತ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

103^2	$= (100+3)^2 = 100^2 + 2*100*3 + 3^2 = 10000 + 600 + 9 = 10,609$
96^2	$= (100-4)^2 = 100^2 - 2*100*4 + 4^2 = 10000 - 800 + 16 = 9,216$
$107*93$	$= (100+7)(100-7) = 100^2 - 7^2 = 10000 - 49 = 9,951$
$1008-992$	$= (1000+8)(1000-8) = 1000^2 - 8^2 = 1000000 - 64 = 9,99,936$
$185^2 - 115^2$	$= (185+115)(185-115) = 300*70 = 21,000$

7. $(x+y)=7$ ಮತ್ತು $xy=12$ ಆದರೆ x^2+y^2 ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 7^2 - 2*12 = 49 - 24 = 25$$

8. $x+y=12$ ಮತ್ತು $xy=32$ ಆದರೆ x^2+y^2 ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 12^2 - 2*32 = 144 - 64 = 80$$

9. $4x^2+y^2=40$ ಮತ್ತು $xy=6$ ಆದರೆ $2x+y$ ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(2x+y)^2 = 4x^2 + y^2 + 2*2x*y = 4x^2 + y^2 + 4xy = 40 + 4*6 = 40 + 24 = 64 = 8^2$$

$$\therefore 2x+y = \pm 8$$

10. $x-y = 3$ ಮತ್ತು $xy=10$ ಆದರೆ x^2+y^2 ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 3^2 + 2 \cdot 10 = 9 + 20 = 29$$

11. $\left[x + \frac{1}{x}\right] = 3$ ಆದರೆ $x^2 + \left[\frac{1}{x}\right]^2$ ಮತ್ತು $x^3 + \left[\frac{1}{x}\right]^3$ ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\left[x + \frac{1}{x}\right]^2 = x^2 + \left[\frac{1}{x}\right]^2 + 2x \cdot \left[\frac{1}{x}\right] = x^2 + \left[\frac{1}{x}\right]^2 + 2$$

$$\therefore x^2 + \left[\frac{1}{x}\right]^2 = \left[x + \frac{1}{x}\right]^2 - 2 = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \Rightarrow$$

$$\left[x + \frac{1}{x}\right]^3 = x^3 + \left[\frac{1}{x}\right]^3 + 3x \cdot \left[\frac{1}{x}\right] \cdot \left[x + \frac{1}{x}\right] = x^3 + \left[\frac{1}{x}\right]^3 + 3 \left[x + \frac{1}{x}\right] = x^3 + \left[\frac{1}{x}\right]^3 + 9$$

$$\therefore x^3 + \left[\frac{1}{x}\right]^3 = \left[x + \frac{1}{x}\right]^3 - 9 = 3^3 - 9 = 27 - 9 = 18$$

12. $\left[x + \frac{1}{x}\right] = 6$ ಆದರೆ $x^2 + \left[\frac{1}{x}\right]^2$ ಮತ್ತು $x^4 + \left[\frac{1}{x^4}\right]$ ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\left[x + \frac{1}{x}\right]^2 = x^2 + \left[\frac{1}{x}\right]^2 + 2x \cdot \left[\frac{1}{x}\right] = x^2 + \left[\frac{1}{x}\right]^2 + 2$$

$$\therefore x^2 + \left[\frac{1}{x}\right]^2 = \left[x + \frac{1}{x}\right]^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

$$\left[x^2 + \frac{1}{x^2}\right]^2 = x^4 + \left[\frac{1}{x^2}\right]^4 + 2x^2 \cdot \left[\frac{1}{x^2}\right] = x^4 + \left[\frac{1}{x^4}\right] + 2$$

$$\therefore x^4 + \left[\frac{1}{x^4}\right] = \left[x^2 + \frac{1}{x^2}\right]^2 - 2 = 34^2 - 2 = 1156 - 2 = 1154$$

13. ಸುಲಭರೂಪಕ್ಕೆ ತನ್ನಿರಿ:

$$(i) (x+y)^2 + (x-y)^2 = (x^2 + y^2 + 2xy) + (x^2 + y^2 - 2xy) = 2(x^2 + y^2)$$

$$(ii) (x+y)^2 * (x-y)^2 = (x^2 + y^2 + 2xy) * (x^2 + y^2 - 2xy) \\ = x^2(x^2 + y^2 - 2xy) + y^2(x^2 + y^2 - 2xy) + 2xy(x^2 + y^2 - 2xy) \\ = x^4 + x^2y^2 - 2x^3y + y^2x^2 + y^4 - 2xy^3 + 2x^3y + 2xy^3 - 4x^2y^2 \\ = x^4 + y^4 - 2x^2y^2$$

14. ಇವುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ:

ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ $4ab = \{(a+b)^2 - (a-b)^2\}$ ಎನ್ನುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ

$$(ii) 4(x+2y)(2x+y) = 4(2x^2 + xy + 4xy + 2y^2) = (8x^2 + 8y^2 + 16xy) + 4xy = 8(x+y)^2 + \{(x+y)^2 - (x-y)^2\} \\ = 9(x+y)^2 - (x-y)^2 = [3(x+y)]^2 - (x-y)^2$$

$$(i) (x+2z)(2x+z) = 2x^2 + xz + 4zx + 2z^2 = \left[\frac{4}{4}\right] (2x^2 + xz + 4zx + 2z^2) = \left[\frac{1}{4}\right] 4(2x^2 + xz + 4zx + 2z^2)$$

$$= \left[\frac{1}{4}\right] (8x^2 + 8z^2 + 16zx) + 4xz = \left[\frac{1}{4}\right] 8(x+z)^2 + \{(x+z)^2 - (x-z)^2\} = \left[\frac{1}{4}\right] \{9(x+z)^2 - (x-z)^2\} = \left[\frac{3(x+z)}{2}\right]^2 - \left[\frac{(x-z)}{2}\right]^2$$

$$(iii) (x+98)(x+102) = (x+100-2)(x+100+2) = (x+100)^2 - 2^2$$

$$(iv) 505 * 495 = (500+5)(500-5) = 500^2 - 5^2$$

15. $a=3x-5y, b=6x+3y$ ಮತ್ತು $c=2y-4x$ ಆದರೆ (i) $a+b-c=??$ (ii) $2a-3b+4c=??$

$$(i) a+b-c = (3x-5y) + (6x+3y) - (2y-4x) = 9x-2y-2y+4x = 13x-4y$$

$$(ii) 2a-3b+4c = 2(3x-5y) - 3(6x+3y) + 4(2y-4x) = 6x-10y-18x-9y+8y-16x = -28x-11y = -(28x+11y)$$

16. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ $15x^2-23x+9$, ಅದರ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು $5x^2+8x-1$ ಮತ್ತು $6x^2-9x+4$ ಆದರೆ, ಮೂರನೇ ಬಾಹುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ. ಮೂರನೇ ಬಾಹು c ಆದರೆ

$$15x^2-23x+9 = c + (5x^2+8x-1) + (6x^2-9x+4) = c + 11x^2 - x + 3$$

$$\therefore c = (15x^2-23x+9) - (11x^2-x+3) = 4x^2-22x+6$$

17. $2x^2-5xy+3z^2$ ಮತ್ತು $4xy-x^2-z^2$ ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ} = 2 * (\text{ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ}) = 2(2x^2-5xy+3z^2 + 4xy-x^2-z^2) = 2(x^2-xy+2z^2) = 2x^2+4z^2-2xy$$

18. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $(3x-4y)$ ಮತ್ತು $(6x+5y)$ ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \left[\frac{1}{2}\right] (3x-4y)(6x+5y) = \left[\frac{1}{2}\right] (3x-4y)(6x+5y) = \left[\frac{1}{2}\right] (18x^2+15xy-24xy-20y^2) = \left[\frac{1}{2}\right] (18x^2-9xy-20y^2)$$

18. ಒಂದು ಆಯತದ ಬಾಹುಗಳು $(2x+3y)$ ಮತ್ತು $(3x+2y)$. ಇದರಿಂದ $(x+y)$ ಬಾಹುಗಳ ಚೌಕ ತೆಗೆದರೆ ಉಳಿದಿರುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

$$\text{ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = (2x+3y) * (3x+2y) = 6x^2+4xy+9xy+6y^2$$

$$\text{ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = (x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$$

$$\text{ಉಳಿದಿರುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \text{ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} - \text{ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = (6x^2+4xy+9xy+6y^2) - (x^2+2xy+y^2) = 5x^2-11xy+5y^2$$

19. a, b, c ಭಾಗಲಬ್ಧಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೆ $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$ ಆದಾಗ $a=b=c$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0 \Rightarrow 2(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$$

$$\Rightarrow 2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca=0 \Rightarrow (a^2+b^2-2ab) + (b^2+c^2-2bc) + (a^2+c^2-2ac)=0 \Rightarrow (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2=0$$

ಅಂದರೆ ಧನವಾಗಿರುವ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಸೊನ್ನೆ ಆಗಬೇಕಾದರೆ ಅದರಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಧನವಾಗಿರಲೇ ಬೇಕು.

$$\therefore a-b=0; b-c=0; c-a=0 \Rightarrow a=b=c$$