3. ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧಗಳು, ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರಮೇಯಗಳು

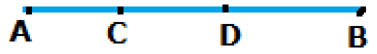
ಇಲ್ಲಿನ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಾಗಿದ್ದು ಅವುಗಳಿಗೆ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿಯೇ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅವುಗಳು ಸ್ವಯಂವೇದ್ಯವಾಗಿವೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಅಂತಹವುಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿಲ್ಲ.

ಹಿಂದಿನ ಅಭ್ಯಾಸಗಳಲ್ಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲದೇ ಇರುವಂತಹ ಮತ್ತು ಸ್ವಲ್ಪ ಕಷ್ಟ ಎನಿಸುವ ಹೊಸ ತೆರನಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಇದ್ದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

5. AB ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವಾಗಿರಲಿ. C ಮತ್ತು D ಬಿಂದುಗಳು ಅದರ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿವೆ. ರೇಖಾಖಂಡದ ಮೇಲೆ ಬಿಂದುಗಳು A,C,D,B ಕ್ರಮದಲ್ಲಿದ್ದು, AD=BC ಆದಾಗ AC=DB ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

AD=BC(ದತ್ತ)

∴ AD-CD=BC-CD ⇒ AC=DB



6. AB ಮತ್ತು CD ಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದ ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ. OX ಕಿರಣವು ∠ BOD ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕವಾಗಿರಲಿ. OY⊥OX ಆಗುವಂತೆ OD ಮತ್ತು OA ಗಳ ನಡುವೆ OY ಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. OY ಯು ∠ DOA ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

∠AOZ=∠BOX(∵ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ)

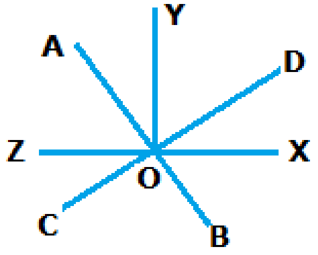
∠BOX=∠DOX(∵OX ಕಿರಣವು ∠ BOD ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ)

∴∠AOZ=∠DOX

∠ZOY=∠YOX=90° (∵OY⊥OX)

∴∠ZOY-∠AOZ= ∠YOX-∠DOX

⇒∠AOY=∠YOD ⇒OY ಯು ∠ DOA ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ



A Project of www.eShale.org

7. AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳಾಗಿರಲಿ. ಅವುಗಳ ಛೇದಕ PQ ಆಗಿರಲಿ. PQ ಯು AB ಯನ್ನು L ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ. $\angle$ ALP ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕವು CD ಯನ್ನು R ನಲ್ಲಿಯೂ ಮತ್ತು $\angle$ PLB ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕವು CD ಯನ್ನು S ನಲ್ಲಿಯೂ ಛೇದಿಸಿದಾಗ, $\angle LRS + \angle RSL = 90^{o}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$\angle ALP + \angle PLB = 180^{o}$

$2\angle ELP + 2\angle FLP = 90^{o}$ ($\because$ ER $\angle$ ALP ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ & FS $\angle$ PLB ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ)

$\therefore \angle ELP + \angle FLP = 90^{o}$

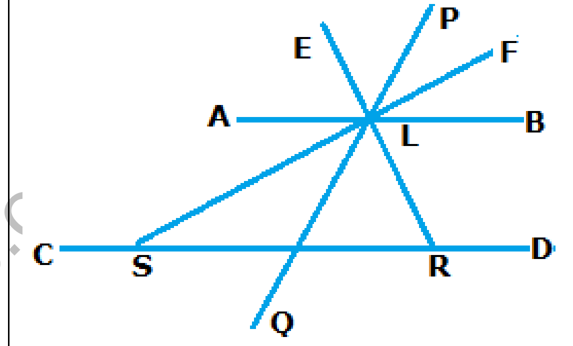
$\Rightarrow \angle ELF = 90^{o}$

$\angle SLR = \angle ELF$ ($\because$ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ)

$\therefore \angle SLR = 90^{o}$

ತ್ರಿಭುಜ SLR ನಲ್ಲಿ $\angle LRS + \angle RSL + \angle SLR = 180^{o}$

$\therefore \angle LRS + \angle RSL = 180^{o} - \angle SLR = 180^{o} - 90^{o} = 90^{o}$



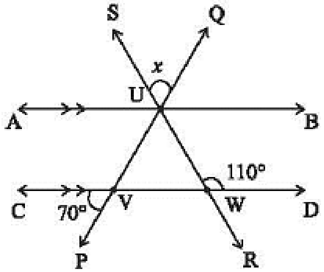
8. ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ. PQ ಮತ್ತು RS ಛೇದಕಗಳು AB ಯನ್ನು U ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿವೆ. $\angle DWU = 110^{o}$ ಮತ್ತು $\angle CVP = 70^{o}$ ಆದರೆ $\angle QUS$ ನ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$\angle AUV = \angle CVP = 70^{o}$ ($\because$ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ)

$\angle QUB = \angle AUV = 70^{o}$ ($\because$ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ)

$\angle SUB = \angle DWU = 110^{o}$ ($\because$ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ)

$\therefore x = \angle QUS = \angle SUB - \angle QUB = 110^{o} - 70^{o} = 40^{o}$



A Project of www.eShale.org

9. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಸಮಯಗಳಲ್ಲಿ ಗಡಿಯಾರದ "ಗಂಟೆ ಮತ್ತು ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳುಗಳ" ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು ? (i) 1. 40 ಗಂಟೆಗಳು (ii) 2.15 ಗಂಟೆಗಳು

ಗಂಟೆಯ ಮುಳ್ಳು ಪ್ರತೀ 12 ಗಂಟೆಗೆ 360° ಚಲಿಸುವುದರಿಂದ ಗಂಟೆಗೆ ಅದು 30° ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ಅದು h ಗಂಟೆ ಮತ್ತು m ನಿಮಿಷಗಳಿಗೆ ಚಲಿಸುವ ಪ್ರಮಾಣ $=(h+\frac{m}{60})*30$ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು ಪ್ರತೀ 60 ನಿಮಿಷ 360° ಚಲಿಸುವುದರಿಂದ ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ ಅದು ಅದು 6° ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ಅದು m ನಿಮಿಷಗಳಿಗೆ ಚಲಿಸುವ ಪ್ರಮಾಣ =6m ಡಿಗ್ರೀಗಳು

1. 40 ಗಂಟೆಗಳು	ಗಂಟೆಯ ಮುಳ್ಳು ಚಲಿಸಿದ ದೂರ $=(h+\frac{m}{60})*30=(1+\frac{40}{60})*30=\frac{100}{2}=50^{O}$ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು ಚಲಿಸಿದ ದೂರ $=6m=6*40=240^{O}$ ಗಂಟೆ ಮತ್ತು ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ $=240^{O}-50^{O}=190^{O}$
2.15 ಗಂಟೆಗಳು	ಗಂಟೆಯ ಮುಳ್ಳು ಚಲಿಸಿದ ದೂರ $=(h+\frac{m}{60})*30=(2+\frac{15}{60})*30=\frac{135}{2}=67.5^{O}$ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು ಚಲಿಸಿದ ದೂರ $=6m=6*15=90^{O}$ ಗಂಟೆ ಮತ್ತು ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ $=90^{O}-67.5^{O}=22.5^{O}=22^{O}30'$

10. ಸಮಯವು ಸಂಜೆ 4.24 ಗಂಟೆಯಾದಾಗ ಗಡಿಯಾರದ ಗಂಟೆಯ ಮುಳ್ಳು ಸರಿಯಾಗಿ ಮಧ್ಯಾಹ್ನ 12 ಗಂಟೆಯ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಚಲಿಸಿರುತ್ತದೆ ?

4.24 ಗಂಟೆಯಾದಾಗ ಗಡಿಯಾರದ ಗಂಟೆಯ ಮುಳ್ಳು ಚಲಿಸಿದ ದೂರ $=(h+\frac{m}{60})*30=(4+\frac{24}{60})*30=4.4*30=132^{O}$

11. AB ಯು ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವಾಗಿರಲಿ. C ಯು ಅದರ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿರಲಿ. B ಯು A ಮತ್ತು D ಗಳ ನಡುವೆ ಬರುವಂತೆ AB ಯನ್ನು D ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ. ಆಗ AB+BD = 2CD ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

L.H.S.=AD+BD= (AC+CB+BD)+BD=CB+CB+BD+BD ($\because$ AC=CB) = 2(CB+BD)= 2CD=R.H.S.	

A Project of www. nale.org

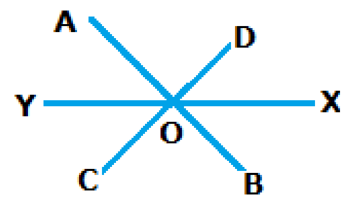
12. AB ಮತ್ತು CD ಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದ ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ. OX ಕಿರಣವು $\angle BOD$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿದ ರೇಖೆಯಾಗಿರಲಿ. O ನ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದ OX ಕಿರಣವು $\angle AOC$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$\angle DOX = \angle BOX$ ($\because$ OX $\angle BOD$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ)

$\angle DOX = \angle COY$ ($\because$ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ)

$\angle BOX = \angle AOY$ ($\because$ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ)

$\therefore \ \angle COY = \angle AOY \Rightarrow$ XOY ಕಿರಣವು $\angle AOC$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ

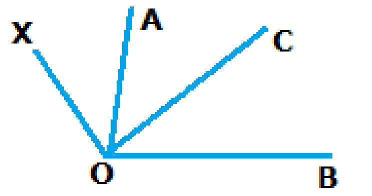


13. OX ಒಂದು ಕಿರಣವಾಗಿರಲಿ. OA ಯು OX ಮತ್ತು OB ಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವಂತೆ OA ಮತ್ತು OB ಗಳು OX ನ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳಾಗಿರಲಿ. ಕಿರಣ OC ಯು $\angle AOB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕವಾದಾಗ, $\angle XOA + \angle XOB = 2\angle XOC$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$\angle XOA + \angle XOB = \angle XOA + (\angle XOA + AOC + COB)$

$= 2\angle XOA + \angle AOC + \angle AOC$ ($\because$ OC $\angle AOB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ)

$= 2\angle XOA + 2\angle AOC = 2\angle XOC$



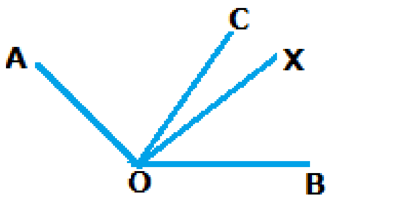
14. OA ಮತ್ತು OB ಗಳು ಎರಡು ಕಿರಣಗಳಾಗಿರಲಿ. $\angle AOX > \angle XOB$ ಆಗಿರುವಂತೆ OX ಕಿರಣವು OA ಮತ್ತು OB ಕಿರಣಗಳ ನಡುವೆ ಇರಲಿ. OC ಯು $\angle AOB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕವಾದಾಗ $\angle AOX - \angle XOB = 2\angle COX$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$\angle AOX - \angle XOB = (\angle AOC + \angle COX) - (\angle COB - \angle COX)$

$= \angle AOC - \angle COB + 2\angle COX$

$= \angle COB - \angle COB + 2\angle COX$ ($\because$ OC $\angle AOB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ)

$= 2\angle COX$



A Project of www.eShale.org

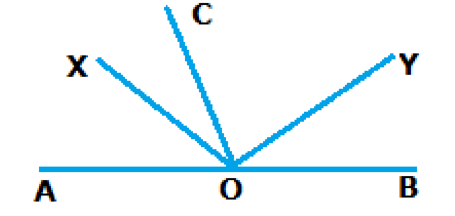
15. OC ಯು OA ಮತ್ತು OB ಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವಂತೆ OA, OB ಮತ್ತು OC ಗಳು ಮೂರು ಕಿರಣಗಳಾಗಿರಲಿ. $\angle AOC$ ಮತ್ತು $\angle COB$ ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದಾಗ B,O,A ಗಳು ಏಕರೇಖಾಗತವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$\angle XOC+\angle YOC=90^{O}$(ದತ್ತ)

$\therefore 2\angle XOC+2\angle YOC=180^{O}$

$\Rightarrow \angle AOC+\angle COB=180^{O}$

$\therefore \angle AOB=180^{O} \Rightarrow$ A,O,B ಗಳು ಏಕರೇಖಾಗತವಾಗಿವೆ



16. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB||DE ಆದರೆ, $\angle ABC - \angle DCB + \angle CDE = 180^{o}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ರಚನೆ: PQ||AB ಎಳೆಯಿರಿ

$\angle ABC+\angle BCP=180^{o}$(ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿನ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ) -----(1)

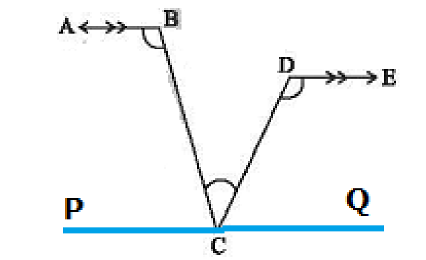
$\angle CDE+\angle DCQ=180^{o}$(ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿನ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)-----(2)

$(\angle BCP+\angle DCB+\angle DCQ)= 180^{o}$

$(1)+(2) \Rightarrow \angle ABC+\angle BCP+\angle CDE+\angle DCQ=180^{o}+180^{o}=180^{o}+(\angle BCP+\angle DCB+\angle DCQ)$

$\therefore \angle ABC+\angle BCP+\angle CDE+\angle DCQ=180^{o}+(\angle BCP+\angle DCB+\angle DCQ)$

$\Rightarrow \angle ABC + \angle CDE - \angle DCB = 180^{o}$

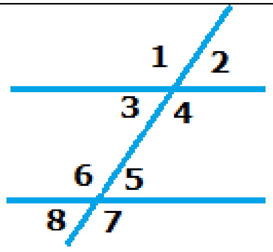


17. ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಹಾಗೂ ಒಂದು ಛೇದಕವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವ 8 ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ

1 ---→ $\angle 1=\angle 4=\angle 6=\angle 7$

2 ---→ $\angle 2=\angle 3=\angle 5=\angle 8$

8 ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 2 ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ



A Project of www.eShale.org