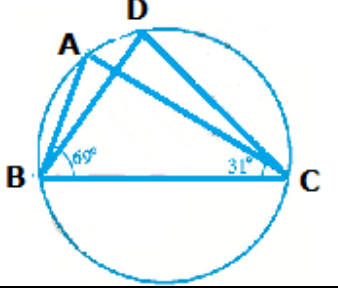
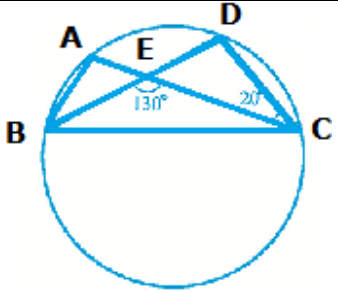
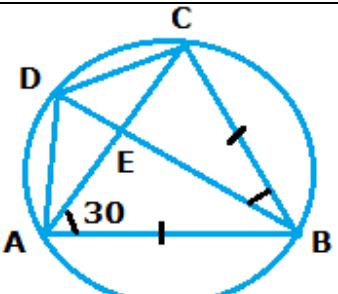
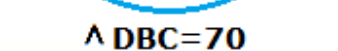
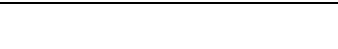
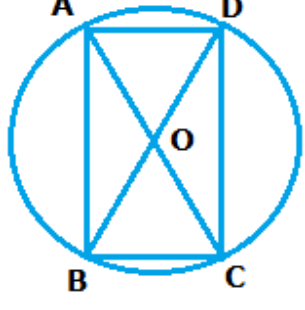
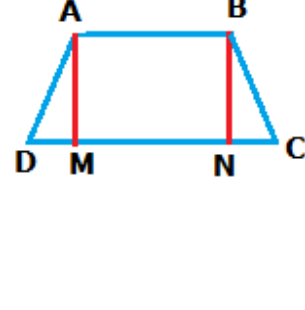
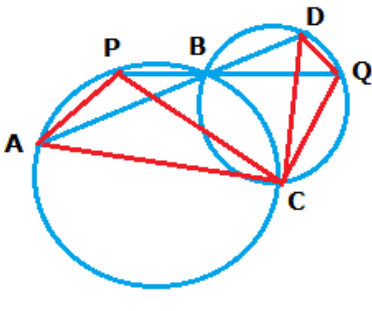


ಅಭ್ಯಾಸ 12.5

1	<p>ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ $\angle BOC=30^\circ$ ಮತ್ತು $\angle AOB=60^\circ$ ಇರುವಂತೆ A,B,C ಗಳು ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳು. ಕಂಸ ABC ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ D ಯು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದುವಾದರೆ $\angle ADC$ ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p>	
ಉ	<p>$\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ ಒಂದು ಕಂಸದಿಂದಾಗಿ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಕೋನವು ಅದೇ ಕಂಸದಿಂದಾಗಿ ವೃತ್ತದ ಇತರ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಕೋನದ ಎರಡರಷ್ಟಿರುವುದರಿಂದ $\angle AOC = 2 \angle ADC \therefore \angle ADC = 45^\circ$</p>	
ಉ	<p>ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $OA=OB=AB$ ಆಗಿದೆ. $\Rightarrow \Delta OAB$ ಯು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ $\therefore \angle AOB=60^\circ$ $\Rightarrow \angle ACB=30^\circ$. ACBD ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle ACB + \angle ADB = 180^\circ$ $\therefore \angle ADB = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$</p>	
3	<p>ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle PQR=100^\circ$ P,Q,R ಗಳು O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು, $\angle OPR$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p>	
ಉ	<p>S ಅಧಿಕ ಕಂಸದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವು ಅಗಿರಲಿ. PQRS ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle PQR + \angle PSR = 180^\circ \Rightarrow \angle PSR = 180^\circ - \angle PQR = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ $\angle POR = 2 \angle PSR \therefore \angle POR = 160^\circ$ ΔOPR ನಲ್ಲಿ $\angle OPR + \angle PRO + \angle POR = 180^\circ$ $\therefore \angle OPR + \angle PRO = 180^\circ - \angle POR = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$ $OP=OR \Rightarrow \Delta OPR$ ಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ $\therefore \angle OPR = \angle ORP = 10^\circ$</p>	

4	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle ABC=69^\circ$ $\angle ACB=31^\circ$ ಆದರೆ $\angle BDC$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ	
ಉ	ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180^\circ$ $\Rightarrow \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 180^\circ - 69^\circ - 31^\circ = 80^\circ$ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಖಂಡದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BDC = \angle BAC = 80^\circ$	
5	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ A, B, C ಮತ್ತು D ಗಳು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ನಾಲ್ಕು ಬಿಂದುಗಳು $\angle BEC=130^\circ$ ಮತ್ತು $\angle ECD=20^\circ$ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು E ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $\angle BAC$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	
ಉ	$\angle BEC + \angle DEC = 180^\circ \Rightarrow \angle DEC = 180^\circ - \angle BEC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ ΔECD ಯಲ್ಲಿ $\angle DEC + \angle ECD + \angle EDC = 180^\circ \therefore \angle EDC = 180^\circ - 50^\circ - 20^\circ = 110^\circ$ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಖಂಡದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BAC = \angle BDC = 110^\circ$	
6	ABCD ಯು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ. ಅದರ ಕರ್ಣಗಳು E ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $\angle DBC=70^\circ$, $\angle BAC=30^\circ$ ಆದರೆ $\angle BCD$ ಯನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ $AB = BC$ ಆದರೆ $\angle ECD$ ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ	
ಉ	ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಖಂಡದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BAC = \angle BDC = 30^\circ$ ΔBCD ಯಲ್ಲಿ $\angle DBC + \angle BDC + \angle BCD = 180^\circ \therefore \angle BCD = 180^\circ - 70^\circ - 30^\circ = 80^\circ$ $AB=BC$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BAC = \angle BCA = 30^\circ$ $\therefore \angle ECD = \angle BCD - \angle BCA = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$	

7	ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸಗಳಾದರೆ ಆ ಚತುರ್ಭುಜವು ಆಯತವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	<p>ಅರ್ಧವೃತ್ತ ಖಂಡದಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡುವ ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.</p> <p>AC ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$</p> <p>BD ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$</p> <p>ABCD ಯು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$ & $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$</p> <p>$\therefore \angle ADC = \angle ABC = \angle BAD = \angle BCD = 90^\circ \Rightarrow$ ABCD ಯು ಆಯತ</p>	
8	ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅದು ಚಕ್ರೀಯ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	<p>AD=BC ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. AM \perp DC & BN \perp DC ಎಳೆದಿದೆ. $\angle AMD = \angle BNC = 90^\circ$</p> <p>ಲಂಬಕೋನ $\triangle ADM$ ಮತ್ತು $\triangle BCN$ ಗಳಲ್ಲಿ ಲ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ $\triangle ADM \cong \triangle BCN$</p> <p>$\therefore \angle ADC = \angle BCD$. AD ಛೇದಕಕ್ಕೆ AB DC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ABCD ಯು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ.</p>	
9	ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು B ಮತ್ತು C ಗಳಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. B ಯ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ ABD ಮತ್ತು PBQ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ A, D, P ಮತ್ತು Q ಗಳಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. $\angle ACP = \angle QCD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	<p>AP ಜ್ಯಾ $\Rightarrow \angle PBA = \angle PCA$ -----(1)</p> <p>DQ ಜ್ಯಾ $\Rightarrow \angle DBQ = \angle DCQ$ -----(2)</p> <p>$\angle PBA = \angle DBQ$ -----(3) \leftarrow (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)</p> <p>(1), (2) & (3) ರಿಂದ $\angle PCA = \angle DCQ$</p>	

10	<p>ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವಂತೆ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆದರೆ, ಈ ವೃತ್ತಗಳ ಛೇದಕ ಬಿಂದುವು ತ್ರಿಭುಜದ 3ನೆಯ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ</p>	
ಉ	<p>AB ವ್ಯಾಸ $\Rightarrow \angle ADB=90^\circ$; AC ವ್ಯಾಸ $\Rightarrow \angle ADC=90^\circ$ $\therefore \angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$; $\angle BDC = \angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$ ಆಗಿದೆ. \Rightarrow BDC ಸರಳ ರೇಖೆ \Rightarrow ಈ ವೃತ್ತಗಳ ಛೇದಕ ಬಿಂದು D ಯು ತ್ರಿಭುಜದ 3ನೆಯ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿದೆ.</p>	
ಉ	<p>ΔABC ಮತ್ತು ΔADC ಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಕರ್ಣ AC ಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು $\angle CAD = \angle CBD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. $\angle ABC = 90^\circ$; $\angle ADC = 90^\circ$ $\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ABCD ಯು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ. $\Rightarrow A, B, C$ & D ಬಿಂದುಗಳು ವೃತ್ತದ ಮೇಲೆ ಇವೆ. CD ಯು ಜ್ಯಾ ಆಗಿ ವೃತ್ತದ ಮೇಲೆ ಇದೆ. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಖಂಡದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle CAD = \angle CBD$</p>	
ಉ	<p>12 ಚಕ್ರೀಯ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು ಆಯತವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. ABCD ಯು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ. $\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$ ---(1) $\angle B + \angle D = 180^\circ$ ----(2) ABCD ಯು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. $\therefore \angle A = \angle C$ ----(3) $\angle B = \angle D$ ----(4) (3) ರಿಂದ (1) ರಲ್ಲಿ $2\angle A = 180^\circ \therefore \angle A = 90^\circ$ ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ \Rightarrow$ ABCD ಯು ಆಯತ</p>	