

5.5.1 $\triangle ABC$ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ. ABC ಯ ಎಲ್ಲಾ ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ

ಹಂತ.	ರಚನೆ	ಚಿತ್ರ
1	ದತ್ತ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ($AB=7.5$ ಸೆ.ಮಿ, $\angle ABC=45^\circ$, $AC=4$ ಸೆ.ಮಿ)	
2	A ಮತ್ತು B ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು AB ಯ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ AB ಯ ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡೆರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಈ ಕಂಸಗಳು X ಮತ್ತು Y ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ	
3	X ಮತ್ತು Y ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ. XY ರೇಖೆಯು AB ಯನ್ನು L ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ (XY ರೇಖೆಯು AB ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು AB ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆ.)	
4	B ಮತ್ತು C ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು BC ಯ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ BC ಯ ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡೆರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಈ ಕಂಸಗಳು P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.	
5	PQ ಜೋಡಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು BC ಯನ್ನು M ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ (PQ ರೇಖೆಯು BC ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದು BC ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.)	
6	A ಮತ್ತು C ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು AC ಯ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ AC ಯ ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡೆರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಈ ಕಂಸಗಳು T ಮತ್ತು U ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.	
7	TU ಜೋಡಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು AC ಯನ್ನು N ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ (TU ರೇಖೆಯು AC ಯನ್ನು ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.)	

ಗಮನಿಸಿ: ಮೇಲಿನ ಮೂರು ಲಂಬಾರ್ಧರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು 'S' ನಲ್ಲಿ ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತವೆ.

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ: ತ್ರಿಜ್ಯದ ಬಾಹುಗಳ ಲಂಬಾರ್ಧರೇಖೆಗಳು ಏಕೀಭವಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು "ಪರಿಕೇಂದ್ರ" (Circumcenter) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು 'S' ಅಥವಾ 'C' ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

5.5.2 $\triangle ABC$ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ. ABC ಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ

ಹಂತ.	ರಚನೆ	ಚಿತ್ರ
1	ದತ್ತ ಅಳತೆಯ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.	
2	A ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು AB ಮತ್ತು AC ಗಳನ್ನು P ಮತ್ತು Q ಗಳಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.	
3	P ಮತ್ತು Q ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು PQ ನ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ, R ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.	
4	AR ಜೋಡಿಸಿ. ಇದು $\angle CAB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕರೇಖೆ.	
5	B ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, ಅನುಕೂಲವಾದ ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ,, BC ಮತ್ತು BA ಗಳನ್ನು T ಮತ್ತು S ಗಳಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.	
6	T ಮತ್ತು S ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, TS ನ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳು U ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ	
7	BU ಜೋಡಿಸಿ. ಇದು $\angle ABC$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕರೇಖೆ.	
8	C ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, ಅನುಕೂಲವಾದ ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ,, CA ಮತ್ತು CB ಗಳನ್ನು W ಮತ್ತು V ಗಳಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.	
9	W ಮತ್ತು V ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, WV ನ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳು X ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ	
10	CX ನ ಜೋಡಿಸಿ. ಇದು $\angle ACB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕರೇಖೆ.	
11	ಮೂರು ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು 'I' ನಲ್ಲಿ ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತವೆ.	

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ: ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು "ಅಂತಃಕೇಂದ್ರ" (Incenter) ಎನ್ನುವರು ಮತ್ತು ಅದನ್ನು 'I' ಯಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

5.5.3 ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ ಜನರು ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರೀಕೃತರಾಗಿದ್ದಾರೆ.

A: ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿ ಭಿನ್ನ ಇಳಿಜಾರು(ಜಾರುವ ಬಂಡೆ) ಮತ್ತು ಉಯ್ಯಾಲೆ ಇರುವ ಕಡೆ.

B: ಮಾನವ ನಿರ್ಮಿತ ಕೊಳ ಇರುವ ಕಡೆ.

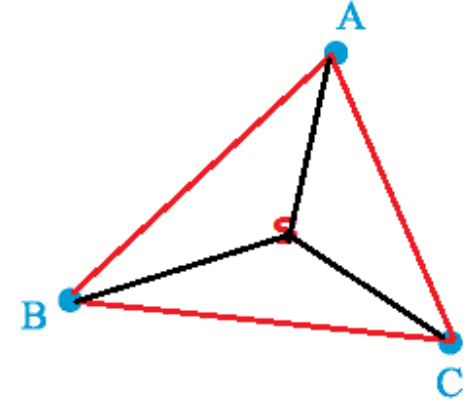
C: ಹೆಚ್ಚು ವಾಹನಗಳನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸುವ ಮತ್ತು ಹೊರಗಡೆ ಹೋಗುವ ಕಡೆ.

ಹೆಚ್ಚು ಜನ ಐಸ್ ಕ್ರೀಂ ಅಂಗಡಿಗೆ ಬರಲು ಅದನ್ನು ಎಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾಪಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

ಗಮನಿಸಿ : ಹೆಚ್ಚು ಐಸ್ ಕ್ರೀಂ ಮಾರಾಟವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಈ ಎಲ್ಲ ಜಾಗಗಳಿಂದ ಐಸ್ ಕ್ರೀಂ ಅಂಗಡಿ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕು.

ರಚನಾಕ್ರಮ: ಮೇಲೆ 5.5.1 ನಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದಂತೆ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಲಂಬಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

ಈ ರೇಖೆಗಳು ಎಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆಯೋ ಅದು ಎಲ್ಲಾ ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. $AS=BS=CS$



5.5.4 ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ನಕ್ಷತ್ರ ಆಕಾರದ ರಂಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ನಿಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಾಧ್ಯವೋ ಅಷ್ಟು 1 ಸೆ.ಮೀ. ಬಾಹು ಉದ್ದವಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಂದ ತುಂಬಿ ಭರ್ತಿ ಮಾಡಬೇಕಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಣಿಸಿ. ಯಾವುದರಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿವೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ರೇಖೆಯಿಂದ ಪ್ರತೀ ಅಕ್ಷತಿಯಲ್ಲೂ 5 ಸೆ.ಮೀ. ಉದ್ದವಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?

i) ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ ಆಕಾರದ ರಂಗೋಲಿ ಒಳಗಡೆ 5 ಸೆ.ಮೀ. ಬಾಹು ಉದ್ದವಿರುವ 6 ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿವೆ.

ii) ನಕ್ಷತ್ರ ಆಕಾರದ ರಂಗೋಲಿ ಒಳಗಡೆ 5 ಸೆ.ಮೀ. ಬಾಹು ಉದ್ದವಿರುವ 12 ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿವೆ.

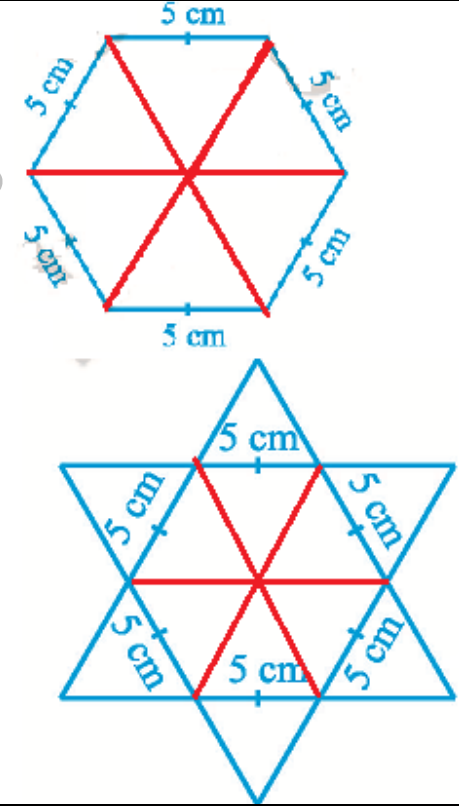
ಸಹಜವಾಗಿ ನಕ್ಷತ್ರ ಆಕಾರದ ರಂಗೋಲಿ ಒಳಗಡೆ 1 ಸೆ.ಮೀ. ಬಾಹು ಉದ್ದವಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಜಾಸ್ತಿ ಇವೆ.

a ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಬಹುದು:

$$a \text{ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\therefore 5 \text{ ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{\sqrt{3}}{4} 5^2 \text{ -----} \rightarrow (1)$$

$$\therefore 1 \text{ ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ -----} \rightarrow (2)$$



ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯ ಒಳಗೆ ಇರುವ 1 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =

ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (6 ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) \div 1 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = **150**

(ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ ನಂತರ 6 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ)

ನಕ್ಷತ್ರ ಆಕೃತಿಯ ಒಳಗೆ ಇರುವ 1 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =

ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (12 ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) \div 1 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = **300**

(ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ ನಂತರ 12 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ)