1.11. ಸಂಭವನೀಯತೆ (ಭಾಗ 2)

ಸಂ	ಪದ	ಅರ್ಥ	ಉದಾಹರಣೆ
1	ಪ್ರಯೋಗ	ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ನೀಡುವಂತಹ ಪರೀಕ್ಷೆ/ಕಾರ್ಯವಿಧಾನ ಈ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಯೋಗಗಳು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿರುತ್ತವೆ.	ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿಸುವ / ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸುವ ಕಾರ್ಯ
2	ಯತ್ನ	ಪ್ರಯೋಗದ ನಿರ್ವಹಣೆ	ನಾಣ್ಯದ ಚಿಮ್ಮುವಿಕೆ/ದಾಳದ ಎಸೆಯುವಿಕೆ
3	ಫಲಿತ	ಯತ್ನದ ಫಲಿತಾಂಶ	ಶಿರ ಅಥವಾ ಬಾಲ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಬೀಳುವುದು/ ಸಂಖ್ಯೆ 1 ರಿಂದ 6 ರ ಒಳಗೆ(6 ಸೇರಿ) ದಾಳ ಬೀಳುವುದು
4	ಘಟನೆ	ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು	ಶಿರ/ಪುಚ್ಛ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಬೀಳುವುದು S= {H,T} ದಾಳಗಳು ಬೀಳುವುದು =B={1,2,3,4,5,6}
5	ಫಲಿತ ಘಟನೆ	ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಘಟನೆ	ಶಿರ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಬೀಳುವುದು S = {H } ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದಾಳ ಬೀಳುವುದು B = {2, 4, 6}
6	ಖಚಿತ/ನಿಶ್ಚಿತ ಘಟನೆ	ಆಗಿಯೇ ತೀರುವಂತಹ ಘಟನೆ. (ಇಂತಹದರ ಸಂಭವನೀಯತೆ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ)	ದಾಳ ಬೀಳಿಸಿದಾಗ 0 ಮತ್ತು 7 ರ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ= 1. ($\because$ ದಾಳದ ಸಂಖ್ಯೆ $\leq$ 6 ಮತ್ತು $\geq$1).
7	ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ	ಆಗದೇ ಇರುವಂತಹ ಘಟನೆ. (ಇಂತಹದರ ಸಂಭವನೀಯತೆ 0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ)	ದಾಳ ಬೀಳಿಸಿದಾಗ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕ ಅಥವಾ 6 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ= 0. ($\because$ ದಾಳದ ಸಂಖ್ಯೆ $\leq$ 6 ಮತ್ತು $\geq$1).
8	ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆ	ಕೇವಲ ಒಂದು ಫಲಿತ ಇರುವ ಘಟನೆ	ಶಿರ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಬೀಳುವುದು =A= {H} ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಬೀಳುವುದು B={4}

A Project of www.eShale.org

9	ಪೂರಕ ಘಟನೆ	ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಯಲ್ಲದ್ದು . A ಒಂದು ಘಟನೆಯಾದರೆ. ಅದು ಅಲ್ಲದ್ದು ಆಗಿರುವ ಘಟನೆಯು ಪೂರಕ ಘಟನೆ. ಅಂತಹ ಘಟನೆಯನ್ನು $\overline{A}$ ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಗಮನಿಸಿ:A ∪ $\overline{A}$ = S ಮತ್ತು A ∩ $\overline{A}$ = {Φ }	1) ಶಿರ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಬೀಳುವುದು A = {H}, ಇದರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಯೆಂದರೆ ಶಿರ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಬೀಳದೇ ಇರುವುದು ಅಂದರೆ, ಬಾಲ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಬೀಳುವುದು. ∴ $\overline{A}$= {T}; ಗಮನಿಸಿ: A ∪ $\overline{A}$= {H,T} 2) ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಬೀಳುವುದು B={4}, ಇದರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಯೆಂದರೆ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಬೀಳದೇ ಇರುವುದು ಅಂದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆ 1,2,3,5 ಮತ್ತು 6 ಬೀಳುವುದು. ∴ $\overline{B}$ = {1,2,3,5,6} ಗಮನಿಸಿ: B ∪ $\overline{B}$= {1,2,3,4,5,6}

A Project of www.eShale.org

n(S)= ಒಟ್ಟು ಯತ್ನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ; **n(A)**= ಘಟನೆಯು ಸಂಭವಿಸಿದ ಯತ್ನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ; **n($\bar{A}$)** =ಘಟನೆಯು ಪೂರಕ ಘಟನೆಯು

ಪ್ರಯೋಗ	ಫಲಿತ ಗಣ	ಯತ್ನಗಳು n(S)	ಫಲಿತ ಘಟನೆಯ ವಿವರ	ಫಲಿತ ಘಟನೆ A ಮತ್ತು **n(A)**	ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A) = **n(A)**/n(S)	ಪೂರಕ ಘಟನೆ (B≠A= $\bar{A}$)	ಪೂರಕ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ P($\bar{A}$) = **n($\bar{A}$)**/n(S)
1 ನಾಣ್ಯ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ	**S={** H,T **}**	2	ಬಾಲ ಬೀಳುವಂತಾದ್ದು	A=(T) n(A)=**1**	**1**/2	ಶಿರ ಬೀಳುವಂತಾದ್ದು = (H) **n($\bar{A}$)**=1	1/2
2 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ	**S=** **{** HH,HT,TH,TT **}**	2*2=4	ಬಾಲ ಬೀಳದಿರುವುದು	A = {(HH)} n(A)=**1**	**1**/4	ಬಾಲ ಬೀಳುವಂತಾದ್ದು **n($\bar{A}$)**=3	3/4
3 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ	**S={** HHH,HHT, HTH,THH, HTT, THT, TTH,TTT **}**	2*2*2 =8	ಎಲ್ಲವೂ ಶಿರ/ಬಾಲ ಗಳಾಗಿ ಬೀಳುವಂತಾದ್ದು	A={ (HHH), (TTT) } n(A)= **2**	**2**/8	ಶಿರ/ಬಾಲಗಳು ಬೆರೆಕೆಯಾಗಿ ಬೀಳುವಂತಾದ್ದು **n($\bar{A}$)**=6	6/8

A Project of www.eShale.org

ಪ್ರಯೋಗ	ಫಲಿತ ಗಣ	ಯತ್ನಗಳು n(S)	ಫಲಿತ ಘಟನೆಯ ವಿವರ	ಫಲಿತ ಘಟನೆ A ಮತ್ತು **n(A)**	ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A) = **n(A)**/n(S)	ಪೂರಕ ಘಟನೆ ($B \neq A = \bar{A}$)	ಪೂರಕ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ P($\bar{A}$) = **n($\bar{A}$)**/n(S)
1 ದಾಳ ಎಸೆದಾಗ	**S={**1,2,3,4,5,6 **}**	6	ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೀಳುವಂ ತಾದ್ದು	A={2,4,6} n(A)= **3**	**3**/6	ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೀಳುವಂತಾದ್ದು **n($\bar{A}$)**=3	3/6
2 ದಾಳಗಳನ್ನು ಎಸೆದಾಗ	**S={** (**1**,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6) (**2**,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6) (**3**,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6) (**4**,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6) (**5**,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6) (**6**,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6) **}**	6*6 =36	ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬೀಳುವಂ ತಾದ್ದು	A= { (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6) } n(A)= **6**	**6**/36	ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೀಳುವಂತಾದ್ದು **n($\bar{A}$)**= 30	30/36

A Project of www.eShale.org

P(A) = 'A' ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

P_A = ಘಟನೆ 'A' ಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗಿರುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ / ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{n(E)}{n(S)}$

ಗಮನಿಸಿ : $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ ($\because$ **n(A)** ÷ n(S) + **n($\bar{A}$)** ÷ n(S) = **{ n(A)** + **n($\bar{A}$) }** ÷ n(S) = n(S) ÷ n(S))

$\therefore$ $P(A) = 1 - P(\bar{A})$, $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

ಸಂಭವನೀಯತೆ: **ಘಟನೆಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗಿರುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತ**

ಸಂಭವನೀಯತೆ 0 or 1 ಆಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

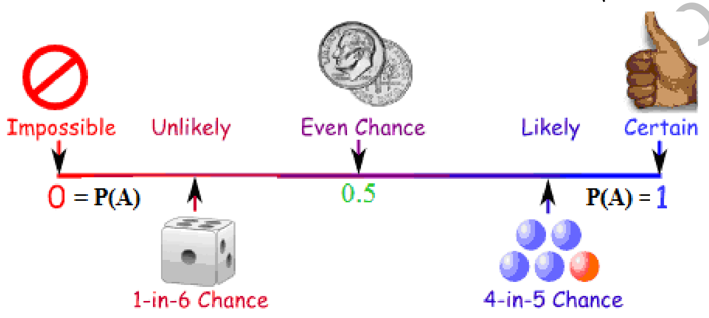
1. ದಾಳ ಬೀಸಿದಾಗ 0 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಥವಾ 6 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ಇಲ್ಲಿ A = { ಶೂನ್ಯ ಗಣ } ಮತ್ತು n(S) = 6 ಆದುದರಿಂದ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = 0$ ($\because$ ದಾಳದ ಸಂಖ್ಯೆ ≤ 6 ಮತ್ತು ≥ 1).ಇದು ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ ಏಕೆಂದರೆ ಇಂತಹ ಘಟನೆ ಸಂಭವಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಇಲ್ಲ.

2. ದಾಳ ಬೀಸಿದಾಗ 0 ಮತ್ತು 7 ರ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ಇಲ್ಲಿ A = S ಆದುದರಿಂದ n(A) = n(S) = 6, ಮತ್ತು $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = 1$ ($\because$ ದಾಳದ ಸಂಖ್ಯೆ ≤ 6 ಮತ್ತು ≥ 1).ಇದು ಖಚಿತ ಘಟನೆ ಏಕೆಂದರೆ ಇಂತಹ ಘಟನೆ ಸಂಭವಿಸಿಯೇ ತೀರುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ $0 \leq P(A) \leq 1$ ಈ ವಿಷಯವನ್ನೇ ಈ ಪಾಠದ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರದ ಮೂಲಕ ತಿಳಿಸಿದ್ದು:



oject of www.eShale.org

ಸಮಸ್ಯೆ 1 : ಒಂದು ಆಟವು ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಉರುಳಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಆ ಆಟದಲ್ಲಿ ಮೊತ್ತವು 2,3,4,5,10,11 ಅಥವಾ 12 ಆದರೆ A ಯು ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾನೆ. ಮೊತ್ತವು ಬೇರೇಯೇ ಆದರೆ B ಯು ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾನೆ. ನೀವು ಗೆಲ್ಲಬಯಸುವಿರಾದರೆ ನೀವು ಯಾರಾಗ ಬಯಸುವಿರಿ?

ಪರಿಹಾರ:

A = { ದಾಳಗಳ ಮೊತ್ತ 2,3,4,5,10,11 ಅಥವಾ 12 ಆಗಿರುವಂತಹ ಸಂಯೋಜನೆ }

={(1,1),(1,2),(2,1),(1,3),(3,1),(2,2),(1,4),(4,1),(2,3),(3,2),(4,6),(6,4),(5,5),(5,6),(6,5),(6,6) }

ಆಗ

B= $\overline{A}$ ={ ದಾಳಗಳ ಮೊತ್ತ 2,3,4,5,10,11 ಅಥವಾ 12 ಆಗದೇ ಇರುವಂತಹ ಸಂಯೋಜನೆ }

={ ದಾಳಗಳ ಮೊತ್ತ 6,7,8 ಅಥವಾ 9 ಆಗಿರುವಂತಹ ಸಂಯೋಜನೆ }

={(1,5),(5,1),(2,4),(4,2),(3,3),(1,6)(6,1),(2,5),(5,2),(3,4),(4,3),(2,6),(6,2),(3,5),(5,3),(4,4),(3,6),(6,3),(4,5),(5,4)}

ಗಮನಿಸಿ

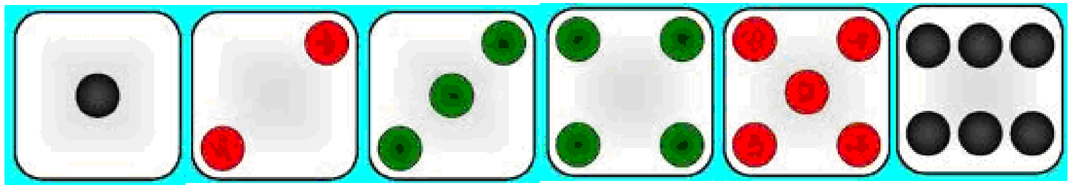
n(A)= 16 ಮತ್ತು n($\overline{A}$) = 20.

ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 36(ಗಮನಿಸಿ 6*6=36: ಎಣಿಕೆಯ ಮೂಲ ತತ್ವ ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ)

P(A) = $\frac{16}{36}$ = 0.4444 and P($\overline{A}$)= $\frac{20}{36}$ = 0.55555

ಸಹಜವಾಗಿಯೇ B ಅಗಿರಲು ಇಷ್ಟ.

A Project of www.eShale.org



ದಾಳವು ಘನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ 6 ಮುಖಗಳಿವೆ. ಮುಖಗಳನ್ನು 1 ರಿಂದ 6 ಅಂಕೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ 1 ರಿಂದ 6 ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ದಾಳವನ್ನು ಎಸೆದಾಗ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಬೀಳುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಎಷ್ಟು? ಅದು 6 ರಲ್ಲಿ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಅದರ ಸಂಭವನೀಯತೆ $\frac{1}{6}$.

ಸಂಖ್ಯೆ 1 ರಿಂದ 6 ರ ವರೆಗೆ ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ=

= ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ + ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ + ಸಂಖ್ಯೆ 3 ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ + ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ + ಸಂಖ್ಯೆ 5 ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ + ಸಂಖ್ಯೆ 6 ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ

$=P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)= \frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}= 1$

$S = \{A_1, A_2, A_3 .... A_n\}$ ಆಗಿರಲಿ. ಸಹಜವಾಗಿಯೇ

$n(S)= n$, $P(\{A_1\})= \frac{1}{n}$, $P(\{A_2\})=\frac{1}{n}$, $P(\{A_3\})=\frac{1}{n}$ ... $P(\{A_n\})= \frac{1}{n}$

ಅಂತೆಯೇ, $P(\{A_1\})+ P(\{A_2\})+ P(\{A_3\})+ . . . P(\{A_n\})= \frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\frac{1}{n} + . . . \frac{1}{n}= \frac{n}{n}= 1$

ಅಂದರೆ ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ಮೊತ್ತ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

A project of www.eShale.org

ಸಮಸ್ಯೆ 2 : ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಒಂದು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

S= {1,2,3,4,5,6} ; n(S)=6

A= { ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಥವಾ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳು } = {1,3, 4,5}; n(A)=4

$\therefore$ P(A) = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ಸಮಸ್ಯೆ 3 : ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದ ಫಲಿತಾಂಶವು ಗೆಲುವು ಅಥವಾ ಸೋಲು ಆಗಿದೆ. ಗೆಲುವಿನ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಸೋಲಿನ ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಗೆಲುವಿನ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

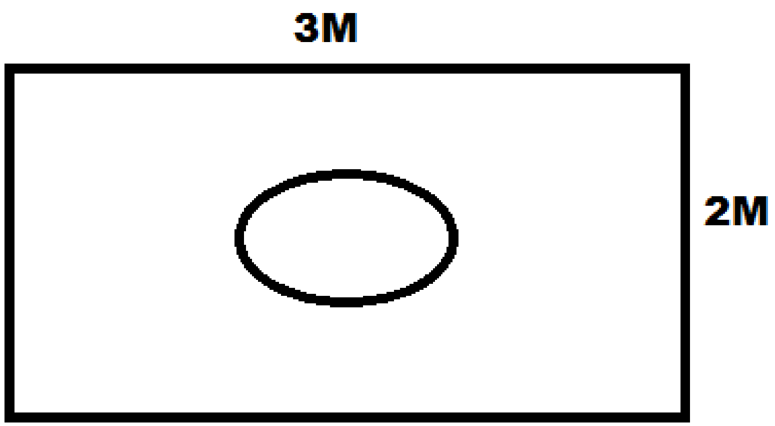
ಪರಿಹಾರ:

P(A) = ಗೆಲುವಿನ ಸಂಭವನೀಯತೆ, P($\bar{A}$) = ಸೋಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ

P(A) = 3P($\bar{A}$), ನಮಗೆ ತಿಳಿದಂತೆ P(A)+P($\bar{A}$) = 1;

$\therefore$ P(A)+ $\frac{1}{3}$P(A) =1 i.e., 4P(A)= 3 $\therefore$ P(A)= $\frac{3}{4}$

A Project of www.eShale.org



ಸಮಸ್ಯೆ 4 : ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಅಯತಾಕಾರದ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ಬೀಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ದಾಳವು 1 ಮೀ. ವ್ಯಾಸದ ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =6 ಚ. ಮೀ

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\pi * \frac{1}{2} * \frac{1}{2}$ ಚ. ಮೀ.($\because$ ವ್ಯಾಸ 1 ಮೀ ಆದರೆ ತ್ರಿಜ್ಯ $\frac{1}{2}$ ಮೀ.)

ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ದಾಳ ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ = ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ÷ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} \div 6 = \frac{\pi}{24}$