ಅಭ್ಯಾಸ 8.1

8.1.1 ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 135 ಮತ್ತು 225

a(=225)>b(=135) a=bq+r 0≤r<b		
ಹಂತ	ಭಾಗಾಕಾರ	ತೀರ್ಮಾನ
1	135)225(1 135 ----------- 90	ಶೇಷ 0 ಆಗಿಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು
2	90)135(1 90 ----------- 45	ಶೇಷ 0 ಆಗಿಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು
3	45)90(2 90 ----------- 0	ಶೇಷ 0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇಲ್ಲಿಯೇ ಭಾಗಾಕಾರ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕು ಹಾಗೂ 135 ಮತ್ತು 225 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 45

(ii) 196 ಮತ್ತು 38220

38220= 196*195 ಆಗಿ ಶೇಷ 0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ 196 ಮತ್ತು 38220 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 196

(iii) 867 ಮತ್ತು 255

a(=867)>b(=255) a=bq+r 0<=r<b		
ಹಂತ	ಭಾಗಾಕಾರ	ತೀರ್ಮಾನ
1	225)867(3 765 ----------- 102	ಶೇಷ 0 ಆಗಿಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು
2	102)225(2 204 ----------- 51	ಶೇಷ 0 ಆಗಿಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು
3	51)102(2 102 ----------- 0	ಶೇಷ 0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇಲ್ಲಿಯೇ ಭಾಗಾಕಾರ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕು ಹಾಗೂ 867 ಮತ್ತು 255 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 51

8.1.2 ಯಾವುದೇ ಧನ ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು 6q+1 ಅಥವಾ 6q+3 ಅಥವಾ 6q+5 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ, ಇಲ್ಲಿ q ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿದೆ

ಯಾವುದೇ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ a ಯನ್ನು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 0,1,2,3,4 ಅಥವಾ 5 ಆಗಿರುತ್ತದೆ . ಅಂದರೆ ಅದು 6q,6q+1,6q+2,6q+3,6q+4 ಅಥವಾ 6q+5 ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.ಇಲ್ಲಿ q ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಅಂದರೆ $a=6q+r$ & $0\leq r<6$

	ರೂಪ	ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ k ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ
(i)	6q+1=	2*3q+1 =2k+1 ಇಲ್ಲಿ k=3q
(ii)	6q+3=	2(3q+1)+1=2k+1 ಇಲ್ಲಿ k=3q+1
(iii)	6q+5=	2(3q+2)+1=2k+1 ಇಲ್ಲಿ k=3q+2

2k+1 ಒಂದು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಯಾವುದೇ ಧನ ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು 6q+1 ಅಥವಾ 6q+3 ಅಥವಾ 6q+5 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿದ್ದೇವೆ.

8.1.3. 32 ಸದಸ್ಯರುಳ್ಳ ಭೂದಳದ ತುಕಡಿಯ ಹಿಂದೆ 616 ಸದಸ್ಯರುಳ್ಳ ಭೂದಳ ಸೈನಿಕರ ಗುಂಪು ಒಂದು ಪಥ ಸಂಚಲನದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆ ಎರಡೂ ತಂಡಗಳು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಗರಿಷ್ಠ ಎಷ್ಟು ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಈ ರೀತಿ ಚಲಿಸಬಹುದು?

ಸೇನಾ ತುಕಡಿಗಳು ಪಥ ಸಂಚಲನ ಮಾಡುವಾಗ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ(ಒಬ್ಬರ ಹಿಂದೆ ಇನ್ನೊಬ್ಬರಂತೆ) ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸೈನಿಕರು ಇರುತ್ತಾರೆ. ಅಂದರೆ ಈ 616 ಸದಸ್ಯರು 32 ಸದಸ್ಯರ ತುಕಡಿಯ ಹಿಂದೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರಬೇಕು. ತುಕಡಿಯ ಸದಸ್ಯರನ್ನು 2 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ 4 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ 8 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು($\because 32=2*16=4*8=8*4$) . ಹೀಗಾಗಿ 616 ಸದಸ್ಯರನ್ನೂ 2 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ 4 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ 8 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.
$616=2*308=4*154=8*77$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ 616 ಸದಸ್ಯರನ್ನು ಗರಿಷ್ಠ 8 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು. 32 ಮತ್ತು 616 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 8 ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

8.1.4. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ವರ್ಗವು 3m ಅಥವಾ 3m+1 ರೂಪದಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ, ಇಲ್ಲಿ m ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ. [ಸುಳುಹು: x ಎಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ ಅದು 3q, 3q+1 ಅಥವಾ 3q+2 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಈಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು 3m ಅಥವಾ 3m+1 ರೂಪದಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.]

ಯಾವುದೇ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ a ಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 0,1,2 ಅಥವಾ 3 ಆಗಿರುತ್ತದೆ . ಅಂದರೆ ಅದು 3q,3q+1 ಅಥವಾ 3q+2 ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.ಇಲ್ಲಿ q ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಅಂದರೆ $a=3q+r$ & $0\le r<3$

	ರೂಪ	ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ m ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ
(i)	3q	$(3q)^2=9q^2=3*3q^2=3m$ ಇಲ್ಲಿ $m=3q^2$
(ii)	3q+1	$(3q+1)^2=9q^2+1+6q = 3(q^2+2)+1= 3m+1$ ಇಲ್ಲಿ $m=(q^2+2)$
(iii)	3q+2	$(3q+2)^2=9q^2+4+12q= 3(q^2+4q+1)+1= 3m+1$ ಇಲ್ಲಿ $m=(q^2+4q+1)$

ಮೇಲೆ ಸೂತ್ರ $(a+b)^2= a^2+b^2+2ab$ ಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ

8.1.5. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಘನವು $9m$, $9m+1$ ಅಥವಾ $9m+8$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ

ಯಾವುದೇ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ a ಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 0,1,2 ಅಥವಾ 3 ಆಗಿರುತ್ತದೆ . ಅಂದರೆ ಅದು $3q, 3q+1$ ಅಥವಾ $3q+2$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.ಇಲ್ಲಿ q ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಅಂದರೆ $a=3q+r$ & $0\leq r<3$

	ರೂಪ	ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ m ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ
(i)	$3q$	$(3q)^3=27q^3=9*3q^3=9m$; ಇಲ್ಲಿ $m=3q^3$
(ii)	$3q+1$	$(3q+1)^3=27q^3+27q^2+9q+1=9(3q^3+3q^2+q)+1=9m+1$; ಇಲ್ಲಿ $m=(3q^3+3q^2+q)$
(iii)	$3q+2$	$(3q+2)^3=27q^3+54q^2+36q+8=9(3q^3+6q^2+4q)+8=9m+8$; ಇಲ್ಲಿ $m=(3q^3+6q^2+4q)$

ಮೇಲೆ ಸೂತ್ರ $(a+b)^3= a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$ ಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 8.2

8.2.1 ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ

(i)	$140=7*5*2*2=2^2*5*7$
(ii)	$156=13*3*2*2=2^2*3*13$
(iii)	$3825=5*5*3*3*17=3^2*5^2*17$
(iv)	$5005=5*7*11*13$
(v)	$7429=17*19*23$

8.2.2 ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಜೋಡಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ. ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಲ.ಸಾ.ಅ. * ಮ.ಸಾ.ಅ = ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಂಬುದನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

ಜೋಡಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು		ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ವಾಗಿ	ಮ.ಸಾ.ಅ.	ಲ.ಸಾ.ಅ.	ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ	ಮ.ಸಾ.ಅ.* ಲ.ಸಾ.ಅ.
(i)	26 & 91	$26=13*2$ $91=7*13$	13	$13*7*2=182$	$26*91=2366$	$13*182=2366$
(ii)	510 & 92	$510=5*2*3*17$ $92=2*2*23=2^2*23$	2	$2^2*3*5*17*23=23,460$	$510*92=46,920$	$2*23460=46,920$
(iii)	336 & 54.	$336=2*2*2*2*3*7$ $=2^4*3*7$ $54=3*3*3*2=2*3^3$	$2*3=6$	$2^4*3^3*7=3024$	$336*54=18144$	$6*3024=18144$

8.2.3 ಕೆಳಗಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ.ಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

	ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು	ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ವಾಗಿ	ಮ.ಸಾ.ಅ.	ಲ.ಸಾ.ಅ.
(i)	12, 15 ಮತ್ತು 21	$12=3*2^2$ $15=3*5$ $21=7*3$	3	$2^2*3*5*7=420$
(ii)	17, 23 ಮತ್ತು 29	$17=1*17$ $23=1*23$ $29=1*29$	1	$17*23*29=11339$
(iii)	8, 9 ಮತ್ತು 25	$8=2^3$ $9=3^2$ $25=5^2$	1	$2^3*3^2*5^2=1800$

8.2.4 (306, 657)ರ ಮ.ಸಾ.ಅ =9 ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮ.ಸಾ.ಅ * ಲ.ಸಾ.ಅ. = ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

9* ಮ.ಸಾ.ಅ. =306*657

ಮ.ಸಾ.ಅ. $= \frac{306*657}{9} = 22338$

8.2.5 n ದ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೆ 6^n ಇದು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳಬಹುದೇ? ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ n ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ 0 ಯಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳಬೇಕಾದರೆ ಅದು 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು ಅಲ್ಲವೇ? ಅಂದರೆ ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು 2 ಮತ್ತು 5 ಆಗಿರಲೇಬೇಕು.

ಆದರೆ 6 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು 2 ಮತ್ತು 3 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $6^n=(2*3)^n=2^n*3^n$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಇದು 2 ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ ಶೇಷರಹಿತವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದೇ ಇರುವುದರಿಂದ 6^n ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ

8.2.6. 7 x 11 x 13 + 13 ಮತ್ತು 7 X 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 + 5 ಇವು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ ಏಕೆ? ವಿವರಿಸಿ.

(i)	7*11*13+13= 13(7*11+1)= 13*78=13*13*2*3
(ii)	7*6*5*4*3*2*1+5= 5(7*6*4*3*2+1)= 5*(1008+1)= 5*1009

ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

8.2.7. ಒಂದು ಕ್ರೀಡಾಂಗಣದ ಸುತ್ತಲೂ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮಾರ್ಗವಿದೆ. ಸೋನಿಯಾಳು ಆ ಕ್ರೀಡಾಂಗಣದ ಒಂದು ಸುತ್ತನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 18 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ರವಿಯು ಅದೇ ಸುತ್ತನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 12 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಒಂದೊಮ್ಮೆ ಅವರಿಬ್ಬರೂ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಆರಂಭಿಸಿ, ಏಕಮುಖವಾಗಿ ಚಲಿಸಿದರೆ, ಎಷ್ಟು ನಿಮಿಷಗಳ ನಂತರ ಅವರು ಪುನಃ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ?

ಅವರುಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಸಮಯ 12 ಮತ್ತು 18 ನಿಮಿಷಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ನಿಮಿಷಗಳೇ ಆಗಿರಬೇಕು. ಅಲ್ಲವೇ? ಮ.ಸಾ.ಅ. ಉತ್ತರವಾಗಿಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಉತ್ತರ ಅವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಆಗಿರಲೇ ಬೇಕು

$12=4*3=2^2*3$

$18 = 9*2=3^2*2$

ಇವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ.$=2^2*3^2=36$. ಅವರುಗಳು 36 ನಿಮಿಷಗಳ ನಂತರ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 8.3

8.3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಭಾಗಲಬ್ಧಗಳೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿ ನಂತರ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು ಎಂದು ವೈರುಧ್ಯದ ಮೂಲಕ ಅವುಗಳು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆಗಿರಲೇಬೇಕು ಎದು ಸಾಧಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಊಹೆ: m ಮತ್ತು n ಗಳು ಇನ್ನೂ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕೆಳಗೆ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ತಿಳಿಯಿರಿ.

ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಖ್ಯೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿದಾಗ	ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದಾಗ	ತೀರ್ಮಾನ
(i) $\sqrt{5}$	$\sqrt{5}=\frac{m}{n}$	$n\sqrt{5}=m$	$\Rightarrow 5n^2=m^2 \Rightarrow$ m ನ್ನು 5 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಆಗ ಯಾವುದೋ ಒಂದು k ಗೆ $m=5k$ $\therefore 5n^2=5k*5k \Rightarrow n^2=5k^2 \Rightarrow$ n ನ್ನು 5 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\therefore$ m ಮತ್ತು n ಗಳೆರಡನ್ನೂ 5 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಇದು ನಮ್ಮ ಊಹೆಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ
(ii) $3+2\sqrt{5}$	$3+2\sqrt{5}=\frac{m}{n}$	$2\sqrt{5}=\frac{m}{n}-3$ $\Rightarrow \sqrt{5}=\frac{m-3n}{2n}$	$\Rightarrow \sqrt{5}$ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಆದರೆ (i) ರಲ್ಲಿ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿದ್ದೇವೆ. $\therefore 3+2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ
(iii) $\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{m}{n}$	$\sqrt{2}=\frac{n}{m}$	$\Rightarrow \sqrt{2}$ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಆದರೆ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. $\therefore \frac{1}{\sqrt{2}}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ
(iv) $7\sqrt{5}$	$7\sqrt{5}=\frac{m}{n}$	$\sqrt{5}=\frac{m}{7n}$	$\Rightarrow \sqrt{5}$ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಆದರೆ (i) ರಲ್ಲಿ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿದ್ದೇವೆ. $\therefore 7\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ
(v) $6+\sqrt{2}$	$6+\sqrt{2}=\frac{m}{n}$	$\sqrt{2}=\frac{m-6n}{n}$	$\Rightarrow \sqrt{2}$ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಆದರೆ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. $\therefore 6+\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$. . . ಇಂತಹ **ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲಗಳು** ಯಾವಾಗಲೂ ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ

ಅಭ್ಯಾಸ 8.4

8.4.1 ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡದೇ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ ಅಥವಾ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ ತಿಳಿಸಿ:

	ಸಂಖ್ಯೆ	ತೀರ್ಮಾನ
(i)	$\frac{13}{3125}=\frac{13}{5^5}$	ಛೇದವು ಕೇವಲ 5^m ರೂಪದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ
(ii)	$\frac{17}{8}=\frac{17}{2^3}$	ಛೇದವು ಕೇವಲ 2^m ರೂಪದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ
(iii)	$\frac{64}{455}=\frac{64}{5*7*13}$	ಛೇದವು ಕೇವಲ 2^m*5^n ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ
(iv)	$\frac{15}{1600}=\frac{15}{2^6*5^2}$	ಛೇದವು ಕೇವಲ 2^m*5^n ರೂಪದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ
(v)	$\frac{29}{343}=\frac{29}{7^3}$	ಛೇದವು ಕೇವಲ 2^m*5^n ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ
(vi)	$\frac{23}{2^3*5^2}$	ಛೇದವು ಕೇವಲ 2^m*5^n ರೂಪದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ
(vii)	$\frac{129}{2^3*5^7*7^5}$	ಛೇದವು ಕೇವಲ 2^m*5^n ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ
(viii)	$\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$	ಛೇದವು ಕೇವಲ 5^m ರೂಪದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ
(ix)	$\frac{35}{50}=\frac{7}{10}=\frac{7}{2*5}(=0.7)$	ಛೇದವು ಕೇವಲ 2^m*5^n ರೂಪದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ
(x)	$\frac{77}{210}=\frac{11}{30}=\frac{11}{2*3*5}$	ಛೇದವು ಕೇವಲ 2^m*5^n ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ

8.4.2. ಪ್ರಶ್ನೆ 1ರಲ್ಲಿನ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ

	ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆ
ಛೇದ 10^n ಆಗಿದ್ದರೆ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ಆದ ಮೇಲೆ n ಸ್ಥಾನಗಳಿರಬೇಕು	
(i)	$\frac{13}{3125}=\frac{13}{5^5}*\frac{2^5}{2^5}=\frac{13*32}{10^5}=\frac{416}{10^5}=0.00416$
(ii)	$\frac{17}{8}=\frac{17}{2^3}*\frac{5^3}{5^3}=\frac{17*125}{10^3}=\frac{2125}{10^3}=2.125$
(iv)	$\frac{15}{1600}=\frac{15}{2^6*5^2}*\frac{5^4}{5^4}=\frac{15*625}{10^6}=\frac{9375}{10^6}=.009375$
(vi)	$\frac{23}{2^3*5^2}=\frac{23*5}{2^3*5^3}=\frac{15*625}{10^6}=\frac{115}{10^3}=.115$
(viii)	$\frac{6}{15}=\frac{2}{5}=\frac{2*2}{5*2}=\frac{4}{10}=0.4$
(ix)	$\frac{35}{50}=\frac{7}{10}=0.7$

8.4.3. ಕೆಲವು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದೆ. ಆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಭಾಗಲಬ್ಧವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ. ಅವು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು, $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನನ್ನು ಹೇಳುವಿರಿ?

	ಸಂಖ್ಯೆ	ತೀರ್ಮಾನ
(i)	43.123456789	ಇದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳು 2 ಅಥವಾ 5 ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಆಗಿರುತ್ತದೆ
(ii)	0.120120012000120...	ಇದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿಲ್ಲ
(iii)	$43.\overline{123456789}$	ಇದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದ ಅಪವರ್ತಸಹಿತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.