1.9 ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳು ಮತ್ತು ವಿಕಲ್ಪಗಳು:

1.9.1 ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳು:

ಸಮಸ್ಯೆ: ಒಂದು ತಂಡದಲ್ಲಿ 10 ಆಟಗಾರರಿದ್ದಾರೆ. ಒಂದು ಛಾಯಾ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 6 ಜನರ ಫೋಟೋ ಬರಲು ಸಾಧ್ಯ ತಂಡದ ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕರು ಎಲ್ಲಾ ಫೋಟೋದಲ್ಲೂ ಇರಬೇಕು. ಒಬ್ಬ ಚಿತ್ರಕಾರನ ಹತ್ತಿರ ಎಲ್ಲಾ ಫೋಟೋಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಅವುಗಳ ಅಂದಾಜು ಬೆಲೆ ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಹೇಳುವರು. ಫೋಟೋ ಪ್ರತಿಗೆ ರೂ. 22 ತಗಲುವುದಾದರೆ ಛಾಯಾಚಿತ್ರಗಾರನು ಕೊಟ್ಟ ಅಂದಾಜು ವೆಚ್ಚ ಎಷ್ಟು?

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೆ?

ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಮೊದಲ 'n' ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ.(ಪಾಠ 1.8)

$$\sum n = 1+2+3+4 \ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವ ಬದಲು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

1*2=2

1*2*3 =6

1*2*3*4 = 24...

ಮೊದಲ n ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಶ್ರೇಣಿಲಬ್ಧ ಅಥವಾ ಫ್ಯಾಕ್ಟೋರಿಯಲ್ (n!) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

n!= 1*2*3*4....*n

1! =1

2!= 1*2=2=2*1!

3!=1*2*3=6 =3*2!

4! =1*2*3*4 = 24= 4*3!

n! = n*(n-1)*(n-2)*(n-3)*...........3*2*1=n*(n-1)!

$\therefore$ n! = n*(n-1)! ಅಥವಾ n = $\frac{n!}{(n-1)!}$

1.9.1 ಉದಾಹರಣೆ 1: A , B ಮತ್ತು C ಗಳು ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಾಗಿರಲಿ. ನೀವೀಗ ಅವರನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸಾಲಾಗಿ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ:

1. ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವಂತೆ.
2. ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವಂತೆ.

ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನೀವು ಅವರನ್ನ ಹೇಗೆ ನಿಲ್ಲಿಸಬಲ್ಲಿರಿ?

ಕ್ರಮ:

1.9.1.1: ಇಬ್ಬರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ 2 ಸಾಲು ಮಾಡುವುದು.

1. A ಯನ್ನು ಮುಂದೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿ, ಉಳಿದ B ಅಥವಾ C ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾರಾದರೊಬ್ಬರನ್ನು Aಯ ಹಿಂದೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿ.
   (2 ವಿಧದಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು. AB ಮತ್ತು AC)
2. ಈಗ B ಯನ್ನು ಮುಂದೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿ, ಉಳಿದ A ಅಥವಾ C ಗಳನ್ನು B ಯ ಹಿಂದೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿ.
   (ಈಗ ಪುನಃ 2 ವಿಧ ಸಿಕ್ಕಿತು. BA ಮತ್ತು BC)
3. ಈಗ Cಯನ್ನು ಮುಂದೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿ. A ಅಥವಾ B ಯನ್ನು Cಯ ಹಿಂದೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿ.
   (ಈಗ ಪುನಃ 2 ವಿಧ ಸಿಕ್ಕಿತು. CA ಮತ್ತು CB)

1ನೇ ಸ್ಥಾನ	A		B		C	
2ನೇ ಸ್ಥಾನ	B	C	A	C	A	B

ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಒಟ್ಟು 6 ವಿಧ (=3*2) ಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು. (AB, AC), (BA, BC), (CA, CB)

1.9.1.2: 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು 3 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸುವುದು:

1. A ಯನ್ನು ಮುಂದೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿ. ಈಗ ಉಳಿದ B ಅಥವಾ Cಗಳಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬರು Aಯ ಹಿಂದೆ ನಿಲ್ಲಲಿ.
   (ಆಗ 2 ಕ್ರಮ ಸಿಕ್ಕಿತು. ABC ಮತ್ತು ACB)
2. Bಯನ್ನು ಮುಂದೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿ. Bಯ ಹಿಂದೆ A ಅಥವಾ C ನಿಲ್ಲಿಸಿ.
   (ಈಗ 2 ಕ್ರಮ ಸಿಕ್ಕಿತು. BAC ಮತ್ತು BCA)
3. ಈಗ Cಯನ್ನು ಮುಂದೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿ. Cಯ ಹಿಂದೆ B ಅಥವಾ A ನಿಲ್ಲಿಸಿ.
   (ಈಗ 2 ಕ್ರಮ ಸಿಕ್ಕಿತು. CAB ಮತ್ತು CBA)

1ನೇ ಸ್ಥಾನ	A		B		C	
2ನೇ ಸ್ಥಾನ	B	C	A	C	A	B
3ನೇ ಸ್ಥಾನ	C	B	C	A	B	A

ಹೀಗೆ ಒಟ್ಟು 6 (=3*2) ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು.

(ABC, ACB), (BAC, BCA), (CAB, CBA)

1.9.1 ಉದಾ.2: A, B, C ಮತ್ತು D ಗಳೆಂಬ 4 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು?

1. ಯಾವುದೇ 2 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಾಲು
2. ಯಾವುದೇ 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಾಲು

ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕ್ರಮದಲ್ಲೂ ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಿವೆ?

ವಿಧಾನ:

1.9.1.2.1: 2 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಾಲು:

1ನೇ ಸ್ಥಾನ	A			B			C			D		
2ನೇ ಸ್ಥಾನ	B	C	D	A	C	D	A	B	D	A	B	C

ಈಗ ನಮಗೆ 12 ವಿಧಗಳು ಸಿಕ್ಕಿದವು (=4*3)

(AB, AC, AD),(BA, BC, BD),(CA, CB, CD),(DA, DB, DC)

1.9.1.2.2: 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಾಲು:

1ನೇ ಸ್ಥಾನ	A						B						C						D					
2ನೇ ಸ್ಥಾನ	B		C		D		A		C		D		A		B		D		A		B		C	
3ನೇ ಸ್ಥಾನ	C	D	B	D	B	C	C	D	A	D	A	C	B	D	A	D	A	B	B	C	A	C	A	B

ಈಗ ನಮಗೆ ದೊರೆತ ಸಾಲುಗಳು:

‘A’ ಮುಂದೆ ಇರುವ 6 ಸಾಲು (ABC, ABD, ACB ACD, ADB, ADC)

‘B’ ಮುಂದೆ ಇರುವ 6 ಸಾಲು (BAC, BAD, BCA, BCA, BDA, BDC)

‘C’ ಮುಂದೆ ಇರುವ 6 ಸಾಲು (CAB, CAD, CBA, CBD, CDA, CDB)

‘D’ ಮುಂದೆ ಇರುವ 6 ಸಾಲು (DAB, DAC, DBA, DBC, DCA, DCB)

ಹೀಗೆ ನಾವು 24 (=4*3*2) ವಿಧದಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು.

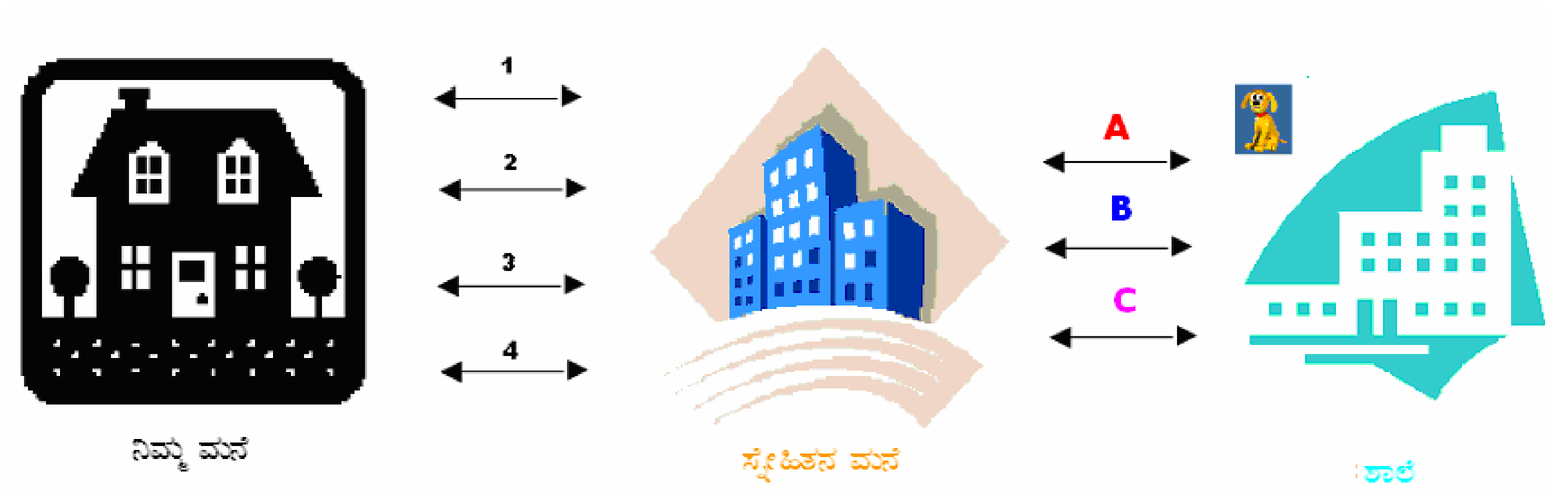
‘n’ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ‘r’ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಜೋಡಿಸುವ ವಿಧ (ಕ್ರಮಯೋಜನೆ)ವನ್ನು $_{n}P_{r}$ ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಮೇಲೆ ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿದ ರೀತಿಯ ವಿವರಣೆ:

ಉದಾ.	ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ(n)	ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು(r)	ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ವಿಧಗಳು	ಸೂಚಿಸುವ ಕ್ರಮ	ಅರ್ಥ ವಿವರಣೆ
1.1	3	2	6	$_{3}P_{2}$	3 ವಸ್ತುಗಳಿಂದ 2 ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮಾಡಿದ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ.
1.2	3	3	6	$_{3}P_{3}$	3 ವಸ್ತುಗಳಿಂದ 3 ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮಾಡಿದ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ.
2.1	4	2	12	$_{4}P_{2}$	4 ವಸ್ತುಗಳಿಂದ 2 ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮಾಡಿದ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ.
2.1	4	3	24	$_{4}P_{3}$	4 ವಸ್ತುಗಳಿಂದ 3 ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮಾಡಿದ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ.

ಕ್ರಮಯೋಜನೆಯು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಒಂದು ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಜೋಡಿಸುವ ಕ್ರಮವಾಗಿದೆ.

ನೀವು ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತ ಇಬ್ಬರೂ ಒಟ್ಟಿಗೇ ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗುತ್ತೀರೆಂದು ಎಣಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯಿಂದ ಸ್ನೇಹಿತನ ಮನೆಗೆ ಹೋಗಲು 4 ದಾರಿಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಮನೆಯಿಂದ ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗಲು 3 ದಾರಿಗಳಿವೆ. ನೀವಲ್ಲದೆ ಕೆಲವು ಸಾರಿ ನಿಮ್ಮ ಸಾಕು ನಾಯಿ 'ಜಾನಿ' ಕೂಡಾ ನಿಮ್ಮನ್ನು ಹಿಂಬಾಲಿಸುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ನಿಮ್ಮ ನಾಯಿ ಜಾನಿ, ಶಾಲೆಯಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಮನೆಯ ಮುಖಾಂತರ ನಿಮ್ಮ ಮನೆಗೆ ಎಷ್ಟು ದಾರಿಯಲ್ಲಿ ಬರಬಹುದು?



ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಮನೆಗೆ 4 ದಾರಿಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಅಲ್ಲಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಗೆ ತಲುಪಲು 3 ದಾರಿಗಳಿವೆ. 'ಜಾನಿ' ಯು ಶಾಲೆಯಿಂದ 3 ದಾರಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು (A ಅಥವಾ B ಅಥವಾ C) ದಾರಿಯಲ್ಲಿ ಬಂದು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಮನೆಗೆ ಬರಬಹುದು. ಅಲ್ಲಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಮನೆಗೆ 4 ದಾರಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು (1,2,3 ಅಥವಾ 4) ದಾರಿಯಲ್ಲಿ ಬಂದು ನಿಮ್ಮ ಮನೆ ಸೇರಬಹುದು. ಕೆಳಗಿನ ತಃಖ್ತೆಯು ಜಾನಿಯು ಶಾಲೆಯಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಮನೆಯ ಮುಖಾಂತರ ನಿಮ್ಮ ಮನೆಗೆ ಬರಬಹುದಾದ ವಿವಿಧ ದಾರಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಕ್ರ. ಸಂಖ್ಯೆ	ಶಾಲೆಯಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಮನೆಗೆ	ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಮನೆಯಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಮನೆಗೆ	A ಯಿಂದ ದಾರಿ	B ಯಿಂದ ದಾರಿ	C ಯಿಂದ ದಾರಿ
1	A / B / C	1	A-1	B-1	C-1
2		2	A-2	B-2	C-2
3		3	A-3	B-3	C-3
4		4	A-4	B-4	C-4

ಜಾನಿಯು 12(=3*4) ವಿಧವಾಗಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದಾರಿಗಳಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಮನೆ ತಲುಪಬಹುದು. ಅದೇರೀತಿ ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯಿಂದ ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗಲು ನಿಮಗೆ 12 ದಾರಿಗಳು (=4*3) ಇವೆ.

ಒಂದು ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು 'm' ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು 'n' ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದಾದರೆ, ಈ ಎರಡೂ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ (m*n) ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು. ಇದು ಎಣಿಕೆಯ ಮೂಲ ತತ್ವ.

‘n’ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ಒಂದು ಸಲಕ್ಕೆ ‘r’ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ:

ಒಂದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ r ಖಾಲಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಇಡಲಾಗಿದೆ. n ವಿಭಿನ್ನ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಈ ಖಾಲಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಬೇಕಾಗಿದೆ. n ವಸ್ತುಗಳನ್ನು r ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯೇ n ವಸ್ತುಗಳ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ.

ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಖ್ಯೆ	1	2	3	……	(r-1)	r
ತುಂಬುವ ವಿಧಗಳು	n	(n-1)	(n-2)		n-(r-2)	n-(r-1)

1.ಮೊದಲ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು n ವಿಧಗಳಿಂದ ತುಂಬಬಹುದು.

2. ಎರಡನೇ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು (n-1) ವಿಧಗಳಿಂದ ತುಂಬಬಹುದು.

3. ಮೂರನೇ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು (n-2) ವಿಧಗಳಿಂದ ತುಂಬಬಹುದು.

. . . . . .

r ನೇ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ತುಂಬಬಹುದಾದ ವಿಧಗಳು: $\{n-(r-1)\} = (n-r+1)$

ಎಣಿಕೆಯ ಮೂಲ ತತ್ತ್ವದ ಪ್ರಕಾರ r ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಬಹುದಾದ ಒಟ್ಟು ವಿಧಗಳು :

$n*(n-1)*(n-2)*(n-3).....(n-r+1)$.

ಇದೇ ‘n’ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ‘r’ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮಾಡಿದ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ.

ಇದನ್ನು $_nP_r$ ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುವರು.

$\therefore {}_nP_r = n*(n-1)*(n-2)*(n-3).....(n-r+1)$

$_nP_r = n*(n-1)*(n-2)*(n-3).....(n-r+1) \quad ====\rightarrow (1)$

ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ r ಬದಲು ಅಲ್ಲಿ n ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$_nP_n = n*(n-1)*(n-2)*(n-3).....(n-n+1)$

$= n*(n-1)*(n-2)*(n-3).....*1$

$\therefore$ **$_nP_n = n!$**

ಸಮೀಕರಣ (1) ರ ಬಲಭಾಗವನ್ನು (n-r)*(n-r-1)*.....3*2*1 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಮತ್ತು ಭಾಗಿಸಿ.

$_nP_r = \{n*(n-1)*(n-2)*(n-3).....(n-r+1)*(n-r)*(n-r-1)*.....3*2*1\} \div \{(n-r)*(n-r-1)*.....3*2*1\}$

$= \frac{n!}{(n-r)!}$ $\{\because n! = 1*2*3......*n$ and $(n-r)! = 1*2*3.....*(n-r)\}$

$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

ಗಮನಿಸಿ:

$_nP_1 = \frac{n!}{(n-1)!}$

$= \frac{n*(n-1)!}{(n-1)!}$

$= n$

$\therefore$ **$_nP_1 = n$**

$_nP_{(n-1)}$

$= \frac{n!}{(n-(n-1))!}$ ($_nP_r$ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ r ನ ಬದಲು (n-1) ಆದೇಶಿಸಿದೆ)

$= n!$ $(\because 1! = 1)$

$\therefore$ **$_nP_{(n-1)} = n! = {_nP_n}$**

$(n-r)! = \frac{n!}{_nP_r}$ $\{\because {_nP_r} = \frac{n!}{(n-r)!}\}$

ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ r=n ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ.

$0! = \frac{n!}{_nP_n} = \frac{n!}{n!} = 1$ $(\because {_nP_n} = n!)$

$\therefore$ **$0! = 1$**

ಸಾರಾಂಶ:

$n = \frac{n!}{(n-1)!}$	$_nP_{n-1} = n! = {_nP_n}$
$_nP_1 = n$	$0! = 1$

1.9.2 ಸಮಸ್ಯೆ1 : “COMPUTER”ಎಂಬ ಪದದ ಎಲ್ಲಾ ಅಕ್ಷರಗಳ ಕ್ರಮಯೋಜನೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳು M ನಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ದತ್ತ ಶಬ್ದದಲ್ಲಿ 8 ಅಕ್ಷರಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು $8! = 40,320$ ಪದಗಳನ್ನ ರಚಿಸಬಹುದು.

ಸ್ಥಾನ	1	2	3	4	5	6	7	8
ಅಕ್ಷರಗಳು	M	C,O,P,U,T,E,R ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ತುಂಬಬೇಕು.						

‘M’ ನ್ನ ಮೊದಲ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಟ್ಟರೆ, ಉಳಿದ 7 ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ 7 ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ತುಂಬಬೇಕು. ($n=7$).

$\therefore$ M ನಿಂದ ಆರಂಭವಾಗುವ ಪದ ಸಮೂಹಗಳು = $7!$ = 5,040

1.9.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2: 2,3,4,5 ಮತ್ತು 6 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು 3 ಅಂಕಿಯ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು? ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು? *

ಪರಿಹಾರ:

ಕೊಟ್ಟಿರುವ 5 ಅಂಕಿಗಳು: 2,3,4,5 ಮತ್ತು 6

ಸ್ಥಾನಗಳು		
ನೂರು	ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ
(2,3,4,5,6) ಗಳಿಂದ		

ಆದುದರಿಂದ ರಚಿಸಬಹುದಾದ 3 ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು = $_5P_3 = \frac{5!}{2!} = \frac{5*4*3*2*1}{2*1} = 60$

ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ	ಹತ್ತರ, ನೂರರ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಇರಬಹುದಾದ ಅಂಕೆಗಳು	ಆಗ ಎಷ್ಟು 2 ಅಂಕೆಗಳಿರುವ ಅಂಕೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ? (n=4), (r=2)= $_4P_2$
2	3,4,5,6	= 12
4	2,3,5,6	= 12
6	2,3,4,5	= 12

ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ 36(=12+12+12) ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ.

1.9.2 ಸಮಸ್ಯೆ 3: 0,1,2,3 ಈ ಅಂಕಿಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಎಷ್ಟು 3 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು? *

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ n=4, r=3.

ಮಾಡಬಹುದಾದ 3 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ: $_4P_3 = \frac{4!}{1!} = 4! = 24$

ಆದರೆ, ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಆರಂಭವಾಗುವ 3 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು, 2 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. (012 = 12,055=55 . .).

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಉತ್ತರದಿಂದ ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಆರಂಭವಾಗುವ 3 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು (ಸೊನ್ನೆ ಮಧ್ಯ ಇರಬಹುದು)

ಮೊದಲ ಅಂಕಿ ಸೊನ್ನೆಯಾದಾಗ, ಉಳಿದ ಅಂಕಿಗಳು: n=3, ಇರುವ ಸ್ಥಾನಗಳು r=2

ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಆರಂಭವಾಗುವ 3 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು = $_3P_2$ = 3! = 6.

0,1,2,3 ಈ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದ 3 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:=24-6 = 18

1.9.2 ಸಮಸ್ಯೆ4: ಒಂದು ಕಪಾಟಿನಲ್ಲಿ 7 ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನ ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು? ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ 3 ಪುಸ್ತಕಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದೆಡೆ ಇರುವಂತೆ ಎಷ್ಟು ಜೋಡಣೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯ?

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ n=7.

ಈ 7 ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬಲ್ಲ ವಿಧಗಳು = 7! = 5,040.

ಈ ಪುಸ್ತಕಗಳು A,B,C,D,E,F,G ಆಗಿರಲಿ. 3 ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೇ ಇಡಬೇಕು. ಅವು B, C, D ಆಗಿರಲಿ. ಈ ಮೂರು ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ H ಎಂದು ಕರೆಯುವಾ. ಆಗ ನಮಗೆ A,H,E,F,G ಎಂಬ 5 ವಸ್ತುಗಳು ದೊರೆತವು. ಇವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬಲ್ಲ ವಿಧಗಳು: 5!=120.

ಇಲ್ಲಿ H ಒಂದು (B,C,D)ಪುಸ್ತಕಗಳ ಕಟ್ಟು. ಈ ಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿಯೇ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು 3!=6 ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ 3 ಪುಸ್ತಕಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೇ ಇರಬೇಕಾದರೆ ಜೋಡಿಸುವ ವಿಧಗಳು = 6*120=720

1.9.3 ವಿಕಲ್ಪಗಳು:

1.9.3 ಉದಾ. 1 : A ,B,C ಗಳು ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಾಗಿರಲಿ. ಒಬ್ಬ ಛಾಯಾಚಿತ್ರಗ್ರಾಹಕ ಅವರ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ತೆಗೆಯಬೇಕಿತ್ತು:

1. ಯಾವುದೇ 2 ವಿದ್ಯಾಥಿಗಳು ಒಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ.
2. ಯಾವುದೇ 3 ವಿದ್ಯಾಥಿಗಳು ಒಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ.

ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಛಾಯಾಚಿತ್ರಗ್ರಾಹಕನು ಎಷ್ಟು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕು?

ಪರಿಹಾರ ಕ್ರಮ:

ಉದಾ. 1.1: ಹಿಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಂತೆ(1.9.1.1.1) ಈ ಕೆಳಗಿನ 6 ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ:

ಮೊದಲು	A		B		C	
ಜೊತೆಯಲ್ಲಿ	B	C	A	C	A	B

ಆದರೆ ಛಾಯಾಚಿತ್ರ ತೆಗೆಯಲು, AB = BA, BC = CB, ಮತ್ತು CA=AC

ಆದ್ದರಿಂದ ಚಿತ್ರ ತೆಗೆಯಲು ಬರೇ ಮೂರು ಗುಂಪುಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯ (AB, BC, CA).

ಉದಾ. 1.2: ಹಿಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಂತೆ (1.9.1.1.2) ಕೆಳಗಿನ 6 ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ.

ಮೊದಲು	A		B		C	
ಜೊತೆಯಲ್ಲಿ	B	C	A	C	A	B
ಜೊತೆಯಲ್ಲಿ	C	B	C	A	B	A

ಆದರೆ ಈ ಮೇಲಿನ ಗುಂಪುಗಳು ಫೋಟೋ ತೆಗೆಯಲು ಒಂದೇ. (ABC).

1.9.3 ಉದಾ. 2: A B C D ಗಳು ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಾಗಿರಲಿ. ಒಬ್ಬ ಛಾಯಾಚಿತ್ರಗ್ರಾಹಕ ಅವರ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ತೆಗೆಯಬೇಕಿತ್ತು:

1. ಯಾವುದೇ 2 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ.
2. ಯಾವುದೇ 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ.

ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಛಾಯಾಚಿತ್ರಗ್ರಾಹಕನ್ನು ಎಷ್ಟು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕು?

ಪರಿಹಾರ ಕ್ರಮ:

ಉದಾ.2.1: ಹಿಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಂತೆ (1.9.1.2.1) ಈ ಕೆಳಗಿನ 12 ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ:

ಮೊದಲು	A			B			C			D		
ಜೊತೆಯಲ್ಲಿ	B	C	D	A	C	D	A	B	D	A	B	C

ಆದರೆ ಛಾಯಾಚಿತ್ರ ತೆಗೆಯಲು AB=BA, AC=CA, AD=DA, BC=CB, BD=DB ಮತ್ತು CD=DC.

∴ಬರೇ ಆರು ಗುಂಪುಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯ (AB, AC, AD, BC, BD, CD).

ಉದಾ.2.2: ಹಿಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಂತೆ (1.9.1.2.2) ಈ ಕೆಳಗಿನ 24 ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ:

ಮೊದಲು	A						B						C						D					
ಜೊತೆಯಲ್ಲಿ	B		C		D		A		C		D		A		B		D		A		B		C	
ಜೊತೆಯಲ್ಲಿ	C	D	B	D	B	C	C	D	A	D	A	C	B	D	A	D	A	B	B	C	A	C	A	B

ಆದರೆ ಛಾಯಾಚಿತ್ರ ತೆಗೆಯಲು,

ABC=BAC=ACB=BCA=CAB=CBA
ABD=ADB=BAD=DAB=DBA=BDA
ACD=ADC=CAD=DAC=DCA=CDA
BCD=BDC=CBD=CDB=DBC=DCB

ಆದ್ದರಿಂದ 24 ಗುಂಪುಗಳಿದ್ದರೂ ಸಹ, ಛಾಯಾಚಿತ್ರ ತೆಗೆಯಲು ಬರೇ 4 ಗುಂಪುಗಳಿವೆ. (ABC, ABD, ACD, BCD)

‘n’ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ‘r’ ವಸ್ತುಗಳ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವುದೇ ವಿಕಲ್ಪ.

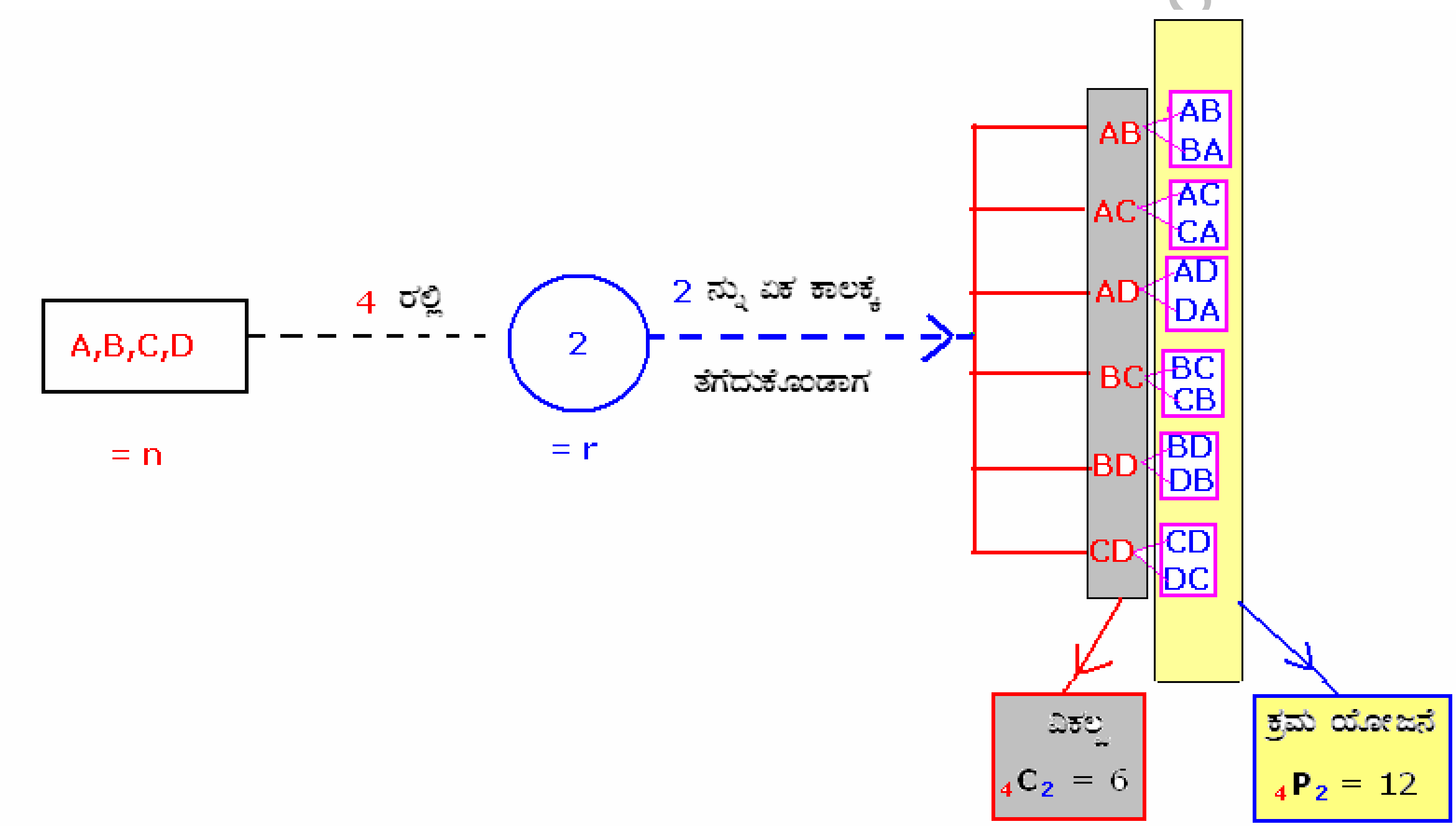
ಸಾಂಕೇತಿಕವಾಗಿ ವಿಕಲ್ಪವನ್ನು $_nC_r$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈಗ ನಮ್ಮ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವಾ.

ಉದಾಹರಣೆ	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ(n)	ಪ್ರತೀ ಚಿತ್ರಕ್ಕಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು(r)	ಒಟ್ಟು ಆಯ್ಕೆ	ಸೂಚಿಸುವ ಕ್ರಮ
1.1	**3**	**2**	3	$_3C_2$
1.2	**3**	**3**	1	$_3C_3$
2.1	**4**	**2**	6	$_4C_2$
2.2	**4**	**3**	4	$_4C_3$

ಈಗ ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗೂ ವಿಕಲ್ಪಕ್ಕೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ನೋಡುವಾ:

ಉದಾಹರಣೆ	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (n)	ಒಂದು ಬಾರಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು (r)	ಕ್ರಮಯೋಜನೆ ($_nP_r$)	ವಿಕಲ್ಪಗಳು ($_nC_r$)	$_nP_r \div {}_nC_r =$
1.1	3	2	$6 = {}_3P_2$	$3 = {}_3C_2$	$2 = 2!$
1.2	3	3	$6 = {}_3P_3$	$1 = {}_3C_3$	$6 = 3!$
2.1	4	2	$12 = {}_4P_2$	$6 = {}_4C_2$	$2 = 2!$
2.2	4	3	$24 = {}_4P_3$	$4 = {}_4C_3$	$6 = 3!$



$_nP_r = {}_nC_r * r!$ $\quad$ $_nC_r = \dfrac{_nP_r}{r!}$

‘n’ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ಒಂದು ಸಲಕ್ಕೆ ‘r’ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ವಿಕಲ್ಪಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ:

(‘n’ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ‘r’ ವಸ್ತುಗಳ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ) = (‘n’ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ‘r’ ವಸ್ತುಗಳ ಆಯ್ಕೆ)*(‘r’ ವಸ್ತುಗಳ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ)

$_nP_r = {_nC_r} * r!$

1.9.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $_nP_r = 336$ ಮತ್ತು $_nC_r = 56$ ಆದರೆ n ಮತ್ತು r ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\frac{_nP_r}{_nC_r} = r!$$

$$\therefore r! = \frac{336}{56} = 6 = 3*2*1 = 3!$$

$\therefore$ r=3

$_nP_r = n(n-1)(n-2) \, . \, . \, (n-r+1)$ ಇಲ್ಲಿ r=3

$\therefore (n-r+1) = (n-3+1) = (n-2)$

$\therefore {_nP_3} = n(n-1)(n-2) = 336 = 8*7*6$

$\therefore$ n= 8

1.9.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2 : ಒಂದು ರಾಜನ ಅರಮನೆಯಲ್ಲಿ 8 ವಿಧಗಳ ಆಂದವಾದ ಜಾಡಿಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು? (ಲೀಲಾವತಿ. ಶ್ಲೋಕ 116)

ಪರಿಹಾರ:

ಒಟ್ಟು ಜಾಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (n) = 8

ಸಂ.	ಜೋಡಿಸುವ ಕ್ರಮ	
1	1 ಜಾಡಿಯನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಕ್ರಮಗಳು	${}_{8}C_{1}$
2	2 ಜಾಡಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಕ್ರಮಗಳು	${}_{8}C_{2}$
3	3 ಜಾಡಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಕ್ರಮಗಳು	${}_{8}C_{3}$
4,5,6	-------------	
7	7 ಜಾಡಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಕ್ರಮಗಳು	${}_{8}C_{7}$
8	8 ಜಾಡಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಕ್ರಮಗಳು	${}_{8}C_{8}$

ಒಟ್ಟು ಜೋಡಿಸಬಹುದಾದ ಕ್ರಮಗಳು = ${}_{8}C_{1} + {}_{8}C_{2} + \ldots + {}_{8}C_{7} + {}_{8}C_{8} = 255 = 2^{8} - 1$

1.9.3 ಸಮಸ್ಯೆ 3 : ಒಂದು ವೈವಾಹಿಕ ವೇದಿಕೆಯು ಗಂಡು ಹೆಣ್ಣುಗಳ ವಿವಾಹ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಮಾಡುವ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಸದ್ಯಕ್ಕೆ 5 ಹೆಣ್ಣು ಮತ್ತು 4 ಹುಡುಗರು ವಿವಾಹ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಗಾಗಿ ನೊಂದಾಯಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ಇಬ್ಬರು ಹುಡುಗರು ಮತ್ತು ಇಬ್ಬರು ಹುಡುಗಿಯರ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯನ್ನು ಅವರು ಎಷ್ಟು ವಿಧದಲ್ಲಿ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯ?

ಪರಿಹಾರ:

1) ವೇದಿಕೆಯಲ್ಲಿ 4 ಹುಡುಗರಿದ್ದಾರೆ. ಅವರಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವ ವಿಧಾನಗಳು:

$${}_4C_2 = \frac{{}_4P_2}{2!} = \frac{4*3}{2} = 6$$

2) ವೇದಿಕೆಯಲ್ಲಿ 5 ಹುಡುಗಿಯರಿದ್ದಾರೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವ ವಿಧಗಳು:

$${}_5C_2 = \frac{{}_5P_2}{2!} = \frac{5*4}{2} = 10$$

ಮೇಲಿನ 6 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಇಬ್ಬಿಬ್ಬರು ಹುಡುಗರ ಗುಂಪನ್ನು 10 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಇಬ್ಬಿಬ್ಬರು ಹುಡುಗಿಯರ ಗುಂಪಿನೊಂದಿಗೆ ಜತೆಗೂಡಿಸಬಹುದು.

$\therefore$ ಒಟ್ಟು ಮಾಡಬಹುದಾದ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಗಳು = 6*10 = 60

1.9.3 ಸಮಸ್ಯೆ 4 : ಒಂದು ತಂಡದಲ್ಲಿ 10 ಆಟಗಾರರಿದ್ದಾರೆ. ಒಂದು ಛಾಯಾ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 6 ಜನರ ಫೋಟೋ ಬರಲು ಸಾಧ್ಯ ತಂಡದ ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕರು ಎಲ್ಲಾ ಫೋಟೋದಲ್ಲೂ ಇರಬೇಕು. ಒಬ್ಬ ಚಿತ್ರಕಾರನ ಹತ್ತಿರ ಎಲ್ಲಾ ಫೋಟೋಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಅವುಗಳ ಅಂದಾಜು ಬೆಲೆ ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಹೇಳುವರು. ಫೋಟೋ ಪ್ರತಿಗೆ ರೂ. 22 ತಗಲುವುದಾದರೆ ಛಾಯಾಚಿತ್ರಗಾರನು ಕೊಟ್ಟ ಅಂದಾಜು ವೆಚ್ಚ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕರು ಎಲ್ಲಾ ಫೋಟೋದಲ್ಲೂ ಇರಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ನಾವು 5 ಜನರ ತಂಡ ಮಾಡಬೇಕು.

$\therefore$ n =10, r=5

10 ಜನರಲ್ಲಿ 5 ಜನರ ತಂಡಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದಾದದ್ದು $= {}_{10}C_5$

$$= \frac{{}_{10}P_5}{5!}$$

$$= \frac{10*9*8*7*6}{5*4*3*2*1}$$

= 9*4*7 =252 ಚಿತ್ರಗಳು

ಛಾಯಾಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು = 252*22= ರೂ. 5, 544

1.9.3 ಸಮಸ್ಯೆ 5 : ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಮುಂದೆ ಹೇಳುವ ಪ್ರತಿ ವಿಷಯಕ್ಕೂ ಒಬ್ಬರು ಅದ್ಯಾಪಕರಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತ, ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ, ಸಾಮಾನ್ಯವಿಜ್ಞಾನ, ನೀತಿಶಾಸ್ತ್ರ, ಇಂಗ್ಲಿಷ್, ಕಲೆ, ಕನ್ನಡ, ದೈಹಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ. ಇವರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬರು ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರು.

(a) 5 ಜನರ ಎಷ್ಟು ಸಮಿತಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು?

(b) ಎಷ್ಟು ಸಮಿತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರು ಇರುವುದಿಲ್ಲ?

ಪರಿಹಾರ:

ಒಟ್ಟು ಅದ್ಯಾಪಕರ ಸಂಖ್ಯೆ (n) = 8

ಸಮಿತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಅಧ್ಯಾಪಕರು (r) = 5

$\therefore$ ಮಾಡಬಹುದಾದ ಒಟ್ಟು ಸಮಿತಿಗಳು = ${}_8C_5 = \dfrac{8!}{(8-5)!*5!} = \dfrac{8*7*6*5!}{3!*5!} = \dfrac{8*7*6}{6} = 56$

ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರು ಸಮಿತಿಯಲ್ಲಿರಬೇಕಾದರೆ, ಉಳಿದ ಅಧ್ಯಾಪಕರು = 7

$\therefore$ ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸಂಖ್ಯೆ (n) = 7.

ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರು ಈಗಾಗಲೇ ಸಮಿತಿಯ ಸದಸ್ಯರಾದ್ದರಿಂದ, ಈಗ ನಾವು 4 ಜನರ ಸಮಿತಿ ಮಾಡಬೇಕು. (r) = 4.

$\therefore$ ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರು ಇರುವ ಸಮಿತಿಗಳು = ${}_7C_4 = \dfrac{7!}{(7-4)!*4!} = \dfrac{7*6*5*4!}{3!*4!} = \dfrac{7*6*5}{6} = 35$

ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರಿಲ್ಲದ ಸಮಿತಿಗಳು = ಒಟ್ಟು ಸಮಿತಿಗಳು-ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರಿರುವ ಸಮಿತಿಗಳು

= 56-35 = 21

1.9.3 ಸಮಸ್ಯೆ6 : ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಸರಳರೇಖಾಗತವಲ್ಲದ 20 ಬಿಂದುಗಳಿವೆ. ಎಷ್ಟು (a) ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ (b) ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು, ಈ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ಎಳೆಯಬಹುದು?

ಪರಿಹಾರ:

ಸರಳರೇಖಸ್ಥವಲ್ಲದ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ: (n=20)

ಸರಳರೇಖೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಬಿಂದುಗಳು 2 (r=2),

ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಸರಳರೇಖೆಗಳು

$$= {}_{20}C_2 = \frac{20!}{(20-2)!*2!} = \frac{20*19*18!}{18!*2!}$$

$$= \frac{20*19}{2} = 190$$

ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆ ಬೇಕಾದ ಬಿಂದುಗಳು: r=3

ರಚಿಸಬಹುದಾದ ತ್ರಿಕೋನಗಳು

$$= {}_{20}C_3 = \frac{20!}{(20-3)!*3!} = \frac{20*19*18*17!}{17!*3!}$$

$$= \frac{20*19*18}{6} = 1,140$$