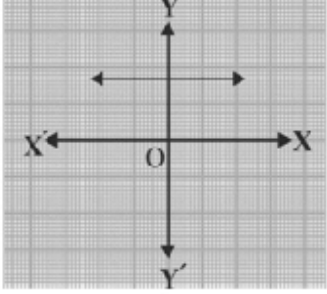
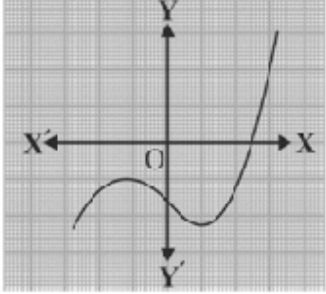
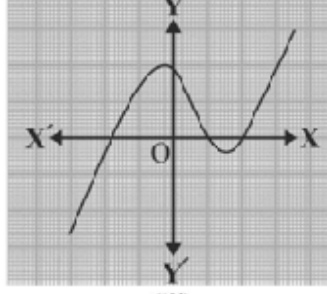
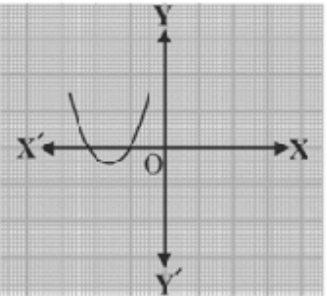
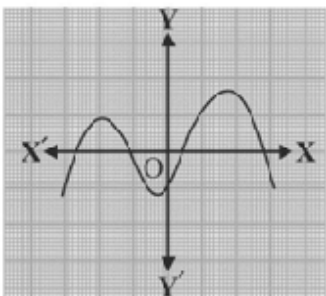
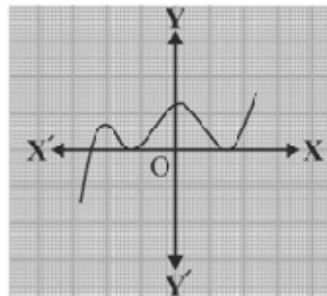


ಅಭ್ಯಾಸ 9.1

9.1.1. $y = p(x)$ ದ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಚಿತ್ರ 9.10 ರಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ್ದು, ಇಲ್ಲಿ $p(x)$ ಎಂಬುದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿಯೂ $p(x)$ ದ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

 <p style="text-align: center;">(i)</p>	 <p style="text-align: center;">(ii)</p>	 <p style="text-align: center;">(iii)</p>
<p>ಸಮೀಕರಣದ ರೇಖೆಯು X ಅಕ್ಷವನ್ನು ಕಡಿಯದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿಲ್ಲ</p>	<p>ಸಮೀಕರಣದ ರೇಖೆಯು X ಅಕ್ಷವನ್ನು ಒಂದೇ ಕಡೆ ಕಡಿಯುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ 1 ಶೂನ್ಯತೆಯಿದೆ</p>	<p>ಸಮೀಕರಣದ ರೇಖೆಯು X ಅಕ್ಷವನ್ನು ಮೂರು ಕಡೆ ಕಡಿಯುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ 3 ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿವೆ</p>
 <p style="text-align: center;">(iv)</p>	 <p style="text-align: center;">(v)</p>	 <p style="text-align: center;">(vi)</p>
<p>ಸಮೀಕರಣದ ರೇಖೆಯು X ಅಕ್ಷವನ್ನು ಎರಡು ಕಡೆ ಕಡಿಯುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ 2 ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿವೆ</p>	<p>ಸಮೀಕರಣದ ರೇಖೆಯು X ಅಕ್ಷವನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಕಡೆ ಕಡಿಯುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ 4 ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿವೆ</p>	<p>ಸಮೀಕರಣದ ರೇಖೆಯು X ಅಕ್ಷವನ್ನು ಒಂದು ಕಡೆ ಕಡಿದು ಎರಡು ಕಡೆ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ $3(=1+2)$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿವೆ</p>

ಅಭ್ಯಾಸ 9.2

9.2.1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ

ಇಲ್ಲಿ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ax^2+bx+c ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರಲಿ. ಆಗ a , b ಮತ್ತು c ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ x^2 ನ ಸಹಗುಣಕ, x ನ ಸಹಗುಣಕ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳು ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಹಂತ ↓	ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
1	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ →	$x^2 - 2x - 8$	$4s^2 - 4s + 1$	$6x^2 - 3 - 7x$	$4u^2 + 8u$	$t^2 - 0t - 15$	$3x^2 - x - 4$
2	ಪದಗಳ ವಿಭಜನೆ	$x^2 - 4x + 2x - 8$	$(2s)^2 - 2(2s) + 1$	$6x^2 - 9x + 2x - 3$	$4u^2 + 8u + 0$	$t^2 - (\sqrt{15})^2$	$3x^2 - 4x + 3x - 4$
3	ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ	$x(x-4) + 2(x-4)$ $= (x-4)(x+2)$	$(2s-1)^2$	$3x(2x-3) + 1(2x-3)$ $= (2x-3)(3x+1)$	$4u(u+2)$	$(t + \sqrt{15})(t - \sqrt{15})$	$x(3x-4) + 1(3x-4)$ $= (3x-4)(x+1)$
4	ಸಮೀಕರಣಗಳು	$(x-4)=0$ & $(x+2)=0$	$(2s-1)=0$ & $(2s-1)=0$	$(3x+1)=0$ & $(2x-3)=0$	$4u=0$ & $u+2=0$	$t + \sqrt{15} = 0$ & $t - \sqrt{15} = 0$	$3x-4=0$ & $x+1=0$
5	ಶೂನ್ಯತೆಗಳು	4 & -2	$\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$ & $\frac{3}{2}$	0 & -2	$-\sqrt{15}$ & $\sqrt{15}$	$\frac{4}{3}$ & -1
6	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ	$2 = \frac{-(-2)}{1} =$ $\frac{-b}{a}$	$1 = \frac{-(-4)}{4} =$ $\frac{-b}{a}$	$-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{-2+9}{6}$ $= -\frac{7}{6} = \frac{-b}{a}$	$-2 = \frac{-8}{4} =$ $\frac{-b}{a}$	$0 = \frac{0}{1} = \frac{-b}{a}$	$\frac{4}{3} + -1 = \frac{4-3}{3}$ $= \frac{1 - (-1)}{3} = \frac{-b}{a}$
7	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ	$-8 = \frac{-8}{1} = \frac{c}{a}$	$\frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{c}{a}$	$-\frac{1}{3} * \frac{3}{2} = \frac{-3}{6} = \frac{c}{a}$	$0 = \frac{0}{4} = \frac{c}{a}$	$-15 = \frac{-15}{1} = \frac{c}{a}$	$-\frac{4}{3} = \frac{-4}{3} = \frac{c}{a}$

9.2.2. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಹಾಗೂ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ax^2+bx+c ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರಲಿ ಹಾಗೂ ಅದರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು a ಮತ್ತು B ಆಗಿರಲಿ.

	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $a+B$	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $a*B$	ಮೊದಲ ನಿರ್ಧಾರ	$a=$	$b=$	$c=$	ax^2+bx+c
(i)	$\frac{1}{4} = \frac{-b}{a}$	$-1 = \frac{-4}{4} = \frac{c}{a}$	$\frac{-b}{a}$	4	-1	-4	$4x^2-x-4$
(ii)	$\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \frac{-b}{a}$	$\frac{1}{3} = \frac{c}{a}$	$\frac{c}{a}$	3	$-3\sqrt{2}$	1	$3x^2-3\sqrt{2}x+1$
(iii)	$0 = \frac{-b}{a}$	$\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \frac{c}{a}$	$\frac{-b}{a}$	1	0	$\sqrt{5}$	$x^2 + \sqrt{5}$
(iv)	$1 = \frac{1}{1} = \frac{-b}{a}$	$1 = \frac{1}{1} = \frac{c}{a}$	$\frac{c}{a}$	1	-1	1	x^2-x+1
(v)	$4 = \frac{4}{1} = \frac{-b}{a}$	$1 = \frac{1}{1} = \frac{c}{a}$	$\frac{c}{a}$	1	-4	1	x^2-4x+1

A Project of www.eshale.org

ಅಭ್ಯಾಸ 9.3

9.3.1. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿಯೂ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $p(x)$ ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $g(x)$ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

No	$p(x)$	$g(x)$	ಭಾಗಾಕಾರ	ಭಾಗಲಬ್ಧ	ಶೇಷ
(i)	$x^3 - 3x^2 + 5x - 3$	$x^2 - 2$	$\begin{array}{r} x - 3 \\ x^2 - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 5x - 3} \\ (-) \underline{x^3 } \\ - 3x^2 + 7x - 3 \\ (-) \underline{- 3x^2 } \\ 0 + 7x - 9 \end{array}$	$x-3$	$7x-9$
(ii)	$x^4 - 3x^2 + 4x + 5$	$x^2 + 1 - x$	$\begin{array}{r} x^2 + x - 3 \\ x^2 - x + 1 \overline{) x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 4x + 5} \\ (-) \underline{x^4 - x^3 + x^2} \\ x^3 - 4x^2 + 4x + 5 \\ (-) \underline{x^3 - x^2 + x} \\ - 3x^2 + 3x + 5 \\ (-) \underline{- 3x^2 + 3x - 3} \\ 0 \quad 0 \quad 8 \end{array}$	x^2+x-3	8
(iii)	$x^4 - 5x + 6$	$2 - x^2$	$\begin{array}{r} -x^2 - 2 \\ -x^2 + 2 \overline{) x^4 + 0x^3 - 0x^2 - 5x + 6} \\ (-) \underline{x^4 - 2x^2} \\ 2x^2 - 5x + 6 \\ (-) \underline{2x^2 } \\ 0 - 5x + 10 \end{array}$	$-x^2-2$	$-5x+10$

9.3.2. ಎರಡನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಮೊದಲನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಹಾಗೂ ಮೊದಲನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಎರಡನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಮೊದಲನೇ	(i) $t^2 - 3$	(ii) $x^2 + 3x + 1$	(iii) $x^3 - 3x + 1$
ಎರಡನೇ	$2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$	$3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$	$x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$
	$\begin{array}{r} 2t^2 + 3t + 4 \\ t^2 - 3 \overline{) 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12} \\ (-) 2t^4 \quad - 6t^2 \\ \hline 3t^3 + 4t^2 - 9t - 12 \\ (-) 3t^3 \quad - 9t \\ \hline 4t^2 - 12 \\ (-) 4t^2 - 12 \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3x^2 - 4x + 2 \\ x^2 + 3x + 1 \overline{) 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2} \\ (-) 3x^4 + 9x^3 + 3x^2 \\ \hline - 4x^3 - 10x^2 + 2x + 2 \\ (-) - 4x^3 - 12x^2 - 4x \\ \hline 2x^2 + 6x + 2 \\ (-) 2x^2 + 6x + 2 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} x^2 - 1 \\ x^3 - 3x + 1 \overline{) x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1} \\ (-) x^5 - 3x^3 + x^2 \\ \hline - x^3 + 0 + 3x + 1 \\ (-) - x^3 + 0 + 3x - 1 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \end{array}$
ಭಾಗಲಬ್ಧ	$2t^2 + 3t + 4$	$3x^2 - 4x + 2$	$x^2 - 1$
ಶೇಷ	$0 \therefore t^2 - 3$ ಯು $2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$ ನ ಅಪವರ್ತನ	$0 \therefore x^2 + 3x + 1$ ಯು $3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$ ನ ಅಪವರ್ತನ	$2 \neq 0 \therefore x^3 - 3x + 1$ ಯು $x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$ ನ ಅಪವರ್ತನವಲ್ಲ

9.3.3. $\frac{5}{3}$ ಮತ್ತು $-\frac{5}{3}$ ಇವು $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ ರ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$p(x) = 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $\frac{5}{3}$ ಮತ್ತು $-\frac{5}{3}$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right)$ ಮತ್ತು $\left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)$ ಗಳು ಅದರ

ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

$$\Rightarrow \left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right) * \left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right) = \left(x^2 - \frac{5}{3}\right) \text{ ಯು } p(x) \text{ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.}$$

ಭಾಗಾಕಾರ:

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 6x + 3 \\ x^2 - \frac{5}{3} \overline{) 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5} \\ \underline{(-) 3x^4 \quad \quad - 5x^2} \\ 0 + 6x^3 + 3x^2 - 10x - 5 \\ \underline{(-) 6x^3 + 0 - 10x} \\ 3x^2 - 0 - 5 \\ \underline{(-) 3x^2 - 0 - 5} \\ 0 - 0 - 0 \end{array}$$

$$\text{ಭಾಗಲಬ್ಧ} \Rightarrow 3x^2 + 6x + 3$$

$$= 3(x^2 + 2x + 1)$$

$$= 3(x+1)^2$$

$$\Rightarrow \text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳು } -1 \text{ ಮತ್ತು } -1$$

9.3.4. $x^3 - 3x^2 + x + 2$ ನ್ನು $g(x)$ ಎಂಬ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $x-2$ ಮತ್ತು $-2x+4$ ಆದರೆ $g(x)$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2; \quad q(x) = (x-2) \text{ \& } r(x) = (-2x + 4)$$

$$\therefore p(x) = g(x) * q(x) + r(x)$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + x + 2$$

$$= g(x) * (x-2) + (-2x + 4)$$

$$\therefore g(x) * (x-2) = p(x) - r(x)$$

$$= (x^3 - 3x^2 + x + 2) + 2x - 4$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 2$$

ಭಾಗಾಕಾರ:

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 1 \\ x - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 3x - 2} \\ (-) \underline{x^3 - 2x^2} \\ - x^2 + 3x - 2 \\ (-) \underline{-x^2 + 2x} \\ x - 2 \\ (-) \underline{x - 2} \\ 0 0 \end{array}$$

$$\therefore g(x) = x^2 - x + 1$$

A Project of www.eShale.org

9.3.5 ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಹಾಗೂ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸುವ $p(x)$, $g(x)$, $q(x)$ ಮತ್ತು $r(x)$ ಎಂಬ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ.

$$p(x) = g(x) * q(x) + r(x)$$

(i) $p(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ = $q(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ	$p(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ = $q(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ ಆಗಬೇಕಾದರೆ $r(x)$ ನಲ್ಲಿ x ಇರದೇ ಕೇವಲ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಇರಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $p(x) = 3x^4 + 6x^2 + 9x + 15$ ಮತ್ತು $g(x) = 3$ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $p(x) = 3x^4 + 6x^2 + 9x + 15 = 3(x^4 + 2x^2 + 3x + 5) + 0$ $p(x) = g(x) * q(x) + r(x) \Rightarrow p(x) \text{ ನ ಡಿಗ್ರಿ} = q(x) \text{ ನ ಡಿಗ್ರಿ} = 4$
(ii) $q(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ = $r(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ	ಉದಾಹರಣೆಗೆ $p(x) = x^4 + x^2$ ಮತ್ತು $g(x) = x^2$ ಮತ್ತು $q(x) = x^2$ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $p(x) = x^4 + x^2 = x^2 * x^2 + x^2$ $p(x) = g(x) * q(x) + r(x) \Rightarrow q(x) \text{ ನ ಡಿಗ್ರಿ} = r(x) \text{ ನ ಡಿಗ್ರಿ} = 2$
(iii) $r(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ = 0	$r(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ = 0 ಆಗಬೇಕಾದರೆ $r(x)$ ನಲ್ಲಿ x ಇರದೇ ಕೇವಲ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಇರಬೇಕು ಉದಾಹರಣೆಗೆ $p(x) = x^6 + 1$ ಮತ್ತು $g(x) = x^4$ ಮತ್ತು $q(x) = x^2$ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $p(x) = x^6 + 1 = x^4 * x^2 + 1$ $p(x) = g(x) * q(x) + r(x) \Rightarrow r(x) \text{ ನ ಡಿಗ್ರಿ} = 0$

ಅಭ್ಯಾಸ 9.4

9.4.1. ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅವುಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಹಾಗೂ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

	(i)	(ii)
$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \rightarrow$	$2x^3 + x^2 - 5x + 2$	$x^3 - 4x^2 + 5x - 2$
ದತ್ತ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $a, B, \gamma \rightarrow$	$\frac{1}{2}, 1, -2$	$2, 1, 1$
$p(x)$ ನ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕಗಳು	$a=2; b=1, c=-5$ & $d=2$	$a=1; b=-4; c=5$ & $d=-2$
ಮೊದಲ ಶೂನ್ಯತೆ $a \rightarrow$	$\frac{1}{2}$	2
$p(a)$	$p\left(\frac{1}{2}\right) = 2 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} + \frac{1}{2} * \frac{1}{2} - 5 * \frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2 = \frac{1+1-5+4}{2} = 0$	$p(2) = 2^3 - 4 * 2^2 + 5 * 2 - 2 = 0$
ಎರಡನೇ ಶೂನ್ಯತೆ $B \rightarrow$	1	1
$p(B)$	$p(1) = 2 + 1 - 5 + 2 = 0$	$p(1) = 1^3 - 4 * 1^2 + 5 * 1 - 2 = 0$
ಮೂರನೇ ಶೂನ್ಯತೆ $\gamma \rightarrow$	-2	1
$p(\gamma)$	$p(-2) = 2 * (-8) + 4 + 10 + 2 = 0$	$p(1) = 1^3 - 4 * 1^2 + 5 * 1 - 2 = 0$
$a+B+\gamma$	$\frac{1}{2} * 1 + (-2) = \frac{-1}{2} = \frac{-b}{a}$	$2 + 1 + 1 = 4 = \frac{-(-4)}{1} = \frac{-b}{a}$
$aB+B\gamma+\gamma a$	$\frac{1}{2} * 1 + 1 * (-2) + (-2) * \frac{1}{2} = \frac{-5}{2} = \frac{c}{a}$	$2 * 1 + 1 * 1 + 1 * 2 = 5 = \frac{5}{1}$
$aB\gamma$	$\frac{1}{2} * 1 * (-2) = -1 = \frac{-2}{2} = \frac{-d}{a}$	$2 * 1 * 1 = 2 = \frac{-(-2)}{1} = \frac{-d}{a}$

9.4.2. ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 2, ಎರಡೆರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಮೊತ್ತ -7 ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ -14 ಆಗಿರುವಂತಹ ಒಂದು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ax^3+bx^2+cx+d ಮತ್ತು ಅದರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α, β, γ ಆಗಿರಲಿ.

$$\alpha+\beta+\gamma=\frac{-b}{a}=2=\frac{2}{1} \text{-----(1)}$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}=-7=\frac{-7}{1} \text{-----(2)}$$

$$\alpha\beta\gamma=\frac{-d}{a}=-14=\frac{-14}{1} \text{-----(3)}$$

ಮೇಲಿನ ಮೂರು ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ $\Rightarrow a=1, b=-2, c=-7, d=14$ ಒಂದು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $x^3-2x^2-7x+14$

9.4.3. $a-b, a, a+b$ ಗಳು x^3-3x^2+x+1 ಎಂಬ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ x^3-3x^2+x+1 ಯು px^3+qx^2+rx+s ರೀತಿಯಲ್ಲಿದೆ ಎಂದಾಗ $p=1, q=-3, r=1$ & $s=1$

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ} = (a-b)+a+(a+b)=3a=\frac{-q}{p}=3 \Rightarrow a=1$$

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ} = (a-b)*a*(a+b)=\frac{-r}{p}=-1 \text{ ಇಲ್ಲಿ } a=1 \text{ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ } (1-b)*1*(1+b)=-1 \Rightarrow 1-b^2=-1 \Rightarrow$$

$$b^2=2 \therefore b=\pm\sqrt{2} \Rightarrow b=\sqrt{2} \text{ Or } b=-\sqrt{2}$$

9.4.4. $2 \pm \sqrt{3}$ ಇವು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$ ರ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ, ಉಳಿದ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$2+\sqrt{3}$ & $2-\sqrt{3}$ ಇವು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳು $x-(2+\sqrt{3})$ & $x-(2-\sqrt{3}) \Rightarrow \{(x-2)-\sqrt{3}\}$ & $\{(x-2)+\sqrt{3}\}$

$$\therefore \text{ಯಾವುದೇ ಒಂದು } g(x) \text{ ಗೆ } (x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35) = g(x) * \{(x-2)-\sqrt{3}\} * \{(x-2)+\sqrt{3}\}$$

$$= g(x) * \{(x-2)^2 - (\sqrt{3})^2\} = g(x) * \{x^2 - 4x + 4 - 3\}$$

$\Rightarrow \{x^2 - 4x + 1\}$ ಎನ್ನುವುದು ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಭಾಗಾಕಾರ:

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x - 35 \\ x^2 - 4x + 1 \overline{) x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35} \\ (-) x^4 - 4x^3 + \quad x^2 \\ \hline - 2x^3 - 27x^2 + 138x - 35 \\ (-) - 2x^3 - \quad 8x^2 - \quad 2x \\ \hline - 35x^2 + 140x - 35 \\ (-) - 35x^2 + 140x - 35 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - 35 \\ & = x^2 - 7x + 5x - 35 \\ & = x(x-7) + 5(x-7) \\ & = (x-7)(x+5) \end{aligned}$$

$\Rightarrow x=7$ & $x=-5$ ಗಳೂ ಕೂಡ ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಉಳಿದ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳು.

9.4.5. $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$ ಎಂಬ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು $x^2 - 2x + k$ ಎಂಬ ಬಹು ಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಶೇಷವು $x + a$ ಆದರೆ k ಮತ್ತು a ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$p(x) - r(x) = g(x) * q(x)$$

$$x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10 - (x + a) = g(x)(x^2 - 2x + k)$$

$(x^2 - 2x + k)$ ಎನ್ನುವುದು $(x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 26x + 10 - a)$ ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ

ಭಾಗಾಕಾರ:

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 4x + (8 - k) \\
 x^2 - 2x + k \overline{) x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 26x + 10 - a} \\
 \underline{(-) x^4 - 2x^3 + kx^2} \\
 - 4x^3 + (16 - k)x^2 - 26x + 10 - a \\
 \underline{(-) - 4x^3 \quad 8x^2 - 4kx} \\
 (8 - k)x^2 - (26 - 4k)x + 10 - a \\
 \underline{(-) (8 - k)x^2 - (16 - 2k)x + 8k - k^2} \\
 (-10 + 2k)x + (10 - a - 8k + k^2)
 \end{array}$$

$(x^2 - 2x + k)$ ಎನ್ನುವುದು $(x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 26x + 10 - a)$ ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುವುದರಿಂದ ಶೇಷ $(-10 + 2k)x + (10 - a - 8k + k^2) = 0$

$$\Rightarrow (i) (-10 + 2k) = 0 \text{ \& (ii) } (10 - a - 8k + k^2) = 0$$

$$(i) (-10 + 2k) = 0$$

$$\Rightarrow 2k - 10 = 0$$

$$\therefore k = 5$$

$$(ii) (10 - a - 8k + k^2) = 0$$

$$\Rightarrow 10 - a - 8 * 5 + 5^2 = 0$$

$$\Rightarrow 10 - a - 40 + 25 = 0$$

$$\therefore a = 10 - 40 + 25 = -5$$