

2.10 ಬಹುಪದಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ:

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ: ಭಾಜ್ಯ = (ಭಾಗಲಭ್ಯ * ಭಾಜಕ) + ಶೇಷ.

ಈ ಮೇಲಿನ ಸಂಬಂಧ ಬಹುಪದಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

2.10.1 ಏಕಪದವನ್ನು ಏಕಪದದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು:

2.10.1 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $12m^3 n^5$ ನ್ನು $4 m^2 n$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ಹಂತ 1: } 12m^3 n^5 \div 4 m^2 n = \left(\frac{12}{4}\right) * \frac{m^3 n^5}{m^2 n}$$

ಹಂತ 2:

$$\frac{12}{4} = 3,$$

ಹಂತ 3:

$$\frac{m^3 n^5}{m^2 n} = m^{3-2} n^{5-1} = m n^4$$

$$\therefore 12m^3 n^5 \div 4 m^2 n = 3 m n^4$$

ತಾಳೆ:

$$(\text{ಭಾಗಲಭ್ಯ * ಭಾಜಕ}) + \text{ಶೇಷ} = 3 m n^4 * 4 m^2 n + 0 = 12 m^{2+1} n^{1+4} = 12m^3 n^5 \text{ (ದತ್ತ ಭಾಜ್ಯ)}$$

2.10.1 ಸಮಸ್ಯೆ 2 : $57x^2y^2z^2$ ನ್ನು $19xyz$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಹಂತ 1 :

$$57x^2y^2z^2 \div 19xyz = \left(\frac{57}{19}\right) * \frac{x^2y^2z^2}{xyz}$$

ಹಂತ 2:

$$\frac{57}{19} = 3$$

ಹಂತ 3:

$$\frac{x^2y^2z^2}{xyz} = x^{2-1}y^{2-1}z^{2-1} = xyz$$

$$57x^2y^2z^2 \div 19xyz = \left(\frac{57}{19}\right) * \frac{x^2y^2z^2}{xyz} = 3xyz$$

ತಾಳಿ:

$$(ಭಾಗಲಬ್ಧ * ಭಾಜಕ) + ಶೇಷ = (3xyz * 19xyz) + 0 = (3 * 19) * xyz * xyz + 0 = \\ 57x^{1+1}y^{1+1}z^{1+1} + 0 = 57x^2y^2z^2 \text{ (ದತ್ತ ಭಾಜ್ಯ)}$$

ಈ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರದಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು:

3 ಎನ್ನು ವುದು $\frac{57}{19}$ ಅಂದರೆ ಏಕ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯಾಸಹಿತಗಳ ಭಾಗಲಬ್ಧ.

ಅದೇರೀತಿ xyz ಎಂಬುದು ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಭಾಗಲಬ್ಧ.

ಏಕಪದವನ್ನು ಏಕಪದದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ಅನುಸರಿಸುವ ಹಂತಗಳು:

ಭಾಗಲಭ್ಯವು ಸಂಖ್ಯೆ ಸಹಗುಣಕ ಮತ್ತು ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಎನ್ನುವ ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಅವುಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುವ ಬಗೆ ಹೇಗೆ?

1. ಎರಡು ಏಕಪದಗಳ ಭಾಗಲಭ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಸಹಗುಣಕವು ಆ ಎರಡು ಏಕಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಹಗುಣಕಗಳ ಭಾಗಲಭ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮುದ್ದಿಯಾಗಿ ಉಂಟಾಗಬಹುದು.
2. ಎರಡು ಏಕಪದಗಳ ಭಾಗಲಭ್ಯದ ಚರಾಕ್ಷರ ಭಾಗವು ಆ ಎರಡು ಏಕಪದಗಳ ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಭಾಗಲಭ್ಯವೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

2.10.2 ಒಹುಪದವನ್ನು ಏಕಪದದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು:

2.10.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $402^3 m^2 n^2 - 603^2 m^2 n - 804^2 m^3 n^4$ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಯನ್ನು $(-201^2 m^2)$ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$402^3 = (2 \times 201)^3 = (2)^3 \times (201)^3, 603^2 = (3 \times 201)^2 = (3)^2 \times (201)^2, 804^2 = (4 \times 201)^2 = (4)^2 \times (201)^2$$

$$\therefore [402^3 m^2 n^2 - 603^2 m^2 n - 804^2 m^3 n^4] \div (-201^2 m^2)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2^3 * 201^3 m^2 n^2 - 3^2 * 201^2 m^2 n - 4^2 * 201^2 m^3 n^4}{-201^2 m^2} \\ &= -[(2)^3 * (201) n^2 - (3)^2 * n - (4)^2 * m^1 n^4] = - (8 * 201 * n^2 - 9n - 16mn^4) \end{aligned}$$

ತಾಳಿ:

$$\begin{aligned} &(\text{ಭಾಗಲಬ್ಧ} * \text{ಭಾಜಕ}) + \text{ಶೇಷ} = [- (8 * 201 * n^2 - 9n - 16mn^4)] * (-201^2 m^2) + 0 \\ &= +(201^2 m^2) * (8 * 201 * n^2 - 201^2 m^2 * 9n - 201^2 m^2 * 16mn^4) + 0 \\ &= 8 * 201^3 m^2 n^2 - 9 * 201^2 m^2 * 201^2 m^2 * n - 16 * 201^2 m^2 * 201^2 m^2 * n^4 \\ &= 2^3 * 201^3 m^2 n^2 - 3^2 * 201^2 m^4 n - 4^2 * 201^2 m^3 n^4 \\ &= (2 * 201)^3 m^2 n^2 - (3 * 201)^2 m^2 n - (4 * 201)^2 m^3 n^4 \\ &= 402^3 m^2 n^2 - 603^2 m^2 n - 804^2 m^3 n^4 \\ &= \text{ಭಾಜ್ಯ} \end{aligned}$$

2.10.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2 : $2a^4 b^3 + 8a^2 b^2$ ವನ್ನು $2ab$ ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$(2a^4 b^3 + 8a^2 b^2) \div 2ab = (2a^4 b^3 \div 2ab) + (8a^2 b^2 \div 2ab) = a^3 b^2 + 4a b$$

ತಾಳಿ:

$$(\text{ಭಾಗಲಬ್ಧ} * \text{ಭಾಜಕ}) + \text{ಶೇಷ} = (a^3 b^2 + 4a b) * 2ab + 0 = 2a^4 b^3 + 8a^2 b^2 \text{ (ದತ್ತ ಭಾಜ್ಯ)}$$

ಒಮ್ಮೆ ಪದವನ್ನು ಏಕ ಪದದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ಅನುಸರಿಸುವ ಹಂತಗಳು:

1. ಒಮ್ಮೆ ಪದದ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಏಕ ಪದದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.
2. ಈ ರೀತಿ ಪಡೆದ ಭಾಗಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ. (ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ).

2.10.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $7+x^3-6x$ (ತ್ರಿಪದ)ವನ್ನು ಒಂದು ದ್ವಿಪದ $x+1$ ಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಭಾಜ್ಯವು 3ನೇ ಫಾತದ ಬೀಜೋಕ್ತೀ, ಭಾಜಕವು 1ನೇ ಫಾತದ ದ್ವಿಪದ

ಹಂತ	ವಿಧಾನ	
1	ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಫಾತ ಸೂಚಿಯ ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆ.	
2	ಯಾವುದೇ ಫಾತದ ಬೀಜ ಪದ ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಸಂಶ್ಯಾಸಹಗುಣಕ '0' ಹಾಕಿ, $x^3 - 6x + 7$ ನ್ನು ($x^3 + 0x^2 - 6x + 7$) ಎಂದು ಬರೆ.	
3	ಭಾಜ್ಯದ ಮೊದಲ ಪದವನ್ನು ಭಾಜಕದ ಮೊದಲ ಪದದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ($x^3 \div x = x^2$). ಆದ್ದರಿಂದ x^2 ವು ಭಾಗಲಭ್ಯ ಮೊದಲನೇ ಪದ ಇದನ್ನು ಮೇಲ್ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆ.	$\begin{array}{r} x^2-x-5 \\ x+1) x^3 + 0x^2 - 6x + 7 \\ (-) \underline{x^3+x^2} \\ (=) \quad -x^2 - 6x \\ (-) \quad \underline{-x^2 - x} \\ (=) \quad -5x + 7 \\ (-) \quad \underline{-5x - 5} \\ (=) \quad \quad \quad 12 \end{array}$
4	ಭಾಜಕವನ್ನು ಭಾಗಲಭ್ಯ ಮೊದಲ ಪದ (x^2) ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಭಾಜ್ಯದ ಕೆಳಗೆ ಬರೆ ($= x^3 + x^2$)	
5	ಹಂತ 4ರಲ್ಲಿ ಬಂದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಭಾಜ್ಯದಿಂದ ಕಡೆ. $(x^3 + 0x^2) - (x^3 + x^2) = -x^2$	
6	ಭಾಜ್ಯದ ಮುಂದಿನ ಪದವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ($= -6x$) ಹಂತ 5 ರ ಉತ್ತರದ ಮುಂದೆ ಬರೆ. ಆಗ $(-x^2 - 6x)$, ಹೊಸ ಭಾಜ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.	
7	ಹಂತ 3 ರಿಂದ 6 ರವರೆಗಿನದ್ದನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ, ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ.	
8	ಶೇಷದ ಫಾತ ಸೂಚಿಯು ಭಾಜಕದ ಫಾತ ಸೂಚಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ ಭಾಗಾಕಾರ ಶ್ರೀಯೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿ.	

ತಾಳಿ:

$$\begin{aligned}
 & (\text{ಭಾಗಲಭ್ಯ} * \text{ಭಾಜಕ}) + \text{ಶೇಷ} = (x+1) * (x^2 - x - 5) + 12 = x * (x^2 - x - 5) + 1 * (x^2 - x - 5) + 12 \\
 & = (x^3 - x^2 - 5x) + (x^2 - x - 5) + 12 = x^3 - x^2 + x^2 - 5x - x - 5 + 12 = x^3 - 0x^2 - 6x + 7 = x^3 - 6x + 7 \text{ (ದತ್ತ ಭಾಜ್ಯ)}
 \end{aligned}$$

2.10.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2: $x^5 - 9x^2 + 12x - 14$ ನ್ನು $x - 3$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಭಾಜ್ಯವು ಫಾತಾಂಶದ ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿಯೇ ಇದೆ. ಆದರೆ ಬಹುಪದದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದ x ನ ಫಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಸೊನ್ನೆ ಸಂಖ್ಯಾಸಹಗುಣಕ ಸೇರಿಸಿ ಬರೆಯಬೇಕು.

$$\text{ಭಾಜ್ಯ: } x^5 - 9x^2 + 12x - 14 = x^5 + 0x^4 + 0x^3 - 9x^2 + 12x - 14$$

ಭಾಜಕವು ಫಾತಾಂಕದ ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿಯೇ ಇದೆ.

$$\begin{array}{r} x^4 + 3x^3 + 9x^2 + 18x + 66 \\ \hline x - 3) x^5 + 0x^4 + 0x^3 - 9x^2 + 12x - 14 \\ - | x^5 - 3x^4 \\ \hline = | 3x^4 + 0x^3 \\ - | 3x^4 - 9x^3 \\ \hline = | 9x^3 - 9x^2 \\ - | 9x^3 - 27x^2 \\ \hline = | 18x^2 + 12x \\ - | 18x^2 - 54x \\ \hline = | 66x - 14 \\ - | 66x - 198 \\ \hline = 184 \end{array}$$

ತಾಳಿ:

ಭಾಗಲಭ್ವವನ್ನು ಭಾಜ್ಯದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಶೇಷವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ತಾಳಿ ನೋಡಿ.

2.10.3 ಸಮಸ್ಯೆ 3: $(6p^3 - 19p^2 - 8p)$ ಯನ್ನು $(p^2 - 4p + 2)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\begin{array}{r}
 6p+5 \\
 \overline{p^2 - 4p + 2) \Big| 6p^3 - 19p^2 - 8p} \\
 (-) \quad | \underline{6p^3 - 24p^2 + 12p} \quad \rightarrow \text{---- (1)} \quad \{ = 6p * (p^2 - 4p + 2) \} \\
 (=) \quad | \underline{+ 5p^2 - 20p} \quad \rightarrow \text{----(2)} \quad \{ \text{ಬೀಜೋರ್ತಿ (1) ನ್ನು ಭಾಜ್ಯಿಸಿದ } \text{ಕಳೆಯಿರಿ} \} \\
 (-) \quad | \underline{5p^2 - 20p + 10} \quad \rightarrow \text{----(3)} \quad \{ = 5 * (p^2 - 4p + 2) \} \\
 (=) \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \rightarrow \text{ಶೇಷ} \quad \{ \text{ಬೀಜೋರ್ತಿ (3) ರಿಂದ (2) ನ್ನು } \text{ಕಳೆಯಿರಿ} \}
 \end{array}$$

ತಾಳಿ:

$$\begin{aligned}
 (\text{ಭಾಗಲಭ} \times \text{ಭಾಜಕ}) &= (6p+5) * (p^2 - 4p + 2) = 6p * p^2 + 6p(-4p) + 6p * 2 + 5 * p^2 + 5(-4p) + 5 * 2 \\
 &= 6p^3 - 24p^2 + 12p + 5p^2 - 20p + 10 = \underline{6p^3 - 19p^2 - 8p + 10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ಭಾಗಲಭ} \times \text{ಭಾಜಕ}) + \text{ಶೇಷ} &= (6p^3 - 19p^2 - 8p + 10) - 10 \\
 &= \underline{6p^3 - 19p^2 - 8p} \text{ (ದತ್ತ ಭಾಜ್ಯ)}
 \end{aligned}$$

2.10.3 ಸಮಸ್ಯೆ 4: $a^5 + b^5$ ನ್ನು $(a+b)$ ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\begin{array}{r} a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 \\ \hline a+b) a^5 + b^5 \\ (-) | a^5 + a^4b \\ (=) \quad \quad \quad - a^4b + 0 \\ (-) | -a^4b - a^3b^2 \\ (=) \quad \quad \quad a^3b^2 + 0 \\ (-) | a^3b^2 + a^2b^3 \\ (=) \quad \quad \quad - a^2b^3 + 0 \\ (-) | -a^2b^3 - ab^4 \\ (=) \quad \quad \quad ab^4 + b^5 \\ (-) | ab^4 + b^5 \\ (=) \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

ಅಭಾಷ: (ಭಾಗಲಭ್ಯ *ಭಾಜಕ) + ಶೇಷ = ಭಾಜ್ಯ ಅಗುವುದೋ ಎಂದು ನೋಡಿ.