

### ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

3.1.1. ಅಫ್ತಾಬ್ ತಮ್ಮ ಮಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ, "ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಆಗಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಏಳು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿತ್ತು. ಇನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಕೂಡಾ ಅವತ್ತಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ". (ಈ ಸಂಗತಿಯು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೆ?) ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ .

ಈಗ ಅಫ್ತಾಬ್ ವಯಸ್ಸು  $x$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಅವರ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅವರುಗಳ ವಯಸ್ಸು.	ಕ್ರಮವಾಗಿ $x-7$ ಮತ್ತು $y-7$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
2	ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಮಗಳ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ತಂದೆ ವಯಸ್ಸು ಏಳು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿತ್ತು	$x-7 = 7(y-7) = 7y-49$
3	$7y$ ಯನ್ನು ಎಡಗಡೆ ಮತ್ತು $-7$ ನ್ನು ಬಲಗಡೆ ಕೊಂಡುಹೋಗಿದೆ(ಪಕ್ಷಾಂತರಿಸಿದಾಗ)	$x-7y = -49+7 = -42$ ----- (1)
4	ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವರುಗಳ ವಯಸ್ಸು	ಕ್ರಮವಾಗಿ $x+3$ ಮತ್ತು $y+3$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
5	ಕೊಟ್ಟಿರುವಂತೆ	$x+3 = 3(y+3) = 3y+9$
6	$3y$ ಯನ್ನು ಎಡಗಡೆ ಮತ್ತು $+3$ ನ್ನು ಬಲಗಡೆ ಬಲಗಡೆ ಕೊಂಡುಹೋಗಿದೆ (ಪಕ್ಷಾಂತರ)	$x-3y = +9-3 = 6$ -----(2)
7	ಸಮೀಕರಣ (1) - ಸಮೀಕರಣ(2)	$-7y+3y = -42-6 = -48 \therefore -4y = -48$ $\therefore y = 12$
8	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x-36 = 6 \Rightarrow x = 6+36 = 42$
ಈಗಿನ ಅಫ್ತಾಬ್ ರವರ ವಯಸ್ಸು 42 ಮತ್ತು ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು 12 ವರ್ಷಗಳು		

3.1.1. ಅಫ್ತಾಬ್ ತಮ್ಮ ಮಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ, "ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಆಗಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಏಳು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿತ್ತು. ಇನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಬಳಿಕ ಕೂಡಾ ಅವತ್ತಿನ". (ಈ ಸಂಗತಿಯು ಅಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೆ?) ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ನಮಗೆ ದೊರೆತ ಸಮೀಕರಣಗಳು:

$$x-7y= -42 \text{ \& } x-3y= 6$$

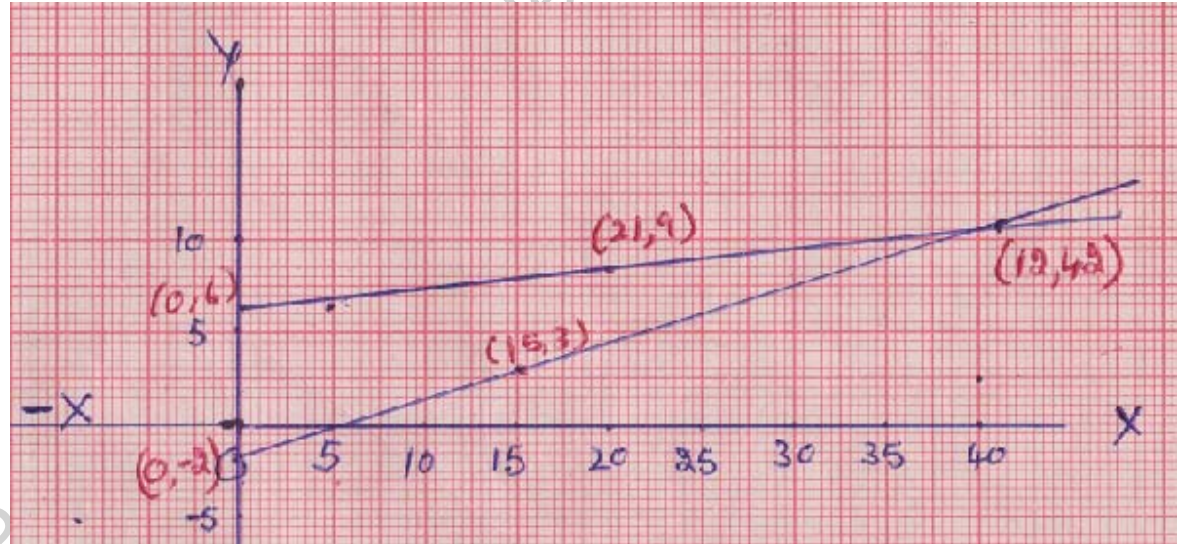
ಸಮೀಕರಣಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ  $x$  ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ  $y$  ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

$$x-7y= -42 \Rightarrow 7y=x+42 \therefore y=\left(\frac{x+42}{7}\right)$$

$x=$	0	21
$\Rightarrow y=$	6	9

$$x-3y= 6 \Rightarrow 3y=x-6 \therefore y=\left(\frac{x-6}{3}\right)$$

$x=$	0	15
$\Rightarrow y=$	-2	3



ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದು  $(x,y)=(12,42)$  ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ ಈಗಿನ ಅಫ್ತಾಬ್ ರವರ ವಯಸ್ಸು 42 ಮತ್ತು ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು 12 ವರ್ಷಗಳು.

3.1.2. ಒಂದು ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡದ ತರಬೇತುಗಾರ್ತಿ 3 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ. 3900 ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಆ ಬಳಿಕ ಅದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೊಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಇನ್ನೂ 3 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ 1300ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ .ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ .

ಒಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ನ ಬೆಲೆ  $x$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಬಾಲ್ ನ ಬೆಲೆ  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	3 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆ	$3x+6y= 3900$
2	ಬಲಗಡೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ	$x+2y=1300$ ----- (1)
3	1 ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು 3 ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆ	$x+3y=1300$ -----(2)
4	ಸಮೀಕರಣ (1) - ಸಮೀಕರಣ(2)	$x+3y=x+2y$
5	ಎರಡೂ ಕಡೆಯಿಂದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದವನ್ನು ಕಳೆದಾಗ	$3y=2y \Rightarrow y=0$

ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದಾಗ 1 ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು 2 ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆ = 1 ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು 3 ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆ. ಹೀಗೆ ಇರಲು ವ್ಯಾಪಕಾರಿಕವಾಗಿ ಅಸಾಧ್ಯವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ  $x$  ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ  $y$  ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

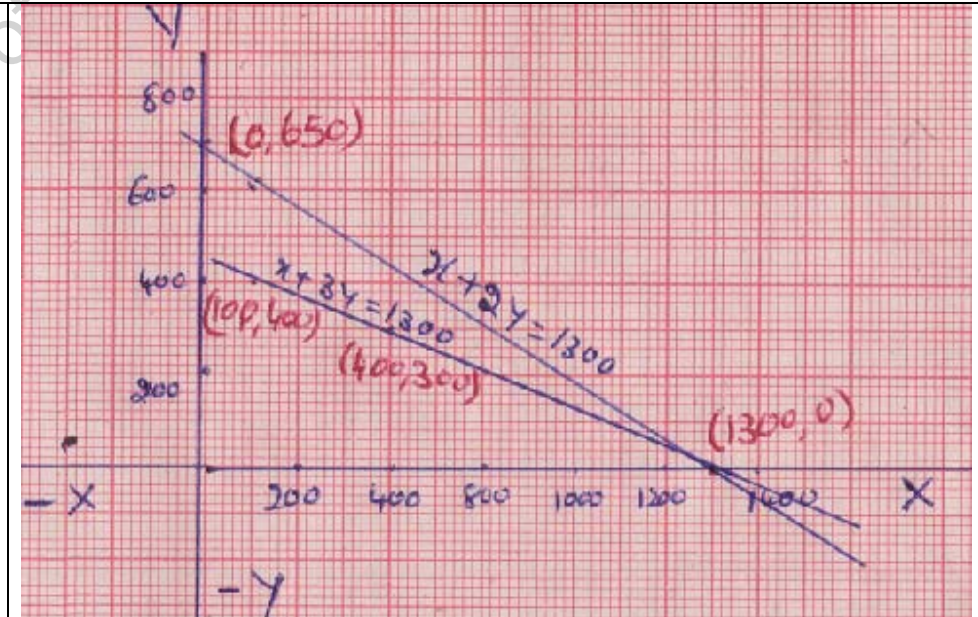
$$x+2y=1300 \therefore y=\left(\frac{1300-x}{2}\right)$$

$x=$	0	1300
$\Rightarrow y=$	650	0

$$x+3y=1300 \therefore y=\left(\frac{1300-x}{3}\right)$$

$x=$	100	400
$\Rightarrow y=$	400	300

ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿದರೂ ಕೂಡ ವ್ಯಾಪಕಾರಿಕವಾಗಿ ಪರಿಹಾರ ಸರಿ ಇಲ್ಲ



3.1.3. ಒಂದು ದಿನ 2 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 1 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಯ ಬೆಲೆಯು ರೂ. 160 ಆಗಿರುವುದು ಕಂಡುಬಂತು ಒಂದು ತಿಂಗಳ ಬಳಿಕ 4 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 2 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಗಳ ಬೆಲೆಯು 300 ಆಗಿತ್ತು. ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಒಂದು ಕೆ.ಜಿ. ಸೇಬಿನ ಬೆಲೆ ಬೆಲೆ  $x$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೆ.ಜಿ. ದ್ರಾಕ್ಷಿ ಯ ಬೆಲೆ  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	2 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 1 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಯ ಬೆಲೆಯು ರೂ. 160	$2x+y=160$ ---(1)
2	ಒಂದು ತಿಂಗಳ ಬಳಿಕ 4 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 2 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಗಳ ಬೆಲೆಯು	$4x+2y=300$ ----- (2)
3	ಸಮೀಕರಣ(2) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ	$2x+y=150$ -----(3)
4	ಸಮೀಕರಣ (1) = ಸಮೀಕರಣ(3)	$160=150$

ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದಾಗ ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಒಂದೇ ಅಗಿದ್ದು 2 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 1 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿರುವುದರಿಂದ ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ  $x$  ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ  $y$  ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

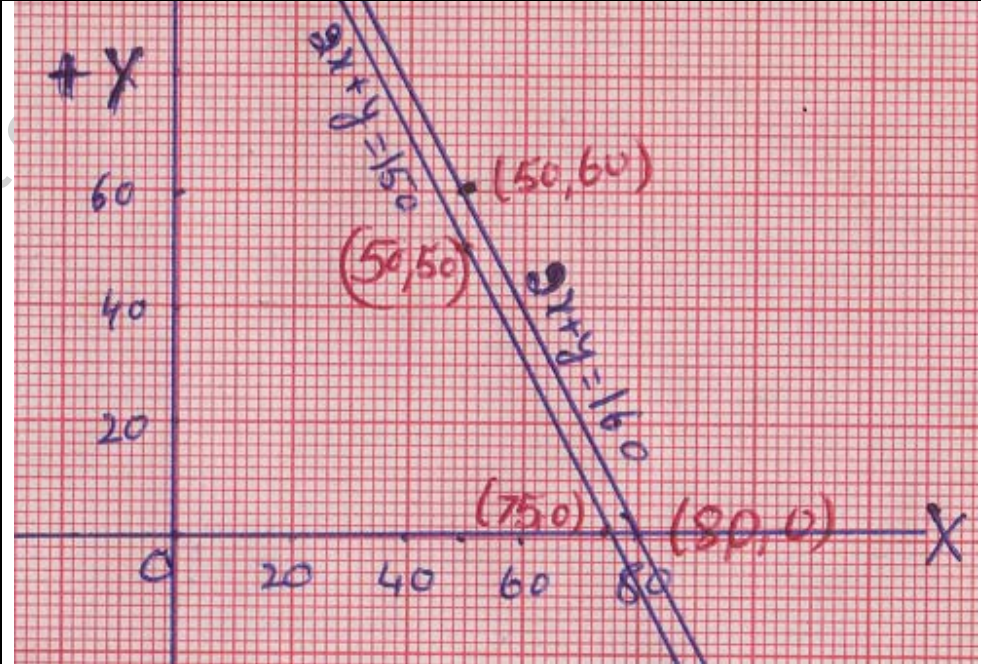
$$2x+y=160 \therefore y=160-2x$$

$x=$	80	50
$\Rightarrow y=$	0	60

$$2x+y=150 \therefore y=150-2x$$

$x=$	75	50
$\Rightarrow y=$	0	50

ರೇಖೆಗಳು ಸಂಧಿಸದೇ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಇರುವುದರಿಂದ ಪರಿಹಾರ ಇಲ್ಲ.



### ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

3.2.1. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ನಕ್ಷಾತ್ರಮದಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

3.2.1.(i) X ತರಗತಿಯ 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದರು. ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ., ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ ಹುಡುಗರ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ  $x$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದರು	$x+y=10$ -----(1)
2	ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ, ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ	$y=x+4$ -----(2)
3	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x+x+4=10$
4	4 ನ್ನು ಬಲಗಡೆ ಬಲಗಡೆ ಕೊಂಡುಹೋಗಿದೆ (ಪಕ್ಷಾಂತರಿಸಿದಾಗ)	$2x=10-4=6 \therefore x=3$
5	$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$y=3+4=7$

ಸಮೀಕರಣಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ  $x$  ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ  $y$  ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

$$x+y=10 \Rightarrow y=10-x$$

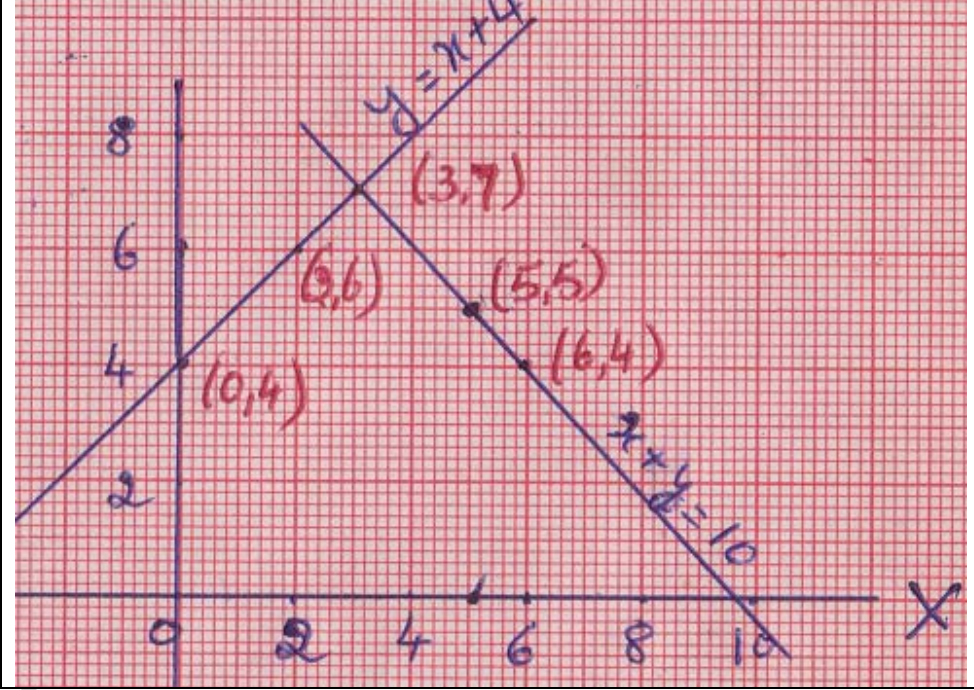
$x=$	5	6
$\Rightarrow y=$	5	4

$$y=x+4$$

$x=$	0	2
$\Rightarrow y=$	4	6

ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದು  $(x,y)=(3,7)$  ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಮತ್ತು ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ 3.



3.2.1.(ii) 5 ಪೆನ್ನಿಲು ಮತ್ತು 7 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ.50. ಹಾಗೆಯೇ 7 ಪೆನ್ನಿಲು ಮತ್ತು 5 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ.46. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆನ್ನಿಲಿನ ಹಾಗೂ ಪೆನ್ನಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಒಂದು ಪೆನ್ನಿಲ್ ನ ಬೆಲೆ  $x$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಪೆನ್ ನ ಬೆಲೆ  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	5 ಪೆನ್ನಿಲು ಮತ್ತು 7 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ	$5x+7y= 50$ -----(1)
2	7 ಪೆನ್ನಿಲು ಮತ್ತು 5 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ.46	$7x+5y=46$ ----- (2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	$35x+49y=350$ -----(3)
4	ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	$35x+25y=230$ -----(4)
5	ಸಮೀಕರಣ (3) - ಸಮೀಕರಣ (4)	$35x+49y-35x-25y=350-230 \Rightarrow 24y=120 \therefore y=5$
6	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$5x = 50-7y=50-35=15 \therefore x=3$

ಸಮೀಕರಣಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ  $x$  ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ  $y$  ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

$$5x+7y=50 \Rightarrow 7y=50-5x$$

$$\therefore y = \left( \frac{50-5x}{7} \right)$$

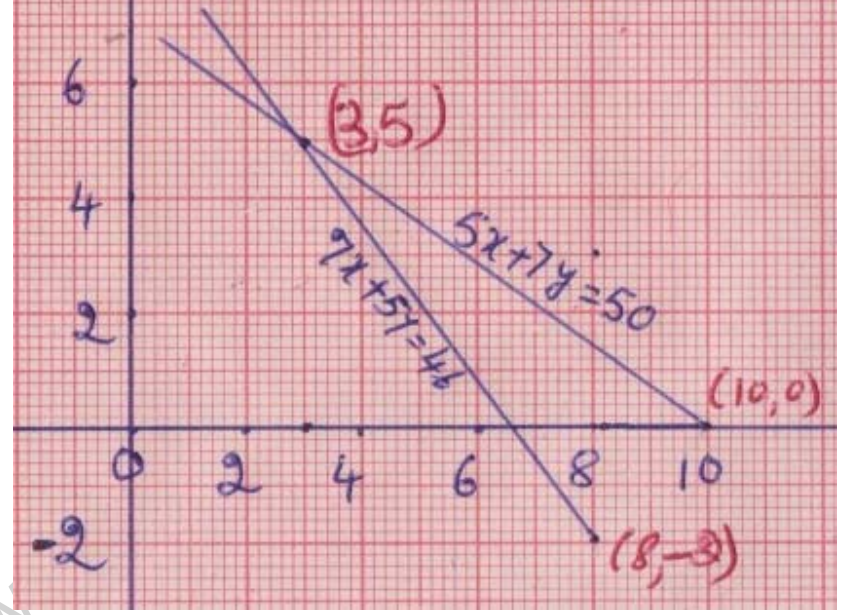
$x=$	10	3
$\Rightarrow y=$	0	5

$$7x+5y=46 \Rightarrow 5y=46-7x$$

$$\therefore y = \left( \frac{46-7x}{5} \right)$$

$x=$	8	3
$\Rightarrow y=$	-2	5

ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದು  $(x,y)=(3,5)$  ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಪೆನ್ಸಿಲ್ ನ ಬೆಲೆ ರೂ.3 ಮತ್ತು ಒಂದು ಪೆನ್ ನ ಬೆಲೆ ರೂ.5



3.2.2.  $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2}$  ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆಯೇ? ಅಥವಾ ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆಯೇ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

	ಹೇಳಿಕೆ	ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ	ತೀರ್ಮಾನ
(i)	$5x - 4y + 8 = 0$ $(a_1x+b_1y+c_1=0)$  $7x + 6y - 9 = 0$ $(a_2x+b_2y+c_2=0)$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{-9}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.
(ii)	$9x + 3y + 12 = 0$ $(a_1x+b_1y+c_1=0)$  $18x + 6y + 24 = 0$ $(a_2x+b_2y+c_2=0)$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{12}{24}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದರಲ್ಲಿಂದು ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆ. ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ
(iii)	$6x - 3y + 10 = 0$ $(a_1x+b_1y+c_1=0)$  $2x - y + 9 = 0$ $(a_2x+b_2y+c_2=0)$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$	$\frac{1}{2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರಗಳು. ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ.



3.2.3.  $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2}$  ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೇ? ಅಥವಾ ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೇ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

	ಹೇಳಿಕೆ	ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ	ತೀರ್ಮಾನ
(i)	$3x + 2y = 5$ ( $a_1x + b_1y = -c_1$ ) $2x - 3y = 7$ ( $a_2x + b_2y = -c_2$ )	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-3}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-7}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ.
(ii)	$2x - 3y = 8$ ( $a_1x + b_1y = -c_1$ ) $4x - 6y = 9$ ( $a_2x + b_2y = -c_2$ )	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9}$	$\frac{1}{2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರಗಳು. ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ
(iii)	$\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$ ( $a_1x + b_1y = -c_1$ ) $9x - 10y = 14$ ( $a_2x + b_2y = -c_2$ )	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2*9}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{5}{3*(-10)}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{7}{14}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ
(iv)	$5x - 3y = 11$ ( $a_1x + b_1y = -c_1$ ) $-10x + 6y = -22$ ( $a_2x + b_2y = -c_2$ )	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{-10}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{6}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{11}{-22}$	$-\frac{1}{2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದರಲ್ಲಿಂದು ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆ. ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ.
(v)	$\frac{4}{3}x + 2y = 8$ ( $a_1x + b_1y = -c_1$ ) $2x + 3y = 12$ ( $a_2x + b_2y = -c_2$ )	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{3*2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{3}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{12}$	$\frac{2}{3} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದರಲ್ಲಿಂದು ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆ. ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ

3.2.4. ಮುಂದೆ ನೀಡಿದವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ/ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ/? ಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ, ನಕ್ಷಾತ್ರಮದಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

	ಹೇಳಿಕೆ	ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ	ತೀರ್ಮಾನ
(i)	$x+y=5$ ( $a_1x+b_1y=-c_1$ ) $2x+2y=10$ ( $a_2x+b_2y=-c_2$ )	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದರಲ್ಲೊಂದು ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆ. ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ
(ii)	$x-y=8$ ( $a_1x+b_1y=-c_1$ ) $3x-3y=16$ ( $a_2x+b_2y=-c_2$ )	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{3} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರಗಳು. ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ
(iii)	$2x+y-6=0$ ( $a_1x+b_1y+c_1=0$ ) $4x-2y-4=0$ ( $a_2x+b_2y+c_2=0$ )	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-6}{-4}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ
(iv)	$2x-2y-2=0$ ( $a_1x+b_1y+c_1=0$ ) $4x-4y-5=0$ ( $a_2x+b_2y+c_2=0$ )	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-5}$	$\frac{1}{2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರಗಳು. ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ

ಸಮೀಕರಣಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು.

ಅಂದರೆ  $x$  ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ  $y$  ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

3.2.4. (i)  $x+y=5$  &  $2x+2y=10$

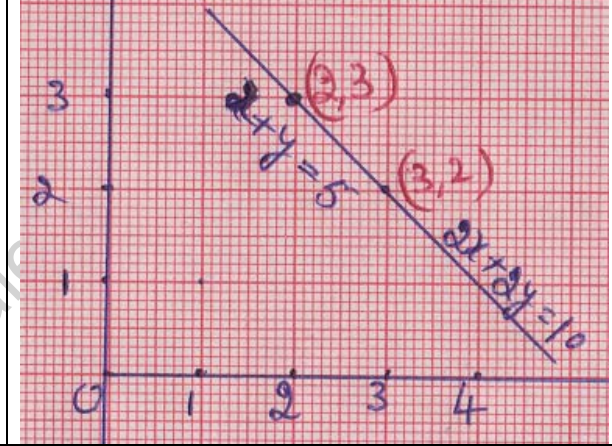
$$x+y=5 \Rightarrow y=5-x$$

$x=$	2	3
$\Rightarrow y=$	3	2

$$2x+2y=10 \Rightarrow 2y=10-2x \Rightarrow y=5-x$$

$x=$	2	3
$\Rightarrow y=$	3	2

ರೇಖೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ ಹಾಗಾಗಿ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ



3.2.4. (iii)  $2x+y-6=0$  &  $4x-2y-4=0$

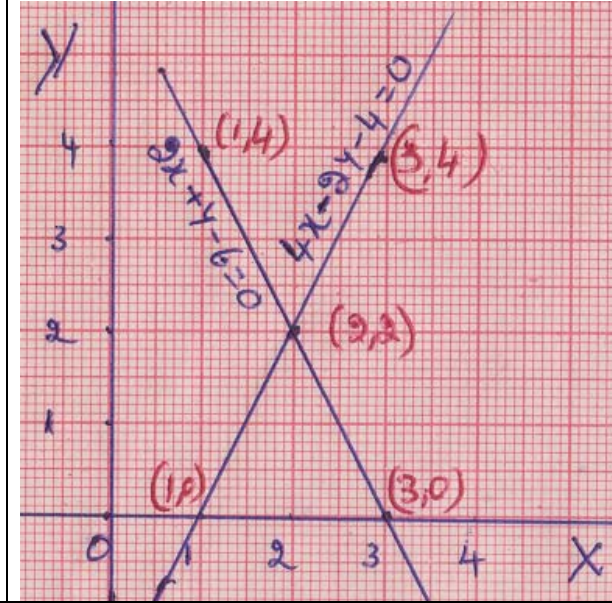
$$2x+y-6=0 \Rightarrow y=6-2x$$

$x=$	1	3
$\Rightarrow y=$	4	0

$$4x-2y-4=0 \Rightarrow 2y=4x-4 \Rightarrow y=2x-2$$

$x=$	1	3
$\Rightarrow y=$	0	4

ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದು  $(x,y)=(2,2)$  ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ.



3.2.5. ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 4m ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ಒಂದು ಹೂದೋಟದ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅರ್ಧವು 36m. ಹೂದೋಟದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಆಯತದ ಉದ್ದ  $y$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಅಗಲ  $x$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 4m ಹೆಚ್ಚು	$y-x=4$ -----(1)
2	ಹೂದೋಟದ ಅರ್ಧ ಸುತ್ತಳತೆ 36m	$x+y=36$ ----- (2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) + ಸಮೀಕರಣ (2)	$2y=40 \therefore y=20$
4	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x+20=36 \therefore x=16$
ಆಯತದ ಉದ್ದ 20m ಮತ್ತು ಅಗಲ 16m.		

A Project of www.eShale.org

3.2.6. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ  $2x + 3y - 8 = 0$  ಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ . ಹೊಸತಾದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ, ಹೇಗೆಂದರೆ ಉಂಟಾದಂತಹ ಜೋಡಿಗಳ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರಬೇಕು .

i)ಭೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು ii)ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು (iii) ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು

ನೀಡಿದ ಸಮೀಕರಣ  $2x + 3y - 8 = 0$  ( $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ) ಇಲ್ಲಿ  $a_1 = 2$ ,  $b_1 = 3$  &  $c_1 = -8$

ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಹೊಸತಾದ ಸಮೀಕರಣ ( $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ) ಆಗಿರಲಿ. ಇದರ ಸಂಖ್ಯಾಸಹಗುಣಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಿದೆ.

	ಬೇಕಾದ ರೇಖೆಗಳು	ಪಾಲಿಸಬೇಕಾದ ನಿಯಮ	$a_2 = ?$ $b_2 = ?$ & $c_2 = ?$	ಪರಿಣಾಮ	ನೂತನ ಎರಡನೇ ಸಮೀಕರಣ
(i)	ಭೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	$a_1 = 2$ , $b_1 = 3$ & $c_1 = -8$ $a_2 = 2$ $b_2 = 4$ & $c_2 = -5$ ಆದಾಗ	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{2} = 1$ ; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{4}$ ; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-8}{-5} = \frac{1}{2}$	$2x + 4y - 5 = 0$
(ii)	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	$a_1 = 2$ , $b_1 = 3$ & $c_1 = -8$ $a_2 = 4$ $b_2 = 6$ & $c_2 = -8$ ಆದಾಗ	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-8}{-8} = 1$	$4x + 6y - 8 = 0$
(iii)	ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	$a_1 = 2$ , $b_1 = 3$ & $c_1 = -8$ $a_2 = 6$ $b_2 = 9$ & $c_2 = -24$ ಆದಾಗ	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-8}{-24} = \frac{1}{3}$	$6x + 9y - 24 = 0$

3.2.7.  $x - y + 1 = 0$  ಮತ್ತು  $3x + 2y - 12 = 0$  ಸಮೀಕರಣಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು x- ಅಕ್ಷದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿರಿ ಹಾಗೂ ತ್ರಿಕೋನೀಯ ವಲಯವನ್ನು ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿರಿ.

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ x ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

$$x - y + 1 = 0 \Rightarrow y = x + 1$$

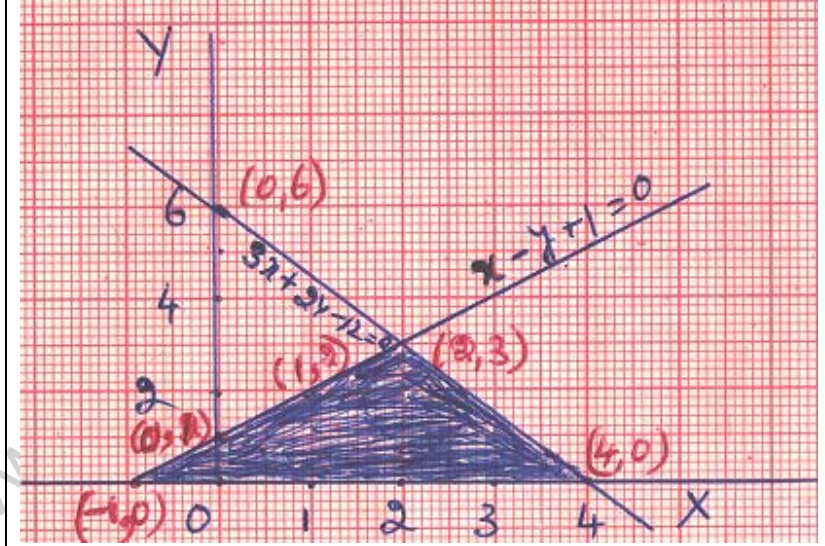
x=	1	-1
$\Rightarrow y=$	2	0

$$3x + 2y - 12 = 0 \Rightarrow 2y = 12 - 3x \therefore y = \left(\frac{12 - 3x}{2}\right)$$

x=	0	4
$\Rightarrow y=$	6	0

ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದು  $(x,y)=(2,3)$ .

ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಶೃಂಗಗಳು  $(-1,0), (2,3)$  &  $(4,0)$



### ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

3.3.1 ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಆದೇಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ .

	ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು	ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (3)=	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ ಹಾಗೂ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ
(i)	$x+y=14$ ----(1) $x-y=4$ ----(2)	$y=14-x$	$x-(14-x)=4 \Rightarrow 2x-14=4 \Rightarrow$ $2x=18 \therefore x=9$	$y=14-x=14-9=5$
(ii)	$s-t=3$ -----(1) $\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$ ----(2)	$s=3+t$	$\frac{3+t}{3} + \frac{t}{2} = 6 \Rightarrow \frac{2(3+t)+3t}{6} = 6 \Rightarrow$ $6+2t+3t=6*6=36 \Rightarrow 5t=30$ $\therefore t=6$	$s=3+t=3+6=9$
(iii)	$3x-y=3$ ----(1) $9x-3y=9$ ----(2)	$-y=3-3x \Rightarrow$ $y=3x-3$	$9x-3(3x-3)=9 \Rightarrow 9x-9x+9=9 \Rightarrow$ $9=9$	ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ
(iv)	$0.2x+0.3y=1.3$ $0.4x+0.5y=2.3$ ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಆಗ $2x+3y=13$ -----(1) $4x+5y=23$ -----(2)	$3y=13-2x$ $y=\left(\frac{13-2x}{3}\right)$	$4x+5*\left(\frac{13-2x}{3}\right) = 23$ $\left(\frac{12x+5(13-2x)}{3}\right) = 23$ $12x+65-10x=69 \Rightarrow 2x=69-65=4$ $\therefore x=2$	$3y=13-2x=13-4=9$ $\Rightarrow y=3$
(v)	$\sqrt{2}x + \sqrt{3}y=0$ ----(1) $\sqrt{3}x - \sqrt{8}y=0$ ----(2)	$y = \left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)x$	$\sqrt{3}x - \sqrt{8}\left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)x = 0$ $x\left\{\sqrt{3} - \sqrt{8}\left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\} = 0$ $x=0$	$y = \left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)x = 0$

	ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು	ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (3)=	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ ಹಾಗೂ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ
(vi)	$\left(\frac{3}{2}\right)x - \left(\frac{5}{3}\right)y = -2 \text{ ---(1)}$ $\left(\frac{1}{3}\right)x + \left(\frac{1}{2}\right)y = \frac{13}{6} \text{ ----(2)}$	$\left(\frac{3}{2}\right)x = \left(\frac{5}{3}\right)y - 2$ $= \left(\frac{5y-6}{3}\right)$ $x = \left(\frac{5y-6}{3}\right) * \left(\frac{2}{3}\right)$ $= \left(\frac{10y-12}{9}\right)$	$\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{10y-12}{9}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)y$ $\Rightarrow \left(\frac{10y-12}{9*3}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)y = \frac{13}{6}$ $\Rightarrow \left(\frac{10y-12}{27}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)y = \frac{13}{6}$ $\Rightarrow \left(\frac{20y-24+27y}{54(=9*6)}\right) = \frac{13}{6}$ $\Rightarrow 47y = 117+24 = 141 = 47*3$ $\therefore y = 3$	$x = \left(\frac{10y-12}{9}\right) = \left(\frac{30-12}{9}\right)$ $= \left(\frac{18}{9}\right)$ $= 2$



3.3.2.  $2x + 3y = 11$  ಮತ್ತು  $2x - 4y = -24$  ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಇದರಿಂದ  $y = mx + 3$  ರಲ್ಲಿ  $m$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1		$2x + 3y = 11$ -----(1)
2		$2x - 4y = -24$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) - ಸಮೀಕರಣ (2)	$3y + 4y = 11 + 24 = 45 \Rightarrow 7y = 45 \therefore y = 5$
4	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$2x + 15 = 11 \Rightarrow 2x = 11 - 15 = -4 \therefore x = -2$
5	$y = mx + 3$ ನಲ್ಲಿ $x$ ಮತ್ತು $y$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$5 = -2m + 3 \Rightarrow 2m = 3 - 5 = -2 \therefore m = -1$

3.3.3. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಆದೇಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

(i) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 26 ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ  $y$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ  $x$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 26	$y - x = 26$ -----(1)
2	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ	$y = 3x$ -----(2)
3	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$3x - x = 26 \Rightarrow 2x = 26 \therefore x = 13$
4	$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$y = 3 * 13 = 39$
ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ 39 ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ 13		

(ii) ಎರಡು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನವು ಚಿಕ್ಕ ಕೋನಕ್ಕಿಂತ 18 ಡಿಗ್ರಿ ಅಧಿಕವಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

ದೊಡ್ಡ ಕೋನ  $x$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ಕೋನ  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180^\circ$	$x+y=180$ -----(1)
2	ದೊಡ್ಡ ಕೋನವು ಚಿಕ್ಕ ಕೋನಕ್ಕಿಂತ 18 ಡಿಗ್ರಿ ಅಧಿಕವಾಗಿದೆ	$x-y=18$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) + ಸಮೀಕರಣ (2)	$2x=198 \therefore x=99$
4	$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$99+y=180 \Rightarrow y=180-99=81$
ದೊಡ್ಡ ಕೋನ $99^\circ$ ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ಕೋನ $81^\circ$		

(iii) ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡವೊಂದರ ತರಬೇತುಗಾರ್ತಿಯು 7 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ 3800 ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಆ ಬಳಿಕ .3 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 5 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಅವರು ರೂ 1750 ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೆಂಡಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

ಒಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ನ ಬೆಲೆ  $x$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಚೆಂಡಿನ ನ ಬೆಲೆ  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	7 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆ ರೂ 3800	$7x+6y=3800$ -----(1)
2	3 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 5 ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆ ರೂ 1750	$3x+5y=1750$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ	$y=\left(\frac{3800-7x}{6}\right)$ -----(3)
4	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$3x+5\left(\frac{3800-7x}{6}\right)=1750 \Rightarrow \left(\frac{18x+19000-35x}{6}\right)=1750$ $\Rightarrow 18x+19000-35x=6*1750=10500$ $\therefore -17x=-8500 \Rightarrow x=500$
4	$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$y=\left(\frac{3800-7x}{6}\right)=\left(\frac{3800-3500}{6}\right)=\left(\frac{300}{6}\right)=50$
ಬ್ಯಾಟ್ ನ ಬೆಲೆ ರೂ. 500 ಮತ್ತು ಚೆಂಡಿನ ನ ಬೆಲೆ ರೂ. 50		

(iv) ಒಂದು ನಗರದಲ್ಲಿ ಟ್ಯಾಕ್ಸಿ ಬಾಡಿಗೆಯು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದೆ. ಮೊದಲನೆಯದು ನಿಗದಿತ ಬಾಡಿಗೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯದು ಚಲಿಸಿದ ದೂರಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಬಾಡಿಗೆ ಒಟ್ಟು ಬಾಡಿಗೆಯು .ಇವೆರಡನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಟ್ಟು ಬಾಡಿಗೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ .10km ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ರೂ 105 ಮತ್ತು 15km ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ರೂ 155. ಹಾಗಾದರೆ ನಿಗದಿತ ಬಾಡಿಗೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ನ ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ಬಾಡಿಗೆ ದರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು .25km ದೂರವನ್ನು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ನೀಡಬೇಕಾದ ಒಟ್ಟು ಬಾಡಿಗೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

ನಿಗದಿತ ಬಾಡಿಗೆ  $x$  ಮತ್ತು ಚಲಿಸಿದ ದೂರಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಇರುವ ಬಾಡಿಗೆ  $y$  ಆಗಿರಲಿ

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	10km ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ರೂ 105	$x+10y =105$ -----(1)
2	15km ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ರೂ 155	$x+15y=155$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ	$x=105-10y$ -----(3)
4	$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$105-10y+15y=155 \Rightarrow 5y=155-105=50 \therefore y=10$
5	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x=105-100=5$
ನಿಗದಿತ ಬಾಡಿಗೆ ರೂ 5 ಮತ್ತು ಚಲಿಸಿದ ದೂರಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಇರುವ ಬಾಡಿಗೆ ರೂ 10		

(v) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಭೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 2ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು  $\left(\frac{9}{11}\right)$  ಆಗುತ್ತದೆ ಅದೇ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಭೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 3ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ

ಅದು  $\left(\frac{5}{6}\right)$  ಆಗುತ್ತದೆ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು  $\left(\frac{x}{y}\right)$  ಆಗಿರಲಿ

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಅಂಶ ಮತ್ತು ಭೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 2ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ $\left(\frac{9}{11}\right)$	$\left(\frac{x+2}{y+2}\right) = \left(\frac{9}{11}\right) \Rightarrow 11x+22=9y+18 \Rightarrow$ $11x-9y=-4$ -----(1)
2	ಅದೇ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಭೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 3ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು $\left(\frac{5}{6}\right)$	$\left(\frac{x+3}{y+3}\right) = \left(\frac{5}{6}\right) \Rightarrow 6x+18=5y+15 \Rightarrow$ $6x-5y=-3$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ	$11x=9y-4 \therefore x = \left(\frac{9y-4}{11}\right)$ -----(3)
4	x ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$6\left(\frac{9y-4}{11}\right) - 5y = -3 \Rightarrow 54y-24-55y = -33$ $\Rightarrow -y = -33+24 = -9 \therefore y=9$
5	y ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x = \left(\frac{9y-4}{11}\right) = \left(\frac{81-4}{11}\right) = 7$
ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು $\left(\frac{7}{9}\right)$		

(vi) ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಜೇಕಬ್ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಜೇಕಬ್ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಏಳರಷ್ಟಿತ್ತು ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?

ಈಗ ಜೇಕಬ್ ರ ವಯಸ್ಸು  $x$  ಮತ್ತು ಮಗನ ವಯಸ್ಸು  $y$  ಆಗಿರಲಿ

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಜೇಕಬ್ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಾಗುತ್ತೆ	$(x+5)=3(y+5) \Rightarrow x+5=3y+15$ $\Rightarrow x-3y=10$ -----(1)
2	ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಜೇಕಬ್ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಏಳರಷ್ಟಿತ್ತು	$(x-5)=7(y-5) \Rightarrow x-5=7y-35$ $\Rightarrow x-7y=-30$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ	$x=10+3y$ -----(3)
4	$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$10+3y-7y=-30 \Rightarrow -4y=-40 \therefore y=10$
5	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x=10+3*10=40$
ಈಗ ಜೇಕಬ್ ರ ವಯಸ್ಸು 40 ಮತ್ತು ಮಗನ ವಯಸ್ಸು 10		

A Project of www.Khale.org

### ಅಭ್ಯಾಸ 3.4

3.4.1. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಆದೇಶ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ .

i)  $x + y = 5$  ಮತ್ತು  $2x - 3y = 4$

ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ:

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು	$x+y=5$ -----(1) $2x-3y=4$ -----(2)
2	ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	$2x+2y=10$ -----(3)
3	ಸಮೀಕರಣ (3) - ಸಮೀಕರಣ (2)	$5y=10-4=6 \therefore y=\left(\frac{6}{5}\right)$
4	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x=5-y=5-\left(\frac{6}{5}\right)=\left(\frac{19}{5}\right)$

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ:

	ಸಮೀಕರಣಗಳು	ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (3)=	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ ಹಾಗೂ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ
(i)	$x+y=5$ -----(1) $2x-3y=4$ -----(2)	$x=5-y$	$2(5-y)-3y=4 \Rightarrow 10-2y-3y=4$ $\Rightarrow -5y=4-10=-6 \therefore y=\left(\frac{6}{5}\right)$	$x=5-\left(\frac{6}{5}\right)=\left(\frac{19}{5}\right)$

(ii)  $3x + 4y = 10$  ಮತ್ತು  $2x - 2y = 2$

ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ:

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು	$3x+4y=10 \rightarrow (1)$ $2x-2y=2 \rightarrow (2)$
2	ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	$4x-4y=4 \rightarrow (3)$
3	ಸಮೀಕರಣ (3) + ಸಮೀಕರಣ (2)	$7x=14 \therefore x=2$
4	x ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$6+4y=10 \Rightarrow 4y=4 \therefore y=1$

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ:

	ಸಮೀಕರಣಗಳು	ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (3)=	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ ಹಾಗೂ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ
(ii)	$3x+4y=10 \rightarrow (1)$ $2x-2y=2 \rightarrow (2)$	$3x=10-4y$ $x=\left(\frac{10-4y}{3}\right)$	$2\left(\frac{10-4y}{3}\right)-2y=2 \Rightarrow 20-8y-6y=6$ $\Rightarrow -14y=6-20=-14 \Rightarrow \therefore y=1$	$x=\left(\frac{10-4y}{3}\right)=\left(\frac{10-4}{3}\right)$ $=2$

(iii)  $3x - 5y - 4 = 0$  ಮತ್ತು  $9x = 2y + 7$

ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ:

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು	$3x-5y=4 \quad \rightarrow(1)$ $9x-2y=7 \quad \rightarrow(2)$
2	ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	$9x-15y=12 \quad \rightarrow(3)$
3	ಸಮೀಕರಣ (2) - ಸಮೀಕರಣ (3)	$13y=7-12=-5 \quad \therefore y = \left(\frac{-5}{13}\right)$
4	y ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$3x-5*\left(\frac{-5}{13}\right)=4 \Rightarrow 3x=4-\left(\frac{25}{13}\right)=\left(\frac{52-25}{13}\right)=\left(\frac{3*9}{13}\right) \therefore x=\left(\frac{9}{13}\right)$

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ:

	ಸಮೀಕರಣಗಳು	ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (3)=	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ ಹಾಗೂ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ
(iii)	$3x-5y-4=0 \quad \rightarrow(1)$ $9x=2y+7 \quad \rightarrow(2)$	$x=\left(\frac{2y+7}{9}\right)$	$3\left(\frac{2y+7}{9}\right)-5y-4=0 \Rightarrow$ $6y+21-45y-36=0$ $\Rightarrow -39y=36-21=15$ $\therefore y=-\left(\frac{15}{39}\right)=-\left(\frac{5}{13}\right)$	$x=\left(\frac{2y+7}{9}\right)=\left(\frac{2\left(\frac{-5}{13}\right)+7}{9}\right)=$ $\left(\frac{\left(\frac{-10+91}{13}\right)}{9}\right)=\left(\frac{81}{13*9}\right)=\left(\frac{9}{13}\right)$



$$(iv) \left(\frac{x}{2}\right) + \left(\frac{2y}{3}\right) = -1 \text{ ಮತ್ತು } x - \left(\frac{y}{3}\right) = 3$$

ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ:

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು	$\left(\frac{x}{2}\right) + \left(\frac{2y}{3}\right) = -1$ -----(1) & $x - \left(\frac{y}{3}\right) = 3$ -----(2)
2	ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 6 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	$3x + 4y = -6$ -----(3) $3x - y = 9$ -----(4)
3	ಸಮೀಕರಣ (3) - ಸಮೀಕರಣ (4)	$5y = -6 - 9 = -15$ $\therefore y = -3$
4	y ಬೆಲೆಯನ್ನು (4) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$3x + 3 = 9 \Rightarrow 3x = 9 - 3 = 6$ $\therefore x = 2$

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ:

	ಸಮೀಕರಣಗಳು	ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (3) =	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ ಹಾಗೂ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ	ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ
(iv)	$\left(\frac{x}{2}\right) + \left(\frac{2y}{3}\right) = -1 \Rightarrow$ $3x + 4y = -6$ -----(1)  $x - \left(\frac{y}{3}\right) = 3$ $\Rightarrow 3x - y = 9$ -----(2)	$x = \left(\frac{-6 - 4y}{3}\right)$	$3\left(\frac{-6 - 4y}{3}\right) - y = 9 \Rightarrow$ $-6 - 4y - y = 9 \Rightarrow$ $-5y = 9 + 6 = 15$  $\therefore y = -3$	$x = \left(\frac{-6 - 4y}{3}\right) = \left(\frac{-6 + 12}{3}\right) = 2$

3.4.2. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು (ಇರುವುದಾದರೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

(i) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಭೇದದಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆದು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದರೆ, 1 ಸಿಗುತ್ತದೆ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭೇದಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು  $\left(\frac{1}{2}\right)$  ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ ಆ . ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಯಾವುದು?

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು  $\left(\frac{x}{y}\right)$  ಆಗಿರಲಿ

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಭೇದದಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆದು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದರೆ ಅದು 1	$\left(\frac{x+1}{y-1}\right)=1 \Rightarrow x+1=y-1 \Rightarrow$ $x-y=-2$ -----(1)
2	ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭೇದಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು $\left(\frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{x}{y+1}\right)=\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 2x=y+1 \Rightarrow$ $2x-y=1$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	$2x-2y=-4$ -----(3)
4	ಸಮೀಕರಣ (3) - ಸಮೀಕರಣ (2)	$-y=-5 \therefore y=5$
5	y ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x-5=-2 \therefore x=-2+5=3$
ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು $\left(\frac{3}{5}\right)$		

(ii) ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಆಗಿತ್ತು ಹತ್ತು .ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆಹಾಗಾದರೆ ., ನೂರಿ ಮತ್ತು ಸೋನುವಿನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು

ಈಗ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು  $x$  ಮತ್ತು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸು  $y$  ಆಗಿರಲಿ

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರು ಪಟ್ಟು	$(x-5)=3(y-5) \therefore x-5=3y-15$ $x-3y=-10$ -----(1)
2	ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟು	$(x+10)=2(y+10) \therefore x+10=2y+20$ $x-2y=10$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (2) - ಸಮೀಕರಣ (1)	$y=20$
4	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x-60=-10 \Rightarrow x= -10+60=50$
ಈಗ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು 50 ಮತ್ತು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸು 20 ವರ್ಷಗಳು		

(iii) ಎರಡನೆಯ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 9, ಇದರಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಗಳ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿಗೊಳಿಸಿದರೆ, ಅದು ಮೊದಲನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಒಂಭತ್ತರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುತ್ತದೆ ಆ .ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನ  $y$  ಮತ್ತು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನ  $x$  ಆಗಿರಲಿ ಆಗ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬೆಲೆ  $10x+y$ . ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಅದರ ಬೆಲೆ  $10y+x$

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಎರಡನೆಯ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 9	$x+y=9$ ----→(1)
2	ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿಗೊಳಿಸಿದರೆ, ಅದು ಮೊದಲನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಒಂಭತ್ತರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮ	$2(10y+x)=9(10x+y) \Rightarrow 20y+2x=90x+9y \Rightarrow 11y=88x$ $y=8x$ ----→(2)
3	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x+8x=9 \therefore x=1$
4	$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$1+y=9 \therefore y=8$
ಸಂಖ್ಯೆಯು 18		

(iv) ರೂ 2000 ವನ್ನು ಹಿಂಪಡೆಯಲು ಮೀನಾ ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಹೋದಳು. ಅವಳು ನಗದು ಗುಮಾಸ್ತರಲ್ಲಿ . ರೂ 50 ಮತ್ತು ರೂ 100 ರ ನೋಟುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೀಡುವಂತೆ ಹೇಳಿದಳು ಮೀನಾಳಿಗೆ ಒಟ್ಟು .25 ನೋಟುಗಳು ದೊರೆತವು. ರೂ . 50 ರ ಮತ್ತು ರೂ 100 ರ ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ನೋಟುಗಳನ್ನು ಅವಳು ಪಡೆದಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಐವತ್ತರ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $x$  ಮತ್ತು ನೂರರ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $y$  ಆಗಿರಲಿ

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಮೀನಾಳಿಗೆ ಒಟ್ಟು 25 ನೋಟುಗಳು ದೊರೆತವು	$x+y=25$ -----(1)
2	ಗುಮಾಸ್ತರು ನೀಡಿದ ಹಣ	$50x+100y=2000$ ಇದನ್ನು 50 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ $\Rightarrow$ $x+2y=40$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (2) - ಸಮೀಕರಣ (1)	$y=40-25=15$
4	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x+15=25 \quad \therefore x=10$
ಐವತ್ತರ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 10 ಮತ್ತು ನೂರರ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 15		

(v) ಒಂದು ಎರವಲು ಗ್ರಂಥಾಲಯದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮೂರು ದಿನಕ್ಕೆ ಒಂದು ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕವಿರುತ್ತದೆ. ಆ ಬಳಿಕದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದಿನಕ್ಕೂ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಶುಲ್ಕವಿರುತ್ತದೆ . ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಏಳು ದಿನ ತನ್ನಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿಕೊಂಡದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಸರಿತಾ ರೂ 27 ನ್ನು ಪಾವತಿಸಿದರೆ, ಪುಸ್ತಕವನ್ನು 5 ದಿನ ಇರಿಸಿಕೊಂಡದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಸೂಸಿ ₹21 ನ್ನು ಪಾವತಿಸಿದಳು . ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ದಿನದ ಶುಲ್ಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ  $x$  ಮತ್ತು ಪ್ರತೀ ದಿನಕ್ಕೂ ನೀಡುವ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಶುಲ್ಕ  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಏಳು ದಿನ ತನ್ನಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿಕೊಂಡದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಸರಿತಾ ನೀಡಿದ ಹಣ ರೂ 27	$x+7y=27$ -----(1)
2	ಪುಸ್ತಕವನ್ನು 5 ದಿನ ಇರಿಸಿಕೊಂಡದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಸೂಸಿ ನೀಡಿದ ಹಣ ₹21	$x+5y=21$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) - ಸಮೀಕರಣ (2)	$2y=6 \quad \therefore y=3$
4	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x+15=21 \quad \therefore x=6$
ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ ರೂ 3 ಮತ್ತು ಪ್ರತೀ ದಿನಕ್ಕೂ ನೀಡುವ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಶುಲ್ಕ ರೂ 6		

### ಅಭ್ಯಾಸ 3.5

3.5.1. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರ ಅಥವಾ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ? ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರವಿರುವುದಿಲ್ಲ? ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರ ಇರುವುದಾದರೆ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a_1x+b_1y+c_1=0$ $a_2x+b_2y+c_2=0$	$\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2} \text{ ???}$	ತೀರ್ಮಾನ	$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}; y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$
$x-3y-3=0$ $3x-9y-2=0$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{1-3}{3-9}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{-3}{-2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3} = \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಪರಿಹಾರಗಳಿಲ್ಲ.	ಪರಿಹಾರಗಳಿಲ್ಲ.
$2x+y=5$ $3x+2y=8$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-8}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರ ಇದೆ	$x = \frac{-8 - (-10)}{4-3}; y = \frac{-15 - (-16)}{4-3}$ $\Rightarrow x=2; y=1$
$3x-5y=20$ $6x-10y=40$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{-20}{-40}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{2}$ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.	ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ
$x-3y-7=0$ $3x-3y-15=0$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-3} = 1, \frac{c_1}{c_2} = \frac{-7}{-15}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರ ಇದೆ	$x = \frac{45-21}{-3-9}; y = \frac{-21-(-15)}{-3-9}$ $\Rightarrow x = \frac{24}{-6} = -4; y = \frac{-6}{-6} = 1$

3.5.2. i) a ಮತ್ತು b ಗಳ ಯಾವ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ?

i)  $2x + 3y = 7$

ii)  $(a-b)x + (a+b)y = 3a+b-2$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{(a-b)}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{(a+b)}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{7}{(3a+b-2)}$$

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕಾದರೆ  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  ಆಗಬೇಕು

$$\frac{2}{(a-b)} = \frac{7}{(3a+b-2)} \Rightarrow 6a+2b-4=7a-7b \Rightarrow a-9b=-4 \quad \text{----- (1)}$$

$$\frac{2}{(a-b)} = \frac{3}{(a+b)} \Rightarrow 2a+2b=3a-3b \Rightarrow a-5b=0 \quad \text{----- (2)}$$

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ  $4b=4 \Rightarrow b=1$  ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ  $a=5$

3.5.2.ii) k ಯ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ?

i)  $3x + y = 1$

ii)  $(2k - 1)x + (k - 1)y = 2k + 1$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{(2k-1)}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{(k-1)}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-1}{-(2k+1)}$$

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರದಿಲ್ಲದಿರುವಾಗ  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  ಆಗಬೇಕು

$$\frac{3}{(2k-1)} = \frac{1}{(k-1)} \Rightarrow 3k-3=2k-1 \Rightarrow k=2$$
 ಆದಾಗ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ

3.5.3. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಆದೇಶ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

i)  $8x+5y=9$  ----- (1)

ii)  $3x+2y=4$  -----(2)

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ	ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ
$3x+2y=4 \therefore x=\left(\frac{4-2y}{3}\right)$ ಈ $x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $8\left(\frac{4-2y}{3}\right)+5y=9 \Rightarrow 32-16y+15y=27$ $\Rightarrow -y=-5 \therefore y=5$ ಈ $y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (2)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $3x+10=4 \therefore x=-2$	$a_1=8; b_1=5; c_1=-9$ $a_2=3; b_2=2; c_2=-4$ $x=\frac{b_1c_2-b_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}; y=\frac{c_1a_2-c_2a_1}{a_1b_2-a_2b_1}$ $x=\frac{-20-(-18)}{16-15}; y=\frac{-27-(-32)}{16-15}$ $x=-2; y=5$

3.5.4. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು (ಇದ್ದರೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3.5.4. i) ಒಂದು ವಸತಿನಿಲಯದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಶುಲ್ಕವು ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಮೊದಲ ಭಾಗವು ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ, ಎರಡನೇ ಭಾಗವು ಒಂದು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಭೋಜನಶಾಲೆಯಿಂದ ಆಹಾರವನ್ನು ಪಡೆದ ದಿನಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾದ ಶುಲ್ಕ, A ಎಂಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ 20 ದಿನ ಆಹಾರವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡಿದ್ದರಿಂದ, ಅವಳು ₹ 1000 ವನ್ನು ವಸತಿ ನಿಲಯಕ್ಕೆ ಶುಲ್ಕವಾಗಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾಯಿತು. B ಎಂಬ ಮತ್ತೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ 26 ದಿನ ಆಹಾರವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡು ₹ 1180 ನ್ನು ವಸತಿ ನಿಲಯಕ್ಕೆ ಶುಲ್ಕವಾಗಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾಯಿತು. ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ದಿನದ ಆಹಾರದ ಶುಲ್ಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ  $x$  ಮತ್ತು ಒಂದು ದಿನದ ಆಹಾರದ ಶುಲ್ಕ  $y$  ಆಗಿರಲಿ

A ಎಂಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ 20 ದಿನಗಳಿಗಾಗಿ ನೀಡಿದ ಶುಲ್ಕ ₹ 1000  $\Rightarrow x+20y=1000$  ----- (1)

A ಎಂಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ 26 ದಿನಗಳಿಗಾಗಿ ನೀಡಿದ ಶುಲ್ಕ ₹ 1180  $\Rightarrow x+26y=1180$  ----- (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು (2) ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ  $6y=180 \Rightarrow y=30$ . ಈ  $y$  ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ  $x+600=1000 \therefore x=400$

ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ 400 ಮತ್ತು ಒಂದು ದಿನದ ಆಹಾರದ ಶುಲ್ಕ 30 ರೂ ಗಳು

3.5.4.ii) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶದಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದು  $\frac{1}{3}$  ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭೇದಕ್ಕೆ 8ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅದು  $\frac{1}{4}$  ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ  $x$  ಮತ್ತು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭೇದ  $y$  ಆಗಿರಲಿ

$$\text{ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶದಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದು } \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x-1}{y} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3x-3 \text{ ----- (1)}$$

$$\text{ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭೇದಕ್ಕೆ 8ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅದು } \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x}{y+8} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 4x-8 \text{ ----- (2)}$$

ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು (2) ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ  $0 = x-8+3 \Rightarrow x=5$ . ಈ  $x$  ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ  $y=15-3=12$

ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು  $\frac{5}{12}$

3.5.4.iii) ಯಶ್ ಎಂಬಾತನು ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸರಿಯುತ್ತರಕ್ಕೂ 3 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೂ ಒಂದು ಅಂಕವನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಂಡು, 40 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದನು. ಒಂದು ವೇಳೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸರಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 4 ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 2 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಳೆದರೆ, ಯಶ್‌ಗೆ 50 ಅಂಕಗಳು ಸಿಗುತ್ತಿತ್ತು. ಹಾಗಾದರೆ, ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿದ್ದುವು?

ಯಶ್ ಬರೆದ ಸರಿ ಉತ್ತರಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $x$  ಮತ್ತು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $y$  ಆಗಿರಲಿ

$$\text{ಸರಿಯುತ್ತರಕ್ಕೆ 3 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ 1 ಅಂಕವನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಂಡಾಗ ಆತ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು } 40 \Rightarrow 3x-y=40 \Rightarrow y=3x-40 \text{ ---- (1)}$$

$$\text{ಸರಿಯುತ್ತರಕ್ಕೆ 4 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ 2 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಂಡಾಗ ಆತ ಪಡೆಯುತ್ತಿದ್ದ ಅಂಕಗಳು } 50 \Rightarrow 4x-2y=50 \text{ ----- (2)}$$

ಸಮೀಕರಣ (1) ರ  $y$  ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (2)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ  $4x-2(3x-40)=50 \Rightarrow 4x-6x+80=50 \Rightarrow -2x=-30 \therefore x=15$

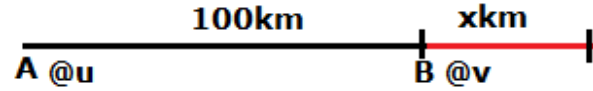
ಈ  $x$  ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ  $y=45-40=5$

ಯಶ್ ಬರೆದ ಸರಿ ಉತ್ತರಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 15 ಮತ್ತು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 5.  $\therefore$  ಒಟ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $15+5=20$ .



3.5.4.iv) ಹೆದ್ದಾರಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ A ಮತ್ತು B ಎಂಬ ಎರಡು ಸ್ಥಳಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 100km. ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾರು A ಯಿಂದಲೂ ಇನ್ನೊಂದು ಕಾರು B ಯಿಂದಲೂ ಹೊರಡುತ್ತವೆ. ಕಾರುಗಳು ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಜವದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದರೆ ಅವುಗಳು 5 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. A ಕಾರು B ಯ ಕಡೆಗೆ, B ಕಾರು A ಯ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸಿದರೆ, ಅವುಗಳು ಸಂಧಿಸಲು ಒಂದು ಗಂಟೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಕಾರುಗಳ ಜವಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

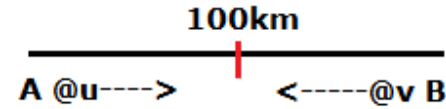
A ಕಾರಿನ ಜವ  $u$  km/h ಮತ್ತು B ಕಾರಿನ ಜವ  $v$  km/h ಆಗಿರಲಿ.



ಕಾರು A ಯಿಂದ ಮತ್ತು ಕಾರು B ಯಿಂದ ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಹೊರಟಾಗ ಅವೆರಡರ ಜವ ಬೇರೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವು B ಯಿಂದ  $x$ km ದೂರದಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ  
ಜವ = ಸಮಯಚಲಿಸಿದ ದೂರ ÷ ಸಮಯ

ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ 5 ಗಂಟೆಗಳು  $\Rightarrow$

$$A \text{ ಕಾರಿನ ಜವ } u = \frac{100+x}{5} \text{ \& B ಕಾರಿನ ಜವ } v = \frac{x}{5} \therefore u-v = \frac{100}{5} = 20 \text{ -----(1)}$$



1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಅವು ಚಲಿಸುವ ದೂರ ಕ್ರಮವಾಗಿ  $u$  km ಮತ್ತು  $v$  km ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದಾಗ ಒಟ್ಟು ಚಲಿಸಿದ ದೂರ 100km.

$$\Rightarrow u+v=100 \text{ ----- (2)}$$

ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ  $2u=120 \therefore u=60$  ಈ  $u$  ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (2)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ  $v=100-u=100-60=40$

A ಕಾರಿನ ಜವ 60 km/h ಮತ್ತು B ಕಾರಿನ ಜವ 40 km/h

3.5.4.v) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 5 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ, ಅಗಲವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 9 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಉದ್ದವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು 2 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 67 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆಯತದ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಆಯತದ ಉದ್ದ  $x$  ಮತ್ತು ಅಗಲ  $y$  ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $xy$

ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 5 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ, ಅಗಲವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ, ಕಡಿಮೆಯಾಗುವ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 9 ಚದರ ಮಾನಗಳು

$$\Rightarrow (x-5)(y+3)=xy-9 \Rightarrow xy-5y+3x-15=xy-9 \quad \therefore 3x-5y=6 \quad \text{----- (1)}$$

ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು 2 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ, ಹೆಚ್ಚಾಗುವ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 67 ಚದರ ಮಾನಗಳು

$$\Rightarrow (x+3)(y+2)=xy+67 \Rightarrow xy+3y+2x+6=xy+67 \quad \therefore 2x+3y=61 \quad \text{----- (2)}$$

ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 2 ರಿಂದಲೂ ಮತ್ತು (2) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕಳೆದು ಉತ್ತರ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು

ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೆ  $a_1=3$ ;  $b_1=-5$ ;  $c_1=-6$  &  $a_2=2$ ;  $b_2=3$ ;  $c_2=-61$

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}; y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad \therefore x = \frac{305 - (-18)}{9 - (-10)} = \frac{323}{19} = 17; y = \frac{-12 - (-183)}{9 - (-10)} = \frac{171}{19} = 9$$

ಆಯತದ ಉದ್ದ 17 ಮತ್ತು ಅಗಲ 9 ಮಾನಗಳು.

### ಅಭ್ಯಾಸ 3.6

3.6.1 ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರ ಅಥವಾ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ? ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರವಿರುವುದಿಲ್ಲ? ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರ ಇರುವುದಾದರೆ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

	ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣ ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮವಾದ ಸಮೀಕರಣಗಳು (1) ಮತ್ತು (2)	ಸಮೀಕರಣದ(1) & (2) ರ ಪದಗಳಿಗೆ p ಮತ್ತು q ಎಂದು ಬೆಲೆ ನೀಡಿದಾಗ	ಸಮೀಕರಣದ(1) & (2) ರ ಪದಗಳಿಗೆ p ಮತ್ತು q ಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಹೊಸ p ಮತ್ತು q ಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ	p ಮತ್ತು q ಗಳ ಮೂಲಕ ಸಿಗುವ x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆ
(i)	$\left(\frac{1}{2x}\right) + \left(\frac{1}{3y}\right) = 2$ <p>----→(1)</p> $\left(\frac{1}{3x}\right) + \left(\frac{1}{2y}\right) = \left(\frac{13}{6}\right)$ <p>----→(2)</p>	$p = \left(\frac{1}{x}\right) \quad \&$ $q = \left(\frac{1}{y}\right)$	$\left(\frac{p}{2}\right) + \left(\frac{q}{3}\right) = 2 \quad \Rightarrow 3p + 2q = 12 \quad \text{----}$ <p>→ (3)</p> $\left(\frac{p}{3}\right) + \left(\frac{q}{2}\right) = \left(\frac{13}{6}\right) \quad \Rightarrow 2p + 3q = 13 \quad \text{----}$ <p>→ (4)</p> <p>ಸಮೀಕರಣ (3) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ</p> $6p + 4q = 24 \quad \text{--→(5)}$ <p>ಸಮೀಕರಣ (4) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ</p> $6p + 9q = 39 \quad \text{--→(6)}$ <p>ಸಮೀಕರಣ (6)- ಸಮೀಕರಣ (5) ಆದಾಗ <math>5q = 15</math></p> <p><math>\therefore q = 3</math></p> <p>q ಬೆಲೆಯನ್ನು (5) ಅಥವಾ (6) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ</p> $p = 12 \therefore p = 2$	$p = \left(\frac{1}{x}\right) = 2 \quad \therefore x = \left(\frac{1}{2}\right)$ $q = \left(\frac{1}{y}\right) = 3 \quad \therefore y = \left(\frac{1}{3}\right)$

(ii)	$\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right) + \left(\frac{3}{\sqrt{y}}\right) = 2$ <p>----→(1)</p> $\left(\frac{4}{\sqrt{x}}\right) - \left(\frac{9}{\sqrt{y}}\right) = -1$ <p>---→(2)</p>	$p = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ & $q = \left(\frac{1}{\sqrt{y}}\right)$	$2p+3q=2$ -----→ (3) $4p-9q=-1$ -----→(4) ಸಮೀಕರಣ (3) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $4p+6q=4$ ----→(5) ಸಮೀಕರಣ (5)- ಸಮೀಕರಣ (4) ಆದಾಗ $15q=5$ $\therefore q = \left(\frac{1}{3}\right)$ $q$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $2p+1=2$ $\therefore p = \left(\frac{1}{2}\right)$	$p = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) \therefore$ $x=4$ $q = \left(\frac{1}{\sqrt{y}}\right) = \left(\frac{1}{3}\right) \therefore$ $y=9$
(iii)	$\left(\frac{4}{x}\right) + 3y = 14$ <p>----→(1)</p> $\left(\frac{3}{x}\right) - 4y = 23$ <p>----→(2)</p>	$p = \left(\frac{1}{x}\right)$	$4p+3y=14$ -----→ (3) $3p-4y=23$ -----→ (4) ಸಮೀಕರಣ (3) ನ್ನು 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $16p+12y=56$ ----→(5) ಸಮೀಕರಣ (4) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $9p-$ $12y=69$ ---→ (6) ಸಮೀಕರಣ (5)+ ಸಮೀಕರಣ (6) ಆದಾಗ $25p=125 \therefore p=5$ $q$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $20+3y=14 \Rightarrow 3y=6 \therefore y=-2$	$p = \left(\frac{1}{x}\right) = 5 \therefore x = \left(\frac{1}{5}\right)$

(iv)	$\left(\frac{5}{x-1}\right) + \left(\frac{1}{y-2}\right) = 2$ <p>----→(1)</p> $\left(\frac{6}{x-1}\right) - \left(\frac{3}{y-2}\right) = 1$ <p>----→(2)</p>	$p = \left(\frac{1}{x-1}\right) \text{ \&}$ $q = \left(\frac{1}{y-2}\right)$	$5p + q = 2 \quad \text{---→(3)}$ $6p - 3q = 1 \quad \text{----→(4)}$ <p>ಸಮೀಕರಣ (3) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ</p> $15p + 3q = 6 \quad \text{---→(5)}$ <p>ಸಮೀಕರಣ (5) + ಸಮೀಕರಣ (4) ಆದಾಗ</p> $21p = 7 \quad \therefore p = \left(\frac{1}{3}\right)$ <p>p ಬೆಲೆಯನ್ನು (4) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ <math>2 - 3q = 1</math></p> $\therefore q = \left(\frac{1}{3}\right)$	$p = \left(\frac{1}{x-1}\right) = \left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow$ $x - 1 = 4$ $\therefore x = 4$ $q = \left(\frac{1}{y-2}\right) = \left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow$ $y - 2 = 3$ $\therefore y = 5$
(v)	$\left(\frac{7x-2y}{xy}\right) = 5$ $\left(\frac{8x+7y}{xy}\right) = 15$ <p>ಅಂಶದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು xy ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ</p> $\left(\frac{7}{y}\right) - \left(\frac{2}{x}\right) = 5$ <p>----→(1)</p> $\left(\frac{8}{y}\right) + \left(\frac{7}{x}\right) = 15$ <p>----→(2)</p>	<p>ಸಮೀಕರಣ (1) &amp; (2) ರಲ್ಲಿ</p> $p = \left(\frac{1}{x}\right) \text{ \&}$ $q = \left(\frac{1}{y}\right)$	$-2p + 7q = 5 \quad \text{----→(3)}$ $7p + 8q = 15 \quad \text{----→(4)}$ <p>ಸಮೀಕರಣ (3) ನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ</p> $14p + 49q = 35 \quad \text{---→(5)}$ <p>ಸಮೀಕರಣ (4) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ</p> $14p + 16q = 30 \quad \text{---→(6)}$ <p>ಸಮೀಕರಣ (5) + ಸಮೀಕರಣ (6) ಆದಾಗ</p> $65q = 65 \quad \therefore q = 1$ <p>q ಬೆಲೆಯನ್ನು (4) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ <math>-2p + 7 = 5</math></p> $\Rightarrow p = 1$	$p = \left(\frac{1}{x}\right) = 1 \quad \therefore x = 1$ $q = \left(\frac{1}{y}\right) = 1 \quad \therefore y = 1$

(vi)	$6x+3y=6xy$ $2x+4y=5xy$ <p>ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು xy ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ</p> $\left(\frac{6}{y}\right)+\left(\frac{3}{x}\right)=6 \text{ ----}\rightarrow(1)$ $\left(\frac{2}{y}\right)+\left(\frac{4}{x}\right)=5 \text{ ----}\rightarrow(2)$	<p>ಸಮೀಕರಣ (1) &amp; (2) ರಲ್ಲಿ</p> $p=\left(\frac{1}{x}\right) \text{ \&}$ $q=\left(\frac{1}{y}\right)$	$3p+6q=6 \text{ ----}\rightarrow(3)$ $4p+2q=5 \text{ ----}\rightarrow(4)$ <p>ಸಮೀಕರಣ (4) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ</p> $12p+6q=15 \text{ --}\rightarrow(5)$ <p>ಸಮೀಕರಣ (5)- ಸಮೀಕರಣ (3) ಆದಾಗ</p> $9p=15-6=9 \therefore p=1$ <p>p ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ <math>3+6q=6</math></p> $\Rightarrow 6q=3 \therefore q=\left(\frac{1}{2}\right)$	$p=\left(\frac{1}{x}\right)=1 \therefore x=1$ $q=\left(\frac{1}{y}\right)=\left(\frac{1}{2}\right) \therefore y=2$
(vii)	$\left(\frac{10}{x+y}\right)+\left(\frac{2}{x-y}\right)=4$ $\text{----}\rightarrow(1)$ $\left(\frac{15}{x+y}\right)-\left(\frac{5}{x-y}\right)=-2$ $\text{----}\rightarrow(2)$	$p=\left(\frac{1}{x+y}\right) \text{ \&}$ $q=\left(\frac{1}{x-y}\right)$	$10p+2q=4 \text{ --}\rightarrow(3)$ $15p-5q=-2 \text{ ----}\rightarrow(4)$ <p>ಸಮೀಕರಣ (3) ನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ</p> $50p+10q=20 \text{ --}\rightarrow(5)$ <p>ಸಮೀಕರಣ (4) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ <math>30p-10q=-4 \text{ --}\rightarrow(6)</math></p> <p>ಸಮೀಕರಣ (5)+ ಸಮೀಕರಣ (6) ಆದಾಗ</p> $80p=16 \therefore p=\left(\frac{1}{5}\right)$ <p>p ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ <math>10*\left(\frac{1}{5}\right)+2q=4 \Rightarrow 2q=2 \therefore q=1</math></p>	$P=\left(\frac{1}{x+y}\right)=\left(\frac{1}{5}\right)$ $\therefore x+y=5 \text{ --}$ $\rightarrow(7)$ $q=\left(\frac{1}{x-y}\right)=1$ $\therefore x-y=1 \text{ --}$ $\rightarrow(8)$ <p>ಸಮೀಕರಣ (7)+ ಸಮೀಕರಣ (8)</p> $\Rightarrow 2x=6 \therefore x=3 \Rightarrow y=2$

<p>(viii)</p>	$\left(\frac{1}{3x+y}\right) + \left(\frac{1}{3x-y}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)$ $\left(\frac{1}{2(3x+y)}\right) - \left(\frac{1}{2(3x-y)}\right) = \left(\frac{-1}{8}\right)$	<p><math>p = \left(\frac{1}{3x+y}\right)</math> &amp;</p> <p><math>q = \left(\frac{1}{3x-y}\right)</math></p>	<p><math>P+q = \left(\frac{3}{4}\right) \text{ -----} \rightarrow (3)</math></p> <p><math>\left(\frac{p}{2}\right) - \left(\frac{q}{2}\right) = \left(\frac{-1}{8}\right) \text{ -----} \rightarrow (4)</math></p> <p>ಸಮೀಕರಣ (3) ನ್ನು 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ</p> <p><math>4p+4q=3 \text{ --} \rightarrow (5)</math></p> <p>ಸಮೀಕರಣ (4) ನ್ನು 8 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ <math>4p-4q=-1 \text{ --} \rightarrow (6)</math></p> <p>ಸಮೀಕರಣ (5)+ ಸಮೀಕರಣ (6) ಆದಾಗ <math>8p=16</math></p> <p><math>\therefore p = \left(\frac{1}{4}\right)</math></p> <p>p ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ <math>\left(\frac{1}{4}\right) + q = \left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow q = \left(\frac{1}{2}\right)</math></p>	<p><math>p = \left(\frac{1}{3x+y}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)</math></p> <p><math>\therefore 3x+y=4 \text{ --} \rightarrow (7)</math></p> <p><math>q = \left(\frac{1}{3x-y}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)</math></p> <p><math>\therefore 3x-y=2 \text{ --} \rightarrow (8)</math></p> <p>ಸಮೀಕರಣ (7)+ ಸಮೀಕರಣ (8) <math>\Rightarrow 6x=6 \therefore x=1 \Rightarrow y=1</math></p>
---------------	--	---	--	--

3.6.2 ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3.6.2 (i) ರೀತು ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 20 km ಮತ್ತು ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 4km ಸಂಚರಿಸುವಳು. ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಅವಳು ಸಂಚರಿಸುವ ಜವ ಮತ್ತು ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಜವಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ರೀತು ತನ್ನ ಸ್ವಸಾಮರ್ಥ್ಯದಿಂದ ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವ ಜವ  $x$  km/h ಮತ್ತು ವೇಗವಾಗಿ ಹರಿಯುತ್ತಿರುವ ಪ್ರವಾಹದ ಜವ  $y$  km/h ಆಗಿರಲಿ .  
 ಪ್ರವಾಹದ ಜೊತೆಗೆ ಚಲಿಸುವಾಗ ಒಟ್ಟು ಜವ  $(x+y)$  km/h ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ ಚಲಿಸುವಾಗ ಜವ  $(x-y)$  km/h ಆಗುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ 20 km	$2(x+y) = 20$ -----(1)
2	ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ 4km	$2(x-y) = 4$ -----(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (2)+ ಸಮೀಕರಣ (1)	$4x = 24 \Rightarrow x = 6$
4	$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$12 + 2y = 20 \Rightarrow 2y = 8 \therefore y = 4$
ರೀತು ತನ್ನ ಸ್ವಸಾಮರ್ಥ್ಯದಿಂದ ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವ ಜವ 6 km/h ಮತ್ತು ವೇಗವಾಗಿ ಹರಿಯುತ್ತಿರುವ ಪ್ರವಾಹದ ಜವ 4 km/h		



3.6.2. (ii) ಇಬ್ಬರು ಮಹಿಳೆಯರು, 5 ಪುರುಷರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಕಸೂತಿ ಕಾರ್ಯವನ್ನು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. ಮೂರು ಮಹಿಳೆಯರು ಮತ್ತು 6 ಪುರುಷರು ಇದನ್ನು 3 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಲ್ಲರು. ಒಬ್ಬ ಮಹಿಳೆ ಮಾತ್ರ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಹಾಗೂ ಒಬ್ಬ ಪುರುಷ ಮಾತ್ರ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

ಕೆಲಸ ಪೂರ್ತಿ ಮುಗಿಸಲು ಮಹಿಳೆಯು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ದಿನಗಳು  $x$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ಪುರುಷ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ ಅವರುಗಳು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ ಕ್ರಮವಾಗಿ  $\left(\frac{1}{x}\right)$  ಮತ್ತು  $\left(\frac{1}{y}\right)$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಇಬ್ಬರು ಮಹಿಳೆಯರು, 5 ಪುರುಷರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ	$\left(\frac{2}{x}\right) + \left(\frac{5}{y}\right)$
2	4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಅವರುಗಳು ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ	$4\left(\frac{2}{x} + \frac{5}{y}\right) = 1 \rightarrow (1)$
3	ಮೂರು ಮಹಿಳೆಯರು, 6 ಪುರುಷರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ	$3\left(\frac{3}{x} + \frac{6}{y}\right) = 1 \rightarrow (2)$
4	<p><math>p = \left(\frac{1}{x}\right)</math> &amp; <math>q = \left(\frac{1}{y}\right)</math> ಎಂಬುದಾಗಿ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಎರಡು ಹೊಸ ಸಮೀಕರಣಗಳು:</p> <p><math>2P + 5q = \left(\frac{1}{4}\right) \Rightarrow 8p + 20q = 1 \rightarrow</math> ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು 9 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ <math>72p + 180q = 9 \rightarrow (3)</math></p> <p><math>3P + 6q = \left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow 9p + 18q = 1 \rightarrow</math> ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು 8 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ <math>72p + 144q = 8 \rightarrow (4)</math></p> <p>ಸಮೀಕರಣ (4) ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ <math>36q = 1 \Rightarrow q = \left(\frac{1}{36}\right)</math> ಈ <math>q</math> ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ</p> <p><math>72p + 5 = 9 \Rightarrow 72p = 4 \therefore p = \left(\frac{1}{18}\right)</math></p> <p>ಈ <math>p</math> ಮತ್ತು <math>q</math> ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಹಿಂದಿನ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಸಮೀಕರಿಸಿದಾಗ <math>p = \left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{1}{18}\right) \Rightarrow x = 18</math> &amp; <math>q = \left(\frac{1}{y}\right) = \left(\frac{1}{36}\right) \Rightarrow y = 36</math></p>	

ಕೆಲಸ ಪೂರ್ತಿ ಮುಗಿಸಲು ಮಹಿಳೆಯು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ದಿನಗಳು 18 ಮತ್ತು ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ಪುರುಷ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ದಿನಗಳು 36.

3.6.2.(iii) ರೂಹಿಯು 300 km ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ತನ್ನ ಮನೆಯ ಕಡೆಗಿನ ಪ್ರಯಾಣದಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪ ದೂರವನ್ನು ರೈಲಿನಲ್ಲಿಯೂ, ಉಳಿದ ದೂರವನ್ನು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೂ ಕ್ರಮಿಸುವಳು. 60 km ನ್ನು ರೈಲಿನಲ್ಲೂ, ಉಳಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲೂ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ಅವಳು 4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತಲುಪುವಳು. 100 km ನ್ನು ರೈಲಿನಲ್ಲೂ, ಉಳಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲೂ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ಅವಳಿಗೆ ತಲುಪಲು 10 ನಿಮಿಷ ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಬಸ್ಸು ಮತ್ತು ರೈಲುಗಳ ಜವಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ರೈಲ್ ನ ಜವ  $x$  ಮತ್ತು ಬಸ್ ನ ಜವ  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	60 km ದೂರ ರೈಲ್ ನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಲು ತಗುಲುವ ಸಮಯ $\left(\frac{60}{x}\right)$ ಗಂಟೆಗಳು. ಬಾಕಿ ಉಳಿದ ಭಾಗವಾದ 240 km ಬಸ್ ನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಲು ತಗುಲುವ ಸಮಯ $\left(\frac{240}{y}\right)$ ಗಂಟೆಗಳು. ಇವೆರಡು ಸೇರಿ 4 ಗಂಟೆಗಳು	$\left(\frac{60}{x}\right) + \left(\frac{240}{y}\right) = 4 \Rightarrow \text{----(1)}$
2	100 km ದೂರ ರೈಲ್ ನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಲು ತಗುಲುವ ಸಮಯ $\left(\frac{100}{x}\right)$ ಗಂಟೆಗಳು. ಬಾಕಿ ಉಳಿದ ಭಾಗವಾದ 200 km ಬಸ್ ನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಲು ತಗುಲುವ ಸಮಯ $\left(\frac{200}{y}\right)$ ಗಂಟೆಗಳು. ಇವೆರಡು ಸೇರಿ 4 ಗಂಟೆ ಮತ್ತು 10 ನಿಮಿಷಗಳು	$\left(\frac{100}{x}\right) + \left(\frac{200}{y}\right) = 4 + \left(\frac{1}{6}\right) = \left(\frac{25}{6}\right) \text{ -----(2)}$
3	$p = \left(\frac{1}{x}\right)$ & $q = \left(\frac{1}{y}\right)$ ಎಂದು ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಎರಡು ಹೊಸ ಸಮೀಕರಣಗಳು: $60p + 240q = 4 \quad \text{----} \rightarrow (3)$ $100p + 200q = \left(\frac{25}{6}\right) \Rightarrow 600p + 1200q = 25 \quad \text{--} \rightarrow (4)$ ಸಮೀಕರಣ (3) ನ್ನು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $600p + 2400q = 40 \quad \text{----} \rightarrow (5)$ ಸಮೀಕರಣ (4) ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (5) ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ $1200q = 15 \therefore q = \left(\frac{1}{80}\right)$ . $q$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (4) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $600p + 1200 \cdot \left(\frac{1}{80}\right) = 25$ $600p = 25 - \left(\frac{1200}{80}\right) = 25 - 15 = 10 \therefore p = \left(\frac{1}{60}\right)$ ಈ $p$ ಮತ್ತು $q$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಹಿಂದಿನ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಸಮೀಕರಿಸಿದಾಗ $p = \left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{1}{60}\right) \Rightarrow$ $x = 60$ & $q = \left(\frac{1}{y}\right) = \left(\frac{1}{80}\right) \Rightarrow y = 80 \Rightarrow$ ರೈಲ್ ನ ಜವ 60 km/h ಮತ್ತು ಬಸ್ ನ ಜವ 80 km/h	

### ಅಭ್ಯಾಸ 3.7

3.7.1. ಅನಿ ಮತ್ತು ಬಿಜು ಎಂಬ ಇಬ್ಬರು ಗೆಳೆಯರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 3 ವರ್ಷಗಳು. ಅನಿಯ ತಂದೆ ಧರಂವರ ವಯಸ್ಸು ಅನಿಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟು . ಕ್ಯಾಥೆಯವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ನಡುವಿನ ಧರಂ ಮತ್ತು .ಹಾಗೂ ಬಿಜುವಿನ ವಯಸ್ಸು ಅವನ ತಂಗಿ ಕ್ಯಾಥೆಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟು ವ್ಯತ್ಯಾಸ 30 ವರ್ಷಗಳು. ಅನಿ ಮತ್ತು . ಬಿಜುವಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಅನಿ ವಯಸ್ಸು  $x$  ಮತ್ತು ಬಿಜು ವಯಸ್ಸು  $y$  ಆಗಿರಲಿ.  $\Rightarrow$  ಧರಂವರ ವಯಸ್ಸು  $2x$  & ಬಿಜುವಿನ ತಂಗಿ ಕ್ಯಾಥೆಯ ವಯಸ್ಸು  $\left(\frac{y}{2}\right)$

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಅನಿ ಮತ್ತು ಬಿಜು ಎಂಬ ಇಬ್ಬರು ಗೆಳೆಯರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 3 ವರ್ಷಗಳು	$x - y = 3$ ----- $\rightarrow$ (1) ಇಲ್ಲಿ $x > y$ ಎಂದು ಊಹಿಸಿದೆ.
2	ಧರಂ ಮತ್ತು ಕ್ಯಾಥೆಯವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 30 ವರ್ಷಗಳು	$2x - \left(\frac{y}{2}\right) = 30 \Rightarrow 4x - y = 60$ ----- $\rightarrow$ (2)
3	ಸಮೀಕರಣ (2)- ಸಮೀಕರಣ (1)	$3x = 57 \therefore x = 19$
4	$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$19 - y = 3 \therefore y = 16$
ಅನಿ ವಯಸ್ಸು 19 ಮತ್ತು ಬಿಜು ವಯಸ್ಸು 16 ವರ್ಷಗಳು		

3.7.2. ಒಬ್ಬನು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ, "ಗೆಳೆಯಾ, ನನಗೊಂದು ನೂರು ಕೊಡುನಗಿಂತ ಎರಡುಪಟ್ಟು ಆಗ ನಾನು ನಿ . ಶ್ರೀಮಂತನಾಗುತ್ತೇನೆ". ಇನ್ನೊಬ್ಬ ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾನೆ "ನೀನು ನನಗೆ 10 ಕೊಟ್ಟರೆ, ನಾನು ನಿನಗಿಂತ ಆರುಪಟ್ಟು ಶ್ರೀಮಂತನಾಗುತ್ತೇನೆ ಭಾಸ್ಕರ]. ಅವರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಬಳಿ ಇರುವ ಬಂಡವಾಳವನ್ನು ಹೇಳಿ .II ಇವರ ಬೀಜಗಣಿತ ಅಧ್ಯಾಯದಿಂದ[ [ಸೂಚನೆ : $x + 100 = 2(y - 100)$ ,  $y + 10 = 6(X - 10)$ ]

ಗಮನಿಸಿ: ಒಬ್ಬನು ಇನ್ನೊಬ್ಬನಿಗೆ ಹಣ ನೀಡಿದಾಗ, ನೀಡಿದವನ ಹಣವು ಕೊಟ್ಟ ಪ್ರಮಾಣದಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ಒಬ್ಬನ ಬಳಿ ಇರುವ ಹಣ  $x$  ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಬ್ಬನ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಹಣ  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಗೆಳೆಯಾ, ನನಗೊಂದು ನೂರು ಕೊಡು ಆಗ ನಾನು ನಿನಗಿಂತ ಎರಡುಪಟ್ಟು . ಶ್ರೀಮಂತನಾಗುತ್ತೇನೆ	$x + 100 = 2(y - 100)$ $\Rightarrow x - 2y = -300 \quad \text{-----} \rightarrow (1)$
2	ನೀನು ನನಗೆ 10 ಕೊಟ್ಟರೆ, ನಾನು ನಿನಗಿಂತ ಆರುಪಟ್ಟು ಶ್ರೀಮಂತನಾಗುತ್ತೇನೆ	$y + 10 = 6(x - 10)$ $\Rightarrow -6x + y = -70 \quad \text{-----} \rightarrow (2)$
3	ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ	$-12x + 2y = -140 \quad \text{----} \rightarrow (3)$
4	ಸಮೀಕರಣ (1) + ಸಮೀಕರಣ (3)	$-11x = -440 \quad \therefore x = 40$
4	$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$40 - 2y = -300 \Rightarrow 2y = -340 \quad \therefore y = 170$
ಒಬ್ಬನ ಬಳಿ ಇರುವ ಹಣ 40 ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಬ್ಬನ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಹಣ 170 ಗಮನಿಸಿ: ಮೊದಲನೆಯವನ ಹತ್ತಿರ 170 ಇದ್ದರೆ ಇನ್ನೊಬ್ಬನ ಹತ್ತಿರ 40 ಇರಲು ಸಾಧ್ಯ.		

3.7.3. ಒಂದು ರೈಲು ಸ್ಥಿರ ಜವದಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಿತು ಒಂದು ವೇಳೆ ಅದು ಜವವನ್ನು .10 km/h ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದ್ದರೆ ಆ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಅದು ನಿಗದಿತ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 2 ಗಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿತ್ತು ಒಂದು ವೇಳೆ .10 km/h ರಷ್ಟು ಜವವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದ್ದರೆ ಅದೇ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ನಿಗದಿತ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 3 ಗಂಟೆ ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತಿತ್ತುರೈಲು . ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ರೈಲ್ ಜವ  $u$  ಮತ್ತು ಚಲಿಸಿದ ದೂರ  $d$  ಆಗಿರಲಿ ಹಾಗೆಯೇ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ  $t$  ಆಗಿರಲಿ

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ = ಜವ * ( ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ)	$d=ut$ -----→(1)
2	ಜವವನ್ನು 10 km/h ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದ್ದರೆ ಆ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಅದು ನಿಗದಿತ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 2 ಗಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿತ್ತು	$d=(u+10)*(t-2)$ $\Rightarrow d=ut+10t-2u-20$ -----→(2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1)= ಸಮೀಕರಣ (2)	$ut = ut+10t-2u-20$ $\Rightarrow 10t-2u=20$ -----→(3)
4	ಜವವನ್ನು 10 km/h ರಷ್ಟು ಜವವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದ್ದರೆ ಅದೇ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ನಿಗದಿತ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 3 ಗಂಟೆ ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕು	$d=(u-10)*(t+3)$ $\Rightarrow d=ut-10t+3u-30$ -----→(4)
5	ಸಮೀಕರಣ (1)= ಸಮೀಕರಣ (4)	$ut = ut-10t+3u-30$ $-10t+3u=30$ -----→(5)
6	ಸಮೀಕರಣ (3)+ ಸಮೀಕರಣ (5)	$u=50$
7	$u$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$10t-100=20 \Rightarrow t=12$
8	$t$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$d=50*12=600$
ರೈಲ್ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ 600km		

3.7.4. ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಹಲವು ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಲಾಯಿತುಪ್ರತಿಯೊಂದು . ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇದ್ದರೆ ಒಂದು ಸಾಲು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು . 2 ಸಾಲುಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $x$  ಮತ್ತು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $y$  ಆಗಿರಲಿ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $= (\text{ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}) * (\text{ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}) = xy$ .

ಗಮನಿಸಿ: ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಲಿ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಗಲಿ ಅಥವಾ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾದರೂ ಸಹ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇದ್ದರೆ ಒಂದು ಸಾಲು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿತ್ತು	$xy = (x-1)(y+3) = xy - y + 3x - 3 \Rightarrow 3x - y = 3 \text{ ----} \rightarrow (1)$
2	ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದರೆ 2 ಸಾಲುಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತಿತ್ತು	$xy = (x+2)(y-3) = xy + 2y - 3x - 6 \Rightarrow 2y - 3x = 6 \text{ ---} \rightarrow (2)$
3	ಸಮೀಕರಣ (1)+ ಸಮೀಕರಣ (2)	$y = 9 \text{ ----} \rightarrow (3)$
4	$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$3x - 9 = 3 \Rightarrow 3x = 12 \therefore x = 4$
ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಮತ್ತು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 9. $\Rightarrow$ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ $4 * 9 = 36$		

3.7.5.  $\Delta ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $\angle C = 3\angle B = 2(\angle A + \angle B)$ . ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	$3B = 2A + 2B$	$B = 2A$
2	$C = 2A + 2B$	$A + B + C = 180 \Rightarrow A + B + 2A + 2B = 180 \Rightarrow 3A + 3B = 180 \Rightarrow 3A + 6A = 180 \Rightarrow 9A = 180$ $\therefore A = 20$
3		$B = 2A = 2 * 20 = 40$ & $C = 3B = 3 * 40 = 120$

3.7.7. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

<p>(i) <math>px + qy = p - q</math>  <math>qx - py = p + q</math></p>	<p>(iii) <math>\left(\frac{x}{a}\right) - \left(\frac{y}{b}\right) = 0 \Rightarrow bx - ay = 0</math>  <math>ax + by = a^2 + b^2</math></p>
<p><math>px + qy = p - q</math> -----→(1)  <math>qx - py = p + q</math> -----→(2)  ಸ. (1) ನ್ನು <math>p</math> ಯಿಂದ ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು <math>q</math> ನಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ  <math>P^2x + pqy = p^2 - pq</math> ----→(3)  <math>q^2x - pqy = pq + q^2</math> -----→(4)  ಸ. (3)+ ಸ. (4) ಮಾಡಿದಾಗ <math>x(p^2 + q^2) = (p^2 + q^2) \therefore x = 1</math>  ಸ. (1)+ ಸ. (2) ಮಾಡಿದಾಗ <math>p + qx + y(q - p) = p + p \Rightarrow</math>  <math>p + q + y(q - p) = p + p (\because x = 1)</math>  <math>\Rightarrow y(q - p) = p - q \therefore y = -1</math></p>	<p><math>bx - ay = 0</math> ---→(1)  <math>ax + by = a^2 + b^2</math> ----→(2)  ಸ. (1) ನ್ನು <math>b</math> ಯಿಂದ ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು <math>a</math> ನಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ  <math>b^2x - aby = 0</math> ----→(3)  <math>a^2x + aby = a(a^2 + b^2)</math> ----→(4)  (3)+(4) ಮಾಡಿದಾಗ <math>x(a^2 + b^2) = a(a^2 + b^2) \therefore x = a</math>  <math>x</math> ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ <math>ba - ay = 0 \Rightarrow y = b</math></p>
<p>(iv) <math>(a - b)x + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2</math>  <math>(a + b)(x + y) = a^2 + b^2</math></p>	<p>(v) <math>152x - 378y = -74</math>  <math>-378x + 152y = -604</math></p>
<p><math>(a - b)x + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2</math>  <math>ax - bx + ay + by = a^2 - 2ab - b^2</math> ----→(1)  <math>(a + b)(x + y) = a^2 + b^2</math>  <math>ax + bx + ay + by = a^2 + b^2</math> ----→(2)  ಸ. (2) - ಸ. (1) ಮಾಡಿದಾಗ  <math>2bx = 2b^2 + 2ab = 2b(b + a) \therefore x = a + b</math>  <math>x</math> ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮೊದಲ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ  <math>(a - b)(a + b) + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2 \Rightarrow</math>  <math>a^2 - b^2 + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2 \Rightarrow (a + b)y = -2ab</math>  <math>\therefore y = \left(\frac{-2ab}{(a^2 - b^2)}\right)</math></p>	<p>(v) <math>152x - 378y = -74</math> -----→(1)  <math>-378x + 152y = -604</math> ----→(2)  ಸ. (1) ನ್ನು <math>378</math> ರಿಂದ ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು <math>152</math> ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ  <math>152 \cdot 378x - (378)^2y = -74 \cdot 378</math> ----→(3)  <math>-378 \cdot 152x + (152)^2y = -604 \cdot 152</math> ----→(4)  ಸ. (3)+ ಸ. (4) ಮಾಡಿದಾಗ  <math>\{-(378)^2 + (152)^2\}y = (-74 \cdot 378) + (-604 \cdot 152)</math>  <math>\Rightarrow -119780y = -119780</math>  <math>\therefore y = 1</math>  <math>y</math> ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ <math>152x - 378 = -74</math>  <math>\Rightarrow 152x = 304 \therefore x = 2</math></p>

$$(ii) \begin{aligned} ax+by &= c \\ bx+ay &= 1+c \end{aligned}$$

$$ax+by=c \quad \text{---}\rightarrow(1)$$

$$bx+ay=1+c \quad \text{---}\rightarrow(2)$$

ಸ. (1) ನ್ನು  $a$  ಯಿಂದ ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು  $b$  ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ

$$a^2x+aby=ac \quad \text{-----}\rightarrow(3)$$

$$b^2x+aby=b+bc \quad \text{-----}\rightarrow(4)$$

ಸ. (3)- ಸ. (4) ಮಾಡಿದಾಗ  $x(a^2-b^2)=c(a-b)-b$

$$x = \frac{c(a-b)-b}{(a^2-b^2)}$$

$x$  ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$a \left( \frac{c(a-b)-b}{(a^2-b^2)} \right) + by = c$$

$$\therefore by = c - a \left( \frac{c(a-b)-b}{(a^2-b^2)} \right) = c \left( \frac{ac(a-b)-ab}{(a^2-b^2)} \right) = \left( \frac{a^2c - b^2c - a^2c + abc + ab}{(a^2-b^2)} \right) = \left( \frac{b(-bc + ac + a)}{(a^2-b^2)} \right) = \left( \frac{b(-bc + ac + a)}{(a^2-b^2)} \right) = b$$

$$y = \frac{c(a-b)+a}{(a^2-b^2)}$$

3.7.8. ABCD ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ  $180^\circ$  ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ

$$A+C=180 \Rightarrow 4y+20-4x=180 \Rightarrow 4y-4x=160 \Rightarrow y-x=40 \quad \text{-----}\rightarrow(1)$$

$$B+D=180 \Rightarrow 3y-5-7x+5=180 \Rightarrow 3y-7x=180 \quad \text{-----}\rightarrow(2)$$

$$\text{ಸ. (1) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ } 3y-3x=120 \quad \text{-----}\rightarrow(3)$$

$$\text{ಸ. (2)- ಸ. (3) ಮಾಡಿದಾಗ } -4x=60 \Rightarrow x=-15$$

$$x \text{ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ } y+15=40 \therefore y=25$$

$$A=4y+20=4*25+20=120 \quad B=3y-5=3*25-5=70 \quad ; \quad C=-4x=60 \quad ; \quad D=-7x+5=105+5=110$$

