

## 2.14 ಏಕಕಾಲಿಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು:

ಬೀಜಗಣಿತದ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕಲಿಯಲಿದ್ದೇವೆ.

“ನನ್ನ ಮತ್ತು ನನ್ನ ತಂದೆಯ ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಯ 55 ವರ್ಷಗಳು. 16 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ನನ್ನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ನನ್ನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟಾಗುವುದಾದರೆ, ಈಗ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?”

ನಾವೀಗಾಗಲೇ  $x+1 = 5$ ,  $2a+6 = 10$ , ಈ ರೀತಿಯ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ಚರಾಕ್ಷರವಿದೆ. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳೆನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಈಗ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣ  $x+y = 5$  ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವೆ. ಇದರಲ್ಲಿ  $x$  ಮತ್ತು  $y$  ಎಂಬ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿವೆ. ಈಗ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ  $x$  ಮತ್ತು  $y$  ಗಳಿಗೆ ಬೇರೆಬೇರೆ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕೊಡುವೆ. ಆಗ  $(x=1, y=4)$ ,  $(x=2, y=3)$ ,  $(x=3, y=2)$ ,  $(x=0, y=5)$ ,  $(x=-2, y=7)$  ಈ ರೀತಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆ ಇರದ ಹಲವು ಬೆಲೆಗಳ ಗುಂಪುಗಳು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುತ್ತವೆ.  $x$  ಮತ್ತು  $y$  ಗಳಿಗೆ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಬೆಲೆಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಇದು ಏಕೆ? ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ  $x$  ನ್ನು ಪಕ್ಕಾಂತರಿಸಿದಾಗ,  $y = 5-x$  ಆಗುತ್ತದೆ.  $x$  ನ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೆ  $y$  ಗೆ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಬೆಲೆಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ನಮಗೆ  $x$  ಮತ್ತು  $y$  ಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡು ಇನ್ನೊಂದು ಸಮೀಕರಣ ಬೇಕು.

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಅನಂತ ಬೆಲೆಗಳು ಸಿಗುವುದರಿಂದ, ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಅದೇ ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮೀಕರಣ ಬೇಕು.

ಈಗ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನು ನಿಮಗೊಂದು ಆಟದ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಾನೆಂದು ಭಾವಿಸಿ. ನೀವು ಸರಿಯುತ್ತರ ಹೇಳಿದರೆ, ಅವನ ವಯಸ್ಸಿನಷ್ಟೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಿ.ಡಿ.ಗಳನ್ನು ನಿಮಗೆ ಕೊಡುತ್ತಾನೆ. ಈ ಪಂದ್ಯವನ್ನು ನೀವು ಸ್ವೀಕರಿಸುತ್ತೀರಾ?

“ನನ್ನ ಮತ್ತು ನನ್ನ ತಂದೆಯ ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಯ 55 ವರ್ಷಗಳು. 16 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ನನ್ನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ನನ್ನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟಾಗುವುದಾದರೆ, ಈಗ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು”?

ಅಂದಾಜಿನಿಂದಲೇ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೀವು ಮಾಡಬಹುದು. ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನು ಚಿಕ್ಕ ಮಗುವು ಆಗದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಅತನ ವಯಸ್ಸು 9 ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾ.

ಈಗ(ಒಟ್ಟು=55)		16 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ	
ಸ್ನೇಹಿತನ ವಯಸ್ಸು	ಅವನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು	ಸ್ನೇಹಿತನ ವಯಸ್ಸು	ಅವನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು
9	46	25	62
10	45	26	61
11	44	27	60
12	43	28	59
13	42	29	58
14	41	30	57
15	40	31	56

ಮೇಲಿನ ತಃಖ್ತೆಯಿಂದ ತಿಳಿದು ಬರುವುದೇನೆಂದರೆ,ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ವಯಸ್ಸು ಈಗ 13 ವರ್ಷಗಳಾದರೆ 16 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ, ಅವನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು(58) ಆತನ ವಯಸ್ಸಿನ(29) ಎರಡರಷ್ಟಾಗಲಿದೆ.ಈಗ ನೀವು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನಿಂದ 13 ಸಿ.ಡಿ.ಗಳನ್ನು ಕೇಳಬಹುದು.

ಆದರೆ ಜಟಿಲ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾದರೆ ಇದಕ್ಕೊಂದು ನಿಯಮಬದ್ಧವಾದ ಕ್ರಮವಿದೆಯೇ?

**ಪರಿಹಾರ:**

ಈಗ (ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ವಯಸ್ಸು =  $y$  ವರ್ಷಗಳಾಗಿರಲಿ, ಅವನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು =  $x$  ವರ್ಷಗಳಾಗಿರಲಿ).  
ಅವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೊತ್ತ 55 ವರ್ಷಗಳಾದ್ದರಿಂದ,  $x+y=55$   
16 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ, (ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ವಯಸ್ಸು =  $y+16$ , ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು =  $x+16$ ).  
ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಂತೆ,  $x+16=2*(y+16)$

$$\therefore x+16=2y+32 \quad (\text{ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದೆ.})$$

$$\therefore x-2y=32-16=16 \quad (\text{ಪಕ್ಕಾಂತರಿಸಿದೆ.})$$

ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ನಮಗೀಗ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳು ದೊರೆತವು:

$$(1) x+y=55$$

$$(2) x-2y=16$$

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಚರಾಕ್ಷರ ಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ಹೋಗಲಾಡಿಸಬೇಕು. ಹೇಗೆ?

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು:

$$x+y = 55 \implies (1)$$

$$x-2y=16 \implies (2)$$

$$0+3y = 39 \implies (3) \{ (1) - (2) \}$$

$$3y = 39$$

$$\therefore y=13$$

$$x = 55-y \{ (1) \text{ ನ್ನು ಪಕ್ಕಾಂತರಿಸಿದೆ.} \}$$

ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ  $y=13$  ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$x=55-13$$

$$=42$$

$$\text{ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ವಯಸ್ಸು} = 13 \text{ ವರ್ಷ}$$

$$\text{ಅವನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು} = 42 \text{ ವರ್ಷ}$$

**ತಾಳೆ:**

ಈಗ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ವಯಸ್ಸು = 13 ವರ್ಷ, ಅವನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು = 42 ವರ್ಷ ಆದಾಗ ಅವರ ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಯ 55 ವರ್ಷಗಳು.

16 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ, ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ವಯಸ್ಸು = 29 ವರ್ಷ, ಅವನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು = 58 (ಆಗ ಅವನ ವಯಸ್ಸು ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟಾಗುವುದು)

$$x \text{ ಮತ್ತು } y \text{ ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ: } x+y = 42+13 = 55, \text{ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ: } x-2y = 42-26 = 16$$

**2.14 ಸಮಸ್ಯೆ 2:** ಒಂದು ಕಂಪಾಸು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಬೆಲೆಯು ಒಂದು ಪೆನ್ನಿನ ಬೆಲೆಗಿಂತ ರೂ.18 ಜಾಸ್ತಿ. ನಿಮ್ಮ ಅಧ್ಯಾಪಕರು ನಿಮಗೆ 240 ರೂ ಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು 5 ಕಂಪಾಸು ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ಮತ್ತು 10 ಪೆನ್ನುಗಳನ್ನು ತರಲು ಹೇಳಿದರೆ, ಒಂದು ಕಂಪಾಸು ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಪೆನ್ನಿನ ಕ್ರಯ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

**ಪರಿಹಾರ:**

ಒಂದು ಕಂಪಾಸು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಕ್ರಯ =  $y$  ಆಗಿರಲಿ, ಒಂದು ಪೆನ್ನಿನ ಕ್ರಯ =  $x$  ಆಗಿರಲಿ

$$y = x + 18 \quad \Rightarrow (1)$$

$$5y + 10x = 240 \Rightarrow (2)$$

$$y - x = 18 \quad \Rightarrow (3) \quad \{(1) \text{ ನ್ನು ಪಕ್ಕಾಂತರಿಸಿದೆ}\}$$

$$y + 2x = 48 \quad \Rightarrow (4) \quad \{(2) \text{ ನ್ನು } 5 \text{ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದೆ.}\}$$

$$\text{-----}$$
$$-3x = -30 \quad \{(3) - (4)\}$$

$$\therefore X = \frac{-30}{-3} = 10 \quad \Rightarrow (3)$$

$\therefore$  ಒಂದು ಪೆನ್ನಿನ ಕ್ರಯ = 10 ರೂ.

$\therefore$  ಒಂದು ಕಂಪಾಸು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಕ್ರಯ = 28 ರೂ

**ಅಭ್ಯಾಸ:**  $x$  ಮತ್ತು  $y$  ಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ, ತಾಳೆನೋಡಿ.

**2.14 ಸಮಸ್ಯೆ 3:** ಬಿಡಿಸಿ:  $2x+2y =4$  ಮತ್ತು  $x+y =2$

**ಪರಿಹಾರ:**

$$2x+2y =4 \implies (1)$$

$$x+y = 2 \implies (2)$$

(2) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.

$$2x+2y=4 \implies (3)$$

ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ.

$x$  ಮತ್ತು  $y$  ಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಬಹುದು. ಅವುಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಬೆಲೆಗಳಿಲ್ಲ ( ಏಕೆಂದರೆ ಎರಡನೇ ಸಮೀಕರಣ ಮೊದಲನೆಯದರ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿದೆ)

**2.14 ಸಮಸ್ಯೆ 4:** ಬಿಡಿಸಿ:  $2x+2y =4$  ಮತ್ತು  $x+y = 3$

**ಪರಿಹಾರ:**

$$2x+2y =4 \implies (1)$$

$$x+y = 3 \implies (2)$$

$$2x+2y=6 \implies (3) \{ (2) \text{ ನ್ನು } 2 \text{ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ. } \}$$

(3) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,  $0 =2$  ಇದು ನಿಜವಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ  $x$  ಮತ್ತು  $y$  ಗಳ ಯಾವ ಬೆಲೆಗಳೂ, ಕೊಟ್ಟ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

**ವ್ಯಾಖ್ಯೆ:** ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳುಳ್ಳ ಎರಡು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ, ಅವುಗಳನ್ನು “ಏಕಕಾಲಿಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು” ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಅವುಗಳು ,  $a_1 x + b_1 y = c_1$  ಮತ್ತು  $a_2 x + b_2 y = c_2$

ಇಲ್ಲಿ  $a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2$  ಗಳು ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳು,  $x$  ಮತ್ತು  $y$  ಗಳು ಚರಾಕ್ಷರಗಳು (ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನೇ ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದದ್ದು.)

ಇಂತಹ ಏಕಕಾಲಿಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಬಿಡಿಸಿದ್ದೇವೆ?

**ಸಹ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಸಮಗೊಳಿಸಿ, ಹೋಗಲಾಡಿಸುವ ಕ್ರಮ:**

**ಅನುಸರಿಸಬೇಕಾದ ಹಂತಗಳು:**

1. ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಸಮಗೊಳಿಸಲು, ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು (ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡೂ) ಸೂಕ್ತವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.
2. ಪದಗಳು ಸಮ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ವಿಜಾತಿಯ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದರೆ, ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು., ಸಜಾತಿಯ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಕಳೆಯಬೇಕು.
3. ಈ ರೀತಿ ಪಡೆದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಅದರಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.
4. ಸಿಕ್ಕಿದ ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ, ಇನ್ನೊಂದು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು

## ಗಮನಿಸಿ:

ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

1.  $a_1 x + b_1 y = c_1$

2.  $a_2 x + b_2 y = c_2$

1.  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  ಆದರೆ ಫಲಿತಾಂಶ ಇಲ್ಲ.

2.  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  ಆದರೆ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

3.  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  ಆದಾಗ ಮಾತ್ರ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಫಲಿತಾಂಶ ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯ.

A Project of [www.eShale.org](http://www.eShale.org)



## 2.14 ಸಮಸ್ಯೆ 5: ಬಿಡಿಸಿ:

$$x+y = 2xy \text{ -----} \rightarrow (1)$$

$$x-y = 6xy \text{ -----} \rightarrow (2)$$

### ಪರಿಹಾರ:

ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ,  $2x = 8xy$  (ಗಮನಿಸಿ  $x=0$  ಆದಾಗ  $y=0$ )

$$\text{ಅಂದರೆ } 1 = 4y$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}$$

$y$ ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$x + \frac{1}{4} = 2x * \frac{1}{4} = \frac{x}{2}$$

$$\text{ಪಕ್ಕಾಂತರಿಸಿದಾಗ, } x - \frac{x}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

### ತಾಳೆ:

$x, y$  ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ:

$$x+y = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \text{ ಮತ್ತು } 2xy = 2 * (-\frac{1}{2}) * \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x+y = 2xy$$

$$x-y = -\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = -\frac{3}{4} \text{ ಮತ್ತು } 6xy = 6 * (-\frac{1}{2}) * (\frac{1}{4}) = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore x-y = 6xy$$

**2.14 ಸಮಸ್ಯೆ 6:** ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತೀರ್ಣತೆಗೂ ಅನುತ್ತೀರ್ಣತೆಗೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತ 4:1( ಉತ್ತೀರ್ಣರಾದವರು ಅನುತ್ತೀರ್ಣರಾದವರ 4 ಪಟ್ಟು).ಒಂದು ವೇಳೆ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಕುಳಿತವರಲ್ಲಿ 30 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾಗದಿದ್ದಲ್ಲಿ, 20 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಡಿಮೆ ಉತ್ತೀರ್ಣರಾಗುತ್ತಿದ್ದರು. ಆಗ ಆ ಅನುಪಾತ 5:1 ಆಗಿರುತ್ತಿತ್ತು. (ಉತ್ತೀರ್ಣರಾದವರು ಅನುತ್ತೀರ್ಣರಾದವರ 5 ಪಟ್ಟು) ಹಾಗಾದರೆ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

**ಪರಿಹಾರ:**

ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತೀರ್ಣರಾದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು:  $x$  ಆಗಿರಲಿ. ಅನುತ್ತೀರ್ಣರಾದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು =  $y$  ಆಗಿರಲಿ.

$$\therefore x=4y \quad \text{-----} \rightarrow (1)$$

ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಕುಳಿತವರು =  $x+y$

**30** ಮಂದಿ ಕಡಿಮೆ ಹಾಜರಾದಾಗ, 20 ಮಂದಿ  $(x-20)$  ಕಡಿಮೆ ಉತ್ತೀರ್ಣರಾಗುತ್ತಿದ್ದರು. ಆಗ

- 1) ಹಾಜರಾಗಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು =  $x+y-30$
- 2) ಉತ್ತೀರ್ಣರಾಗಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು =  $(x+y-30) - (x-20) = y-10$
- 3) ಉತ್ತೀರ್ಣತೆಗೂ ಅನುತ್ತೀರ್ಣತೆಗೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತ 5:1 ಆಗುತ್ತಿತ್ತು.

$$\therefore (x-20) = 5(y-10) \quad \text{-----} \rightarrow (2)$$

ಈಗ ನಮಗೆ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳು ಸಿಕ್ಕಿದವು:

$$4y-20 = 5(y-10) \quad \text{-----} \rightarrow (x=4y \text{ ಎಂದು } 2 \text{ ನೇ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ})$$

$$= 5y-50$$

$$\therefore -20+50 = 5y-4y \text{ (ಪಕ್ಕಾಂತರಿಸಿದೆ)}$$

$$\therefore 30=y$$

$$x=4*30 \text{ ( } y \text{ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು } 1 \text{ ನೇ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ)}$$

$$=120$$

**ತಾಳೆ:**

ಉತ್ತೀರ್ಣರು: ಅನುತ್ತೀರ್ಣರು = 120:30 (ಇದು 4:1 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇದೆ)

ಮೊದಲು ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಕುಳಿತವರು = 120+30=150

30 ಮಂದಿ ಹಾಜರಾಗದಿದ್ದಲ್ಲಿ

ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಕುಳಿತವರು = 150-30 =120 ಮತ್ತು 20 ಮಂದಿ ಕಡಿಮೆ ಉತ್ತೀರ್ಣರಾಗುತ್ತಿದ್ದರು. ಆಗ

ಉತ್ತೀರ್ಣರು = 120-20 =100

ಅನುತ್ತೀರ್ಣರು = 120-100 = 20

ಉತ್ತೀರ್ಣರು: ಅನುತ್ತೀರ್ಣರು = 100:20 (ಇದು 5:1 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇದೆ)

A Project of [www.echale.org](http://www.echale.org)

**2.14 ಸಮಸ್ಯೆ 7:** ಎರಡು ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿ ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 9. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ 9 ರಷ್ಟು, ಬಿಡಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ದೊರೆತ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮ ಇದ್ದರೆ ಅಂಕಗಳು ಯಾವುವು?

**ಪರಿಹಾರ:**

x ಅಂಕಿಯು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲೂ y ಯು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲೂ ಇರಲಿ. ಆಗ ಸಂಖ್ಯೆ(xy), ಅದರ ಬೆಲೆ  $10x+y$ . ಇದರ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಬದಲಿಸಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಸಂಖ್ಯೆ (yx), ಅದರ ಬೆಲೆ  $10y+x$ .  
ದತ್ತಾಂಶದಂತೆ:

$$\begin{aligned}x+y &= 9 \quad (xy) \\9(10x+y) &= 2(10y+x)\end{aligned}$$

**ಅಭ್ಯಾಸ:**

ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ( $x = 1$  ಮತ್ತು  $y = 8$ ). ಸಂಖ್ಯೆ 18 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

$$\begin{aligned}1+8 &= 9 \\9*18 &= 2*81\end{aligned}$$

**2.14 ಸಮಸ್ಯೆ 8:** ನಿಮ್ಮ ತಾಯಿಯ ಜೊತೆಗೆ ನಿಮ್ಮ ಊರಿಗೆ ಹೋಗಬೇಕಾಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿರಿ, ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ನಿಮಗೆ ಟಿಕೆಟ್ ನ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ 50% ಕಡಿತ ಇರುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಕಾದಿರಿಸುವ ಶುಲ್ಕ ದಲ್ಲಿ ರಿಯಾಯಿತಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಕಾದಿರಿಸುವ ಶುಲ್ಕ ಸೇರಿ ನಿಮ್ಮ ತಾಯಿಯ ಟಿಕೆಟ್ 2,125 ರೂ ಇದ್ದು ನಿಮ್ಮಿಬ್ಬರ ಟಿಕೆಟ್ ಗೆ 3,200 ರೂ ಆದರೆ, ಒಬ್ಬ ವಯಸ್ಕನ ಟಿಕೆಟ್ ನ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಕಾದಿರಿಸುವ ಶುಲ್ಕ ಏಷ್ಟು?

**ಪರಿಹಾರ:**

**x** ಟಿಕೆಟ್ ನ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು **y** ಕಾದಿರಿಸುವ ಶುಲ್ಕ ಇರಲಿ.

$$\therefore \mathbf{x} + \mathbf{y} = 2,125 \quad \text{----} \rightarrow (1)$$

ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಟಿಕೆಟ್ ನ ಬೆಲೆ  $\frac{1}{2}x$  ಕಾದಿರಿಸುವ ಶುಲ್ಕದಲ್ಲಿ ವಿನಾಯಿತಿ ಇಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಅದು ಇಬ್ಬರಿಗೂ **y** ಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

$$\text{ನಿಮ್ಮಿಬ್ಬರ ಟಿಕೆಟ್ ನ ಬೆಲೆ} = \left\{ \frac{1}{2}x + y \right\} + (x + y) = 3,200$$

$$\therefore \left(\frac{3}{2}\right)x + 2y = 3,200$$

$$\therefore 3x + 4y = 6,400 \quad \text{----} \rightarrow (2) \quad (\text{ಎರಡೂ ಕಡೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ})$$

ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ  $x = 2,100$ ,  $y = 25$  ಎಂದು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

**ತಾಳೆ:**

$$2125 = 2100 + 25, \quad 3200 = 2100 + 25 + 1050 + 25$$

## ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ(ಆದೇಶದಿಂದ ಹೋಗಲಾಡಿಸುವುದು:)

ಏಕಕಾಲಿಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧಾನದಿಂದಲೂ ಬಿಡಿಸಬಹುದು:

1. ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯನ್ನು (y) ಇನ್ನೊಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ (x) ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.
2. ಮೇಲಿನ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪಡೆದ (y) ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ,(x)ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. (x) ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ,(y) ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

A Project of [www.eShale.org](http://www.eShale.org)

2.14.2 ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸುವಾ.

ಬಿಡಿಸಿ:

$$5y + 10x = 240 \quad \text{----} \rightarrow (1)$$

$$5y - 5x = 90 \quad \text{----} \rightarrow (2)$$

$$5y = 5x + 90 \quad (\text{ಸಮೀಕರಣ 2 ರಲ್ಲಿ } 5x \text{ ನ್ನು ಪಕ್ಕಾಂತರಿಸಿದೆ})$$

$$y = x + 18 \quad (\text{ಮೇಲಿನದನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ})$$

y ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ,

$$\therefore 5(x + 18) + 10x = 240$$

$$\therefore 5x + 90 + 10x = 240$$

$$\therefore 15x = 240 - 90 = 150$$

$$\text{ಅಂದರೆ, } 150 = 15x$$

$$\therefore x = 10$$

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು 1 ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ,

$$5y + 10 \cdot 10 = 240$$

$$\text{ಅಂದರೆ } 5y = 240 - 100 = 140$$

$$\therefore y = 28$$

ಹಿಂದೆ ಕೂಡಾ ಈ ಬೆಲೆಗಳು ದೊರೆತಿವೆ.