

2.16 ಚಕ್ರೀಯ ಸಮಸಂಗತಿ:

ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ: $a+b+c \rightarrow (1)$

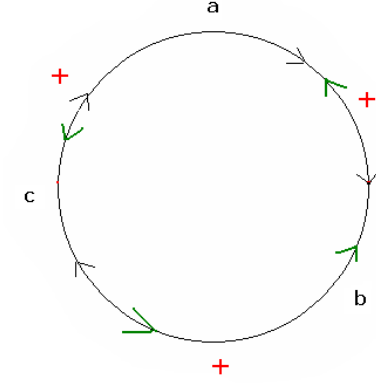
ಮೇಲಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ a ಯನ್ನು b ಯಿಂದ,
 b ಯನ್ನು c ಯಿಂದ ಮತ್ತು c ಯನ್ನು a ಯಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ
ನಮಗೆ ಹೊಸ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಸಿಗುತ್ತದೆಯೇ?

$b+c+a \rightarrow (2)$

ಪುನಃ b ಗೆ c , c ಗೆ a ಮತ್ತು a ಗೆ b , ಆದೇಶಿಸಿ. ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

$c+a+b \rightarrow (3)$

ಮೇಲಿನ ಮೂರೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸರ್ವಸಮ.



ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನಾವು ಕೊಟ್ಟ ಬೀಜೋಕ್ತಿ $a+b+c$ ಯನ್ನು a, b, c ಚರಾಕ್ಷರಗಳಲ್ಲಿ 'ಚಕ್ರೀಯ' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಪುನಃ ಗಮನಿಸಿ: $x^2+y^2+z^2$ ಮತ್ತು $x^3+y^3+z^3$ ಇವುಗಳೂ x, y, z ಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಚಕ್ರೀಯ.

ಬೀಜೋಕ್ತಿ $a+b+c$ ಯನ್ನು $\sum_{abc} a$ ('ಸಿಗ್ಮಾ' a) ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ:

ಅದೇ ರೀತಿ: $x^3+y^3+z^3 = \sum_{xyz} x^3$

$a-b+c$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಚಕ್ರೀಯ ಸಮಸಂಗತಿಯೇ?

a, b, c ಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬದಲಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ದೊರೆಯುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು $b-c+a$ ಮತ್ತು $c-a+b$

$a=b=c$ ಆಗಿರದಿದ್ದರೆ ಇವು ಸರ್ವಸಮ ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ $a-b+c$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಚಕ್ರೀಯ ಸಮಸಂಗತಿ ಅಲ್ಲ.

2.16 ಉದಾಹರಣೆ 1: $a^2+b^2+ c^2-ab-bc-ca$ ಯನ್ನು Σ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆ.

$$a^2+b^2+ c^2-ab-bc-ca = (a^2+b^2+ c^2)-(ab+bc+ca) = \sum_{abc} a^2 - \sum_{abc} ab \text{ ಅಥವಾ } = \sum_{abc} (a^2 -ab)$$

2.16 ಉದಾಹರಣೆ 2: ವಿಸ್ತರಿಸಿ $\sum_{xyz} xy(x^2 -y^2)$

$$= xy(x^2-y^2) + yz(y^2-z^2) + zx(z^2-x^2)$$

A Project of www.eShale.org

2.16 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ $\sum_{xyz} (x^2 - y^2)$

$$\begin{aligned}\sum_{xyz} (x^2 - y^2) &= (x^2 - y^2) + (y^2 - z^2) + (z^2 - x^2) \\ &= x^2 - y^2 + y^2 - z^2 + z^2 - x^2 \\ &= 0\end{aligned}$$

A Project of www.eShale.org

2.16 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಸಾಧಿಸಿ $\sum_{xyz} x^3 = \sum_{xyz} y^3 = \sum_{xyz} z^3$

$$\sum_{xyz} x^3 = x^3 + y^3 + z^3 \text{ -----(1)}$$

$$\sum_{xyz} y^3 = y^3 + z^3 + x^3 \text{ -----(2)}$$

$$\sum_{xyz} z^3 = z^3 + x^3 + y^3 \text{ -----(3)}$$

(1)=(2)=(3)

A Project of www.eShale.org