

2.17 ನಿಬಂಧಿತ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು:

ನಾವೀಗಾಗಲೇ ಪಾಠ 2.3 ರಲ್ಲಿ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

x, y, z ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು.

$$(x+y)(x+z) = x(x+z) + y(x+z) = x^2 + xz + xy + yz = x^2 + x(y+z) + yz$$

ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ x, y, z ಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿ, ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಸಂ.	ಸೂತ್ರ	ವಿಸ್ತರಣೆ
1	$(a+b)^2$	a^2+b^2+2ab
2	$(a-b)^2$	a^2+b^2-2ab
3	$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2
4	$(a+b+c)^2$	$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
5	$(x+a)(x+b)(x+c)$	$x^3+x^2(a+b+c)+x(ab+bc+ca)+abc$
6	$(a+b)^3$	$a^3+b^3+3ab(a+b)$
7	$(a-b)^3$	$a^3-b^3-3ab(a-b)$
8	$(a+b)(a^2+b^2-ab)$	a^3+b^3
9	$(a-b)(a^2+b^2+ab)$	a^3-b^3
10	$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)$	$a^3+b^3+c^3-3abc$

2.17ಸಮಸ್ಯೆ 1: $a+b+c = 0$ ಆದರೆ $a^3+b^3+c^3=3abc$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$a+b+c = 0$ ಆದ್ದರಿಂದ $a+b = -c$

ಸಂ.	ಹಂತ	ವಿವರಣೆ
1	$(a+b)^3 = (-c)^3$	ಎರಡೂ ಭಾಗವನ್ನು ಪೂರ್ಣಘನಗೊಳಿಸಿ.
2	$a^3+b^3+3ab(a+b) = -c^3$	ಸೂತ್ರ
3	$a^3+b^3+3ab(-c) = -c^3$	$a+b = -c$
4	$a^3+b^3-3abc = -c^3$	abc ಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಛೇದ ಮಾಡಿದೆ.
5	$a^3+b^3+c^3=3abc$	ಪಕ್ಕಾಂತರಿಸಿ

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ $a+b+c = 0$ ನಿಬಂಧನೆಗೊಳಪಟ್ಟು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದೆ.

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ:

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ, ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ನಿಜವಾಗಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು “ನಿಬಂಧಿತ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ” ಗಳೆನ್ನುವರು.

2.17ಸಮಸ್ಯೆ 2: $a+b+c = 0$ ಆದರೆ $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = 3$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. *

ಪರಿಹಾರ:

ಈಗ ನಾವು ಸಮೀಕರಣದ ಎಡಭಾಗವನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ, $\frac{3x}{x} (=3)$ ರೂಪಕ್ಕೆ ತರಬೇಕು.

$a+b+c = 0$ ಆದ್ದರಿಂದ $a = -b-c$, $b = -a-c$, $c = -a-b$

ಸಂ.	ಹಂತ	ವಿವರಣೆ
	$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$	
1	$= \frac{a^3}{abc} + \frac{b^3}{bca} + \frac{c^3}{cab}$	ಕೊಟ್ಟ ಪ್ರತೀ ಪದದ, ಅಂಶ ಮತ್ತು ಭೇದಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ a, b, c ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.
2	$= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$	abc ಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಭೇದ ಮಾಡಿದೆ.
3	$= \frac{a^3 + b^3 + (-a-b)^3}{abc}$	$c = -a-b$
4	$= \frac{a^3 + b^3 - (a+b)^3}{abc}$	- ಹೊರಗೆ
5	$= \frac{a^3 + b^3 - [a^3 + b^3 + 3ab(a+b)]}{abc}$	ಸೂತ್ರ $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
6	$= \frac{-3ab(a+b)}{abc}$	ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ
7	$= \frac{-3ab(-c)}{abc}$	$a+b = -c$
8	$= \frac{3abc}{abc} = 3$	

2.17 ಸಮಸ್ಯೆ 2: $a+b+c = 2S$ ಆದರೆ, $\frac{(a^2+b^2-c^2+2ab)}{(a^2-b^2+c^2+2ac)} = \frac{(S-c)}{(S-b)}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಮೊದಲು ಎಡಭಾಗದ ಅಂಶವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾ.

ಸಂ.	ಹಂತ	ವಿವರಣೆ
1	$a^2+b^2-c^2+2ab$	ದತ್ತ ಅಂಶ.
2	$= (a^2+b^2+2ab)-c^2$	ಪದಗಳ ಪುನರ್ಜೋಡಣೆ.
3	$= (a+b)^2-c^2$	ಇದು $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ $x=a+b, y=c$
4	$= \{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\}$	
5	$= 2S(2S-2c)$	$a+b+c = 2S$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $a+b-c = a+b+c-2c=2S-2c$
6	$a^2-b^2+c^2+2ac = 2S(2S-2b)$	ಮೇಲಿನ ಹಂತಗಳಂತೆ ಮುಂದುವರಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಪದದ ಭೇದವನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದೆ

$$\begin{aligned} \therefore \text{ಎಡಭಾಗ} &= \frac{(a^2+b^2-c^2+2ab)}{(a^2-b^2+c^2+2ac)} \\ &= \frac{2S(2S-2c)}{2S(2S-2b)} \\ &= \frac{2(S-c)}{2(S-b)} \\ &= \text{ಬಲಭಾಗ} \end{aligned}$$

2.17 ಸಮಸ್ಯೆ 3: $a+b+c = 2S$ ಆದರೆ, $S^2+(S-a)^2+ (S-b)^2+(S-c)^2= a^2+b^2+c^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಸಂ.	ಹಂತ	ವಿವರಣೆ
1	$S^2 + (S^2+a^2-2aS) +$ $(S^2+b^2-2bS) + (S^2+c^2-2cS)$	ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು $(a+b)^2$ ಸೂತ್ರ ಆಧರಿಸಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿ.
2	$= 4S^2+ a^2+b^2+c^2-2S(a+b+c)$	
3	$=4S^2+ a^2+b^2+c^2-2S*2S$ $=4S^2+ a^2+b^2+c^2-4S^2$	2S ನ್ನು $(a+b+c)$ ಗೆ ಆದೇಶಿಸಿ.
4	$= a^2+b^2+c^2=$ ಬಲಭಾಗ	

A Project of www.eShale.org

2.17 ಸಮಸ್ಯೆ 4: $a+b+c \neq 0$ ಮತ್ತು $a^3+b^3+c^3=3abc$ ಆದರೆ $a=b=c$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. *

ಪರಿಹಾರ:

ಸಂ.	ಹಂತ	ವಿವರಣೆ
1	$a^3+b^3+c^3-3abc=0$	
2	$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$	ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣ
3	$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$	$a+b+c \neq 0$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ
4	$2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca=0$	2 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಕಡೆ ಗುಣಿಸಿ
5	$a^2+b^2+c^2+a^2+b^2+c^2-2ab-2bc-2ca=0$	ಪದಗಳ ಪುನರ್ಜೋಡಣೆ
6	$a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2=0$	ಪದಗಳ ಪುನರ್ಜೋಡಣೆ
7	$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$	$(a-b)^2$ ಸೂತ್ರ
8	$(a-b)=0, (b-c)=0, (c-a)=0$	3 ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 0 ಆದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಸೊನ್ನೆ.