2.19 ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು:

ಅರ್ಜುನನು ಮಹಾಭಾರತ ಯುದ್ಧದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣನನ್ನು ಸೋಲಿಸಲು ಬತ್ತಳಿಕೆ ಯಿಂದ ಹಲವು ಬಾಣಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ. ತೆಗೆದ ಬಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧದಷ್ಟರಿಂದ ಕರ್ಣನ ಬಾಣಗಳನ್ನು ತುಂಡರಿಸುತ್ತಾನೆ. ತೆಗೆದ ಬಾಣಗಳ ವರ್ಗಮೂಲದ 4 ರಷ್ಟರಿಂದ ಕರ್ಣನ ಕುದುರೆಗಳನ್ನು, 6 ಬಾಣಗಳಿಂದ ಶಲ್ಯನನ್ನು, ಒಂದೊಂದರಿಂದ ಕರ್ಣನ ರಥದ ಕೊಡೆ, ಕರ್ಣನ ರಥದ ಬಾವುಟ, ಮತ್ತು ಕರ್ಣನ ಬಿಲ್ಲನ್ನು ತುಂಡರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಉಳಿದ ಒಂದು ಬಾಣದಿಂದ ಕರ್ಣನನ್ನು ಸೋಲಿಸಿದರೆ, ಬತ್ತಳಿಕೆ ಯಿಂದ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಬಾಣಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ?
('ಲೀಲಾವತಿ' ಶ್ಲೋಕ 71)

ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವ ಆಸೆ ಇದೆಯೇ?

ನಿಜ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಎದುರಿಸುವ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ಗೊತ್ತೇ?

ಸಮಸ್ಯೆ:

ನೀವು, ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋಗಲು ಬಯಸುತ್ತೀರಿ. ಆಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಒಟ್ಟು 480 ರೂ. ಖರ್ಚಾಗುತ್ತದೆಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದಿರಿ. ಆದರೆ ಕೊನೆಯ ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ 8 ಮಂದಿ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರು ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋಗಲಿಲ್ಲ. ಇವರು ಬಾರದಿದ್ದುದರಿಂದ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಆಹಾರಕ್ಕಾಗಿ 10 ರೂ. ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಕೊಡಬೇಕಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಕೊನೆಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಹಣ ಎಷ್ಟು?

A Project of www.eShale.org

ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಕೆಳಗಿನ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ:

1. ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಸುತ್ತಳತೆ 60 ಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಅದರ ಬದಿಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ಕ್ರಮ: ಹೊಲದ ಒಂದು ಬದಿ: 'x' ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ ಸುತ್ತಳತೆ = 4x ∴ 4x = 60 ∴ x = 15 ಮೀಟರ್‌ಗಳು

ಈ ರೀತಿ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರವಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ 15, 4x = 60 ಎನ್ನುವ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲ.

2. ಒಂದು ವರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 25 ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗಳಾದರೆ ಅದರ ಒಂದು ಬದಿಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ಕ್ರಮ: ವರ್ಗದ ಒಂದು ಬದಿಯ ಉದ್ದ 'x' ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ ಆ ವರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = x^2

$\therefore x^2 = 25 = 5*5 \therefore x = 5$ ಮೀಟರ್‌ಗಳು

ಆದರೆ 25 = -5*-5 ಎಂದೂ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ, x= -5 ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲವೂ ಆಗಿದ್ದು $x^2 = 25$ ನ್ನು ತೃಪ್ತಿ ಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $x = \pm 5$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು.

ವರ್ಗದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವಾದ್ದರಿಂದ x = -5 ನ್ನು ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ.

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ: ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದದ ಘಾತ 2 ಆಗಿರುವ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು '**ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ**' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

$x^2 = 25$ ಇದನ್ನು $x^2 - 25 = 0$ ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು (ಏಕೆ ಮತ್ತು ಹೇಗೆ ?)

ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಚರಾಕ್ಷರ x ನ ಘಾತ 2 ಮಾತ್ರವಿದೆ. ಮೊದಲ ಘಾತದ ಚರಾಕ್ಷರವಿಲ್ಲ.(bx ಎಂಬ ಅಂಶವಿಲ್ಲ.)

A Project of www.eShale.org

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ:

1. $ax^2 + c = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು '**ಶುದ್ಧ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ**' ಎನ್ನುವರು. a ಮತ್ತು c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು, $a \neq 0$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

2. a, b ಮತ್ತು c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು $a \neq 0$, $b \neq 0$, ಆಗಿರುವ $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು '**ಮಿಶ್ರವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ**' ಎನ್ನುವರು. ಇಲ್ಲಿ $b=0$ ಆದರೆ, ಅದು ಶುದ್ಧ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವಾಗುತ್ತದೆ. ಮಿಶ್ರವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಉದಾಹರಣೆ: $3x^2 - 5x - 16 = 0$

ಉದಾಹರಣೆ: $3x^2 - 16 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾ.

$\therefore\ 3x^2 = 16$ (16 ನ್ನು ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ತಂದಿದೆ, ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಕಡೆ 16 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದೆ)

$$\therefore x^2 = \frac{16}{3}$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{\frac{16}{3}} = \pm\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}} = \pm\frac{4}{\sqrt{3}}$$

2.19 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಬಿಡಿಸಿ: $\frac{x^2}{2} - \frac{3}{4} = \frac{29}{4}$

ಪರಿಹಾರ:

ಪಕ್ಷಾಂತರ ಮಾಡಿದಾಗ,

$$\frac{x^2}{2} = \frac{29}{4} + \frac{3}{4} = \frac{32}{4} = 8$$

$$\therefore\ x^2 = 16$$

$$\therefore x = \pm 4$$

A Project of www.eShale.org

2.19 ಸಮಸ್ಯೆ 2 : ಬಿಡಿಸಿ: $(2m-5)^2 = 81$

ಪರಿಹಾರ:

$(2m-5)^2 = 9^2$

$\therefore$ $2m-5 = \pm 9$ $\therefore$ $2m = \pm 9 + 5$ (ಪಕ್ಷಾಂತರ ಮಾಡಿದಾಗ)

$\therefore$ $2m = +9+5 = 14$ ಅಥವಾ $2m = -9+5 = -4$

$\therefore$ $m = 7$ ಅಥವಾ $m = -2$

ತಾಳೆ:

$m = 7$: ಆದಾಗ, $(2m-5)^2 = (9)^2 = 81$(ಬಲ ಭಾಗ)..

$m = -2$: ಆದಾಗ, $(2m-5)^2 = (-4-5)^2 = (-4-5)^2 = (-9)^2 = 81$(ಬಲ ಭಾಗ).

2.19 ಸಮಸ್ಯೆ 3 : $c^2 = a^2 + b^2$ ಆಗಿದ್ದು $a=8$, $c=17$ ಆದಾಗ b ಯ ಬೆಲೆ ಏನು?

ಪರಿಹಾರ:

$c^2 = a^2 + b^2$

$\therefore$ $b^2 = c^2 - a^2$ $\therefore$ $b = \pm\sqrt{c^2 - a^2}$

a ಮತ್ತು c ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$b = \pm\sqrt{c^2 - a^2}$$
$$= \pm\sqrt{17^2 - 8^2}$$
$$= \pm\sqrt{289 - 64} = \pm\sqrt{225} = \pm 15$$

ತಾಳೆ:

$a=8$, $b=15$ ಆದಾಗ ಬಲಬದಿ $= a^2 + b^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2 = c^2$(ಎಡ ಭಾಗ).

A Project of www.eShale.org

2.19 ಸಮಸ್ಯೆ 4 : ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ 'r' ಎತ್ತರ 'h' ಆದಾಗ ಅದರ ಘನಫಲ(ಗಾತ್ರ) = V = $\pi r^2 h$

1. r ನ ಸೂತ್ರ ಏನು?

2. ಗಾತ್ರ=176 , ಎತ್ತರ=14 ಆದಾಗ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$V = \pi r^2 h$

$r^2 = V \div \pi h$

$\therefore\ r = \pm\sqrt{(V/\pi h)}$

ದತ್ತಾಂಶ: V=176, h = 14

$\pi = \frac{22}{7}$ (ಸಮೀಪದ ಬೆಲೆ)

$r^2 = V/\pi h = \frac{176*7}{22*14} = 4$

$\therefore\ r = \pm 2$

ತ್ರಿಜ್ಯವು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ r=2 ಮಾನಗಳು.

ತಾಳೆ:

$\pi = \frac{22}{7}$, h =14, r=2:

ಬಲಭಾಗ= $\pi r^2 h = \frac{22*4*14}{7}$ = 22*4*2=176=V(ಎಡ ಭಾಗ).

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಮಿಶ್ರ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ಕ್ರಮದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು:

ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ನಾವು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಎರಡು ದ್ವಿಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದು, ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಸೊನ್ನೆಗೆ ಹೋಲಿಸಿ, ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ. ಈ ವಿಧಾನಕ್ಕೆ ತುಂಬಾ ಅಭ್ಯಾಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಸರಿಯಾಗಿ ಕಲಿಯಲು ತುಂಬಾ ಸಮಯಬೇಕು.

ಸೂಚನೆ:

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು $ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವಾಗ bx ನ್ನು ಎರಡು ಪದಗಳು ಆಗುವಂತೆ (m ಮತ್ತು n) ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ವಿಭಜಿಸಬೇಕು.

$ax^2c=mn$ ಮತ್ತು $bx=m+n$

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಬಿಡಿಸಿ: $6-p^2=p$

ಪರಿಹಾರ:

$p^2+p-6 = 0$ $\{ m+n=p,\ mn= -6p^2 \Rightarrow m=3p, n=-2p \}$

$\therefore p^2+3p-2p-6=0$

$\therefore p(p+3) -2(p+3)=0$ --→ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ(p+3)ವನ್ನು ಹೊರ ತೆಗೆದಾಗ

$\therefore (p+3)(p-2) = 0$ (ಎರಡು ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 0 ಆದರೆ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪದ 0 ಆಗಿರಲೇಬೇಕು.)

$p+3 = 0$ ಅಥವಾ $p-2 = 0$

$\therefore$ $p= -3$ ಅಥವಾ $p =2$ ಇವು ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು.

ತಾಳೆ:

p=2 ಆದಾಗ, ಎಡಭಾಗ: $2^2+2-6 =4+2-6 = 0$(ಬಲ ಭಾಗ).

p = -3 ಆದಾಗ, ಎಡಭಾಗ: $(-3)^2 -3- 6 = 9-3-6 = 0$ (ಬಲ ಭಾಗ).

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಬಿಡಿಸಿ : $6y^2+y-15=0$.

ಪರಿಹಾರ:

$6y^2+y-15$ $\{m+n=y,\ mn=-90y^2 \Rightarrow m=10y, n=-9y\}$

$=6y^2+10y-9y-15$

$=2y(3y+5)-3(3y+5)$ – (ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ $3y+5$ ವನ್ನು ಹೊರ ತೆಗೆದಾಗ)

$=(3y+5)(2y-3)$

$6y^2+y-15=0$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$(3y+5)(2y-3)=0$

$3y+5=0$ ಅಥವಾ $2y-3=0$

$\therefore\ y=-\frac{5}{3}$ ಅಥವಾ $y=\frac{3}{2}$ ಇವು ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು.

ತಾಳೆ:

$y=\frac{3}{2}$ ಆದಾಗ, ಎಡಬದಿ $=6*\frac{9}{4}+\frac{3}{2}-15$

$=\frac{27}{2}+\frac{3}{2}-15 = 15-15=0$ (ಬಲ ಭಾಗ)

ಇದೇರೀತಿ $y=-\frac{5}{3}$ ಆದಾಗ ತಾಳೆನೋಡಿ.

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ಬಿಡಿಸಿ: $13M = 6(M^2+1)$

ಪರಿಹಾರ:

$13M = 6(M^2+1)$

$\therefore 6M^2-13M+6 = 0$

$6M^2-13M+6$ $\{ m+n=-13M,\ mn= 36M^2 \Rightarrow m=-9M,\ n=-4M \}$

$= 6M^2-9M-4M+6$

$= 3M(2M-3) -2(2M-3)$ ------→ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ 2M-3 ವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದಾಗ)

$= (2M-3)(3M-2)$

$\therefore$ $6M^2-13M+6 = 0$ ಆದಾಗ

$(2M-3)(3M-2)=0$

$\therefore$ $2M-3 = 0$ ಅಥವಾ $3M-2 = 0$

$\therefore$ $M = \frac{3}{2}$ ಅಥವಾ $M = \frac{2}{3}$ ಇವು ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು.

ತಾಳೆ:

$M=\frac{2}{3}$ ಆದಾಗ, ಎಡಭಾಗ $= 6*\frac{4}{9} -13*\frac{2}{3} +6$

$= \frac{8}{3} - \frac{26}{3} +6$

$= -6 +6 = 0$ (ಬಲ ಭಾಗ)

$M= \frac{3}{2}$ ಆದಾಗ ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿದಂತಹ ವಿಧಾನಕ್ಕೆ ತುಂಬಾ ಅಭ್ಯಾಸ ಹಾಗೂ ಸಮಯವೂಬೇಕು.ಹೀಗಿರುವಾಗ ಏಕೆ ಸೂತ್ರವೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಾರದು?

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 4: $2x^2+3x+1=0$ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾ.

ಸಂ.	ಹಂತ	ವಿವರಣೆ
1	$x^2+(\frac{3}{2})x+(\frac{1}{2})=0$	ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದೆ.
2	$x^2+(\frac{3}{2})x=-(\frac{1}{2})$	$(\frac{1}{2})$ ನ್ನು ಬಲಬದಿಗೆ ತಂದಿದೆ.
$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$ ಎನ್ನುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಹಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಹೀಗಿರುವಾಗ $2ax=(\frac{3}{2})x$ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು. $\therefore a=\frac{3}{4}$		
3	$x^2+(\frac{3}{2})x+(\frac{3}{4})^2=-(\frac{1}{2})+(\frac{3}{4})^2$	$(\frac{3}{4})^2$ ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿದೆ.
4	LHS $=x^2+2(\frac{3}{4})x+(\frac{3}{4})^2=[x+(\frac{3}{4})]^2$	$p^2+2pq+q^2=(p+q)^2$ ಇಲ್ಲಿ $p=x$, $q=\frac{3}{4}$
5	RHS $=-(\frac{1}{2})+(\frac{3}{4})^2=-(\frac{1}{2})+(\frac{9}{16})=(\frac{1}{16})$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಛೇದ 4*4=16
6	$[x+(\frac{3}{4})]^2=(\frac{1}{16})$	ಹಂತ 4 ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ LHS=RHS
7	$\{x+(\frac{3}{4})\}=\pm(\frac{1}{4})$	ಹಂತ 6 ರ ವರ್ಗಮೂಲ
8	$x=-(\frac{3}{4})\pm(\frac{1}{4})=-(\frac{1}{2})$ or -1	$\frac{3}{4}$ ನ್ನು ವರ್ಗಾಂತರಿಸಿ

A Project of www.eShale.org

ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿದಂತಹ ವಿಧಾನದಂತೆ $ax^2+bx+c=0$ ದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾ.

ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ:

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ: $ax^2 + bx + c = 0$, ಇಲ್ಲಿ a, b, c ಗಳು ವಾಸ್ತವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು $a \neq 0$, $b \neq 0$.

ಸಂ.	ಹಂತ	ವಿವರಣೆ
1	$x^2 + (\frac{bx}{a}) + (\frac{c}{a}) = 0$	ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 'a'ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದೆ.
2	$x^2 + (\frac{bx}{a}) = -(\frac{c}{a})$	$\frac{c}{a}$ ಯನ್ನು ಬಲಬದಿಗೆ ತಂದಿದೆ.
3	$x^2 + (\frac{bx}{a}) + (\frac{b}{2a})^2 = -(\frac{c}{a}) + (\frac{b}{2a})^2$	$(\frac{b}{2a})^2$ ವನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿದೆ.
4	LHS= $x^2 + (\frac{bx}{a}) + (\frac{b}{2a})^2 = [x+(\frac{b}{2a})]^2$	$p^2+2pq+q^2 = (p+q)^2$ ಇಲ್ಲಿ $p=x$, $q=\frac{b}{2a}$
5	RHS = $\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} = (\frac{b^2-4ac}{4a^2})$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಛೇದ $4a^2$
6	$[x+(\frac{b}{2a})]^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$	ಹಂತ 4 ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ LHS=RHS
7	$x+(\frac{b}{2a}) = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{\sqrt{4a^2}} = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	ಹಂತ 6 ರ ವರ್ಗಮೂಲ
8	**$x = [\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$**	$\frac{b}{2a}$ ನ್ನು RHS ಗೆ ಪಕ್ಷಾಂತರಿಸಿ.

A Project of www.eShale.org

$ax^2 + bx + c = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು $x = [\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$ **ಮತ್ತು** $x = [\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$

ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು '**ವರ್ಗಸೂತ್ರ**' ಎನ್ನುವರು ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಪ್ರಪ್ರಥಮವಾಗಿ **ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞ ಶ್ರೀಧರಾಚಾರ್ಯ** (ಕ್ರಿ. ಶ. 900) ಪರಿಚಯಿಸಿರುತ್ತಾರೆ. ಇದನ್ನು ಶ್ಲೋಕರೂಪದಲ್ಲಿ '**ಲೀಲಾವತಿ**'ಯಲ್ಲೂ ಕೊಟ್ಟಿದೆ(ಶ್ಲೋಕ 67)

ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ಬಿಡಿಸುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲೇ ಇರುತ್ತವೆ.

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 5: ಬಿಡಿಸಿ: $4x^2+8x+4 = 0$

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ a =4, b=8, c =4.

ಸೂತ್ರ **x** = $[\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}]$

x = $[\frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4*4*4}}{2*4}] = \frac{-8 \pm \sqrt{64-64}}{8} = \frac{-8 \pm 0}{8}$ = - 1

ಇಲ್ಲಿ ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ: - 1

ಗಮನಿಸಿ: $4x^2+8x+4 = 4(x^2+2x+1) = 4(x+1)(x+1)$. ಈ ಪ್ರಕಾರವೂ x=-1 ಮೂಲವೇ ಆಗಿದೆ.

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 6: ಬಿಡಿಸಿ: $p^2+p-6 = 0$ (2.19.1.1 ರಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಲೆಕ್ಕವೇ ಇದಾಗಿದೆ.)

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ a =1, b=1, c =-6.

ಸೂತ್ರದಂತೆ:

x = $[\frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4*1*-6}}{2*1}] = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \frac{-1+5}{2}$ ಅಥವಾ $= \frac{-1-5}{2}$

x = = 2 ಅಥವಾ $= \frac{-1-5}{2}$ = -3

ಈ ಮೂಲಗಳು ಈ ಹಿಂದೆಯೇ ದೊರೆತಿವೆ (2.19.1.1)

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 7: ಬಿಡಿಸಿ: $6y^2+y-15=0$ (2.19.1.2 ರಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಲೆಕ್ಕವೇ ಇದಾಗಿದೆ.)

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=6$, $b=1$, $c=-15$

ಸೂತ್ರ $x = \left[\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]$

$y = \left[\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4*6*-15}}{2*6}\right] = \frac{-1\pm\sqrt{1+360}}{12} = \frac{-1\pm19}{12} = \frac{-1+19}{12} = \frac{3}{2}$ ಅಥವಾ $= \frac{-1-19}{12} = -\frac{5}{3}$

ಈ ಮೂಲಗಳನ್ನು ನಾವು ಈ ಹಿಂದೆಯೇ ಪಡೆದಿದ್ದೇವೆ.

$\frac{3}{2}$ ಮತ್ತು $-\frac{5}{3}$ ಮೂಲಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $(y-\frac{3}{2})(y+\frac{5}{3})$ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಆಗಿವೆ.

$(y-\frac{3}{2})(y+\frac{5}{3}) = \frac{(2y-3)*(3y+5)}{6}$

$\therefore 6y^2+y-15=(2y-3)(3y+5)$

ಚಟುವಟಿಕೆ:

2.19.1.3 $\{13m = 6(m^2+1)\}$ ರಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಡಿಸಿ.

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 8: ಬಿಡಿಸಿ: $y^2-2y+2=0$

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ a=1, b=-2, c=2.

ಸೂತ್ರ **x** = $\left[\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]$

y = $\left[\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4*1*2}}{2*1}\right] = \frac{2\pm\sqrt{-4}}{2} = \frac{2+2\sqrt{-1}}{2} = 1+\sqrt{-1}$ ಅಥವಾ y = $\frac{2-2\sqrt{-1}}{2} = 1-\sqrt{-1}$

ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲ.

ತಾಳೆ:

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $y=1+\sqrt{-1}$ ನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿ,

$y^2-2y+2=(1+\sqrt{-1})^2-2(1+\sqrt{-1})+2$ (ವಿಸ್ತರಿಸಲು $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ)

$= [1+(-1)+2\sqrt{-1}]+[-2-2\sqrt{-1}]+2$

$= 1-1+2\sqrt{-1}-2-2\sqrt{-1}+2 = 0$ (ಬಲ ಭಾಗ).

ಇದೇ ರೀತಿ ಇನ್ನೊಂದು ಮೂಲ = $1-\sqrt{-1}$ ಕ್ಕೂ ತಾಳೆನೋಡಿ.

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 9: ಬಿಡಿಸಿ: $\frac{2(3y-1)}{4y-3} = \frac{5y}{y+2} - 2$

ಪರಿಹಾರ:

ಬಲಬದಿ = $\frac{5y-2(y+2)}{y+2} = \frac{3y-4}{y+2}$

∴ ಈಗ ನಾವು ಬಿಡಿಸಬೇಕಾದದ್ದು: $\frac{2(3y-1)}{4y-3} = \frac{3y-4}{y+2}$

ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರದಿಂದ, 2(3y-1)*(y+2) = (3y-4)*(4y-3)

∴ $2(3y^2+6y-y-2) = 12y^2-9y-16y+12$

∴ $6y^2+10y-4 = 12y^2-25y+12$ (ಪಕ್ಷಾಂತರಿಸಿದಾಗ)

$6y^2-35y+16=0$

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ a=6, b=-35, c= 16.

ಸೂತ್ರ **x** = $[\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$

x = $[\frac{35\pm\sqrt{(-35)^2-4*6*16}}{2*6}] = \frac{35\pm\sqrt{1225-384}}{12} = \frac{35\pm\sqrt{841}}{12} = \frac{35\pm 29}{12} = \frac{16}{3}$ ಅಥವಾ $\frac{1}{2}$

ತಾಳೆ:

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಈ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 10: ಬಿಡಿಸಿ: $\frac{(y-1)*(5y+6)}{y-3} = \frac{(y-4)*(5y+6)}{y-2}$

ಪರಿಹಾರ:

ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದಾಗ,

(y-1)(5y+6)(y-2) = (y-4)(5y+6)(y-3)

ಎಡಭಾಗ = $(5y^2+6y-5y-6)(y-2) = (5y^2+y-6)(y-2) = 5y^3 + y^2 - 6y - 10y^2 - 2y + 12$

$= 5y^3 - 9y^2 - 8y + 12$

ಬಲಭಾಗ = $(5y^2+6y-20y-24)(y-3) = (5y^2-14y-24)(y-3) = 5y^3 - 14y^2 - 24y - 15y^2 + 42y + 72$

$= 5y^3 - 29y^2 + 18y + 72$

ಎಡಭಾಗ = ಬಲಭಾಗ

$\therefore 5y^3 - 9y^2 - 8y + 12 = 5y^3 - 29y^2 + 18y + 72$. (ಪಕ್ಷಾಂತರಿಸಿದಾಗ)

$\therefore 5y^3 - 9y^2 - 8y + 12 - (5y^3 - 29y^2 + 18y + 72) = 0$

$\therefore 20y^2 - 26y - 60 = 0$ (2 ನ್ನು ಹೊರತೆಗದಾಗ)

$10y^2 - 13y - 30 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ a=10, b=-13, c= -30.

ಸೂತ್ರ $x = [\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$

$y = [\frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4*10*-30}}{2*10}] = \frac{13 \pm \sqrt{169+1200}}{20} \frac{35 \pm \sqrt{1369}}{20} = \frac{35 \pm 37}{20} = \frac{35 \pm 29}{12} = \frac{5}{2}$ ಅಥವಾ $-\frac{6}{5}$

ತಾಳೆ:

yಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ. LHS = RHS ಬರುತ್ತದೆ.

A Project of www.eShale.org

ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ($\frac{(y-1)*(5y+6)}{y-3} = \frac{(y-4)*(5y+6)}{y-2}$) ಬಿಡಿಸುವ ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ (5y+6) ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ, ನಮಗೀಗ 2 ಆಯ್ಕೆಗಳಿವೆ:

(1) 5y+6 = 0:

ಆಗ 5y= -6 $y = -\frac{6}{5}$

$\therefore$ $y = -\frac{6}{5}$ ಎಂಬುದು ದತ್ತ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರ ---------→(1)

(2) $5y+6 \neq 0$ ಆದರೆ, 5y+6 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸಿ,

$$\frac{(y-1)}{(y-3)} = \frac{(y-4)}{(y-2)}$$

ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿ,

(y-1)(y-2) = (y-4)(y-3)

ಅಂದರೆ $y^2-2y-y+2 = y^2-3y-4y+12$

ಅಂದರೆ $y^2-3y+2 = y^2-7y+12$: (ಪಕ್ಷಾಂತರಿಸಿದಾಗ)

ಅಂದರೆ $y^2-3y+2-(y^2-7y+12)=0$

ಅಂದರೆ $y^2-3y+2-y^2+7y-12=0$

ಅಂದರೆ 4y-10=0

ಅಂದರೆ 4y=10 ಅಥವಾ $y=\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ -------------------------→(2)

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ, ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದ ಮೌಲ್ಯಗಳು: $\frac{5}{2}$ ಮತ್ತು $-\frac{6}{5}$

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 11: $\frac{y}{(y+1)} + \frac{y+1}{y} = \frac{25}{12}$

ಪರಿಹಾರ:

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದ ಎಡಬದಿಯನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ,

$$\frac{y*y+(y+1)*(y+1)}{y(y+1)} = \frac{y^2+y^2+2y+1}{y^2+y}$$

LHS = RHS ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$$\frac{y^2+y^2+2y+1}{y^2+y} = \frac{25}{12}$$

ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿ,

$12(y^2+y^2+2y+1) = 25(y^2+y)$

$\therefore\ 24y^2+24y+12 = 25y^2+25y.$

$\therefore 0 = y^2+y-12$

$ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=1$, $b=1$, $c= -12$.

ಸೂತ್ರ $x = [\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$

$x= [\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4*1*-12}}{2*1}] = \frac{-1\pm\sqrt{1^2+48}}{2*1} = \frac{-1\pm7}{2} = -4$ ಅಥವಾ 3

ತಾಳೆ:

ಈ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ಎಡಬದಿ=ಬಲಬದಿ ಬರುತ್ತದೆ.

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 12 : ಬಿಡಿಸಿ: $(3x^2-5x+2)(3x^2-5x-2)=21$

ಪರಿಹಾರ:

1) $3x^2-5x = y$ ಆಗಿರಲಿ, ಆಗ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣ: $(y+2)(y-2)=21$

$y^2 - 4 = 21$

$y^2 = 21+4 = 25$

$y = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

$\therefore\ y = 3x^2-5x = \pm 5$

$\therefore 3x^2-5x \pm 5=0$

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=3$, $b=-5$, $c=\pm 5$.

ಸೂತ್ರ $\mathbf{x} = [\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$

$\mathbf{x} = [\dfrac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4*3*\pm5}}{2*3}] = \dfrac{5\pm\sqrt{25\pm60}}{6} = \dfrac{5\pm\sqrt{85}}{6}$ ಅಥವಾ $\dfrac{5\pm\sqrt{-35}}{6}$

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 13 (ಈ ಪಾಠದ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಸಮಸ್ಯೆ): ನೀವು, ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋಗಲು ಬಯಸುತ್ತೀರಿ. ಆಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಒಟ್ಟು 480 ರೂ. ಖರ್ಚಾಗುತ್ತದೆಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದಿರಿ. ಆದರೆ ಕೊನೆಯ ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ 8 ಮಂದಿ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರು ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋಗಲಿಲ್ಲ. ಇವರು ಬಾರದಿದ್ದುದರಿಂದ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಆಹಾರಕ್ಕಾಗಿ 10 ರೂ. ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಕೊಡಬೇಕಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಕೊನೆಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಹಣ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋಗಲು ಮೊದಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದವರ ಸಂಖ್ಯೆ= x ಇರಲಿ.

ಆಗ ಆಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ= $\frac{480}{x}$

8 ಜನ ಬಾರದಿದ್ದುದರಿಂದ ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋದವರ ಸಂಖ್ಯೆ=(x-8)

ಈಗ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = $\frac{480}{x-8}$

ಈ ಹಣವು ಮುಂಚೆ ನಿರ್ಧರಿಸಿದ ಹಣಕ್ಕಾಗಿ 10 ರೂ. ಹೆಚ್ಚು

$\therefore$ ಹೊಸದರ = ಹಳೆದರ +10

$\frac{480}{x-8} = \frac{480}{x} + 10$

$= \frac{480+10x}{x}$

ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿ,

$480x = (480+10x)(x-8)$

$= 480x - 480*8 + 10x*x - 80x$

$= 480x - 3840 + 10x^2 - 80x$

$\therefore 0 = 10x^2 + 400x - 3840 - 480x$. (ಪಕ್ಷಾಂತರಿಸಿದಾಗ)

ಅಥವಾ $10x^2 - 80x - 3840 = 0$

A Project of www.eShale.org

ಸಮೀಕರಣ $10x^2-80x-3840=0$ ವನ್ನು 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ $x^2-8x-384=0$

ಸಮೀಕರಣ $x^2-8x-384=0$ $ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ a=1, b= -8, c= -384.

ಸೂತ್ರ **x =** $\left[\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]$

$$x=\left[\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-4*1*(-384)}}{2*1}\right]=\frac{8\pm\sqrt{64+1536}}{2}=\frac{8\pm40}{2}=24$$ ಅಥವಾ -16

ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ x = 24 ಜನರು ಪ್ರವಾಸ ಹೋಗಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದ್ದರು.

ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ಕೊಡಬೇಕಾದ ಹಣ $\left(=\frac{480}{24-8}\right)=$ 30 ರೂ.

ತಾಳೆ:

24 ಜನರು ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋಗಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದ್ದರು.

ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಖರ್ಚು $=\frac{480}{24}=$ 20ರೂ.

8 ಜನ ಹೋಗದಿದ್ದುದರಿಂದ ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋದವರು = 24 - 8 = 16

ಈಗ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಖರ್ಚು $=\frac{480}{16}=$ 30ರೂ.

ಇದು ಮೊದಲಿದಕ್ಕಿಂತ 10 ರೂ. ಹೆಚ್ಚು

ಉತ್ತರ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ತಾಳೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 14: ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಕರ್ಣ 20 ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 4 ಮೀಟರ್ ಆದರೆ, ಆವೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣ ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳು x, x-4 ಆಗಿರಲಿ.

ಪೈಥಾಗೊರಸನ ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ,

$\therefore 20^2 = x^2+(x-4)^2 \quad ====\rightarrow (1)$

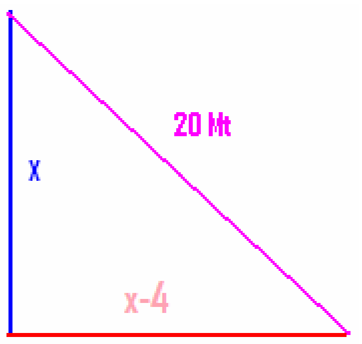
$400=x^2+x^2-8x+16$

$\quad =2x^2-8x+16$

$\therefore 2x^2-8x-384=0$ ಇದನ್ನು ಎರಡರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ

$\therefore x^2-4x-192=0$

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=1, b=-4, c=-192$.



ಸೂತ್ರ $\mathbf{x} = [\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$

$\mathbf{x}= [\frac{4\pm\sqrt{16\ -4*1*(-192)}}{2*1}] = \frac{4\pm\sqrt{16+768}}{2} = \frac{4\pm 28}{2} =$ 12 ಅಥವಾ -16

ತ್ರಿಕೋನದ ಬಾಹು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ. $\therefore$ **x** =12.

ಒಂದು ಬಾಹು 12 ಮಿ, ಇನ್ನೊಂದು ಬಾಹು (x+4) = 16 ಮಿ.

A Project of www.eShale.org

ತಾಳೆ:

(ಬಾಹು)^2+ (ಬಾಹು)^2 = $12^2+16^2 = 144+256 = 400 = 20^2$ (ವಿಕರ್ಣ)^2

ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರ ಸರಿಯಾಗಿದೆ.

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 15: ಎರಡು ಪಟ್ಟಣಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 1200 ಕಿ.ಮಿ.. ಒಂದು ರೈಲುಗಾಡಿಯು ಈ ಎರಡು ಪಟ್ಟಣಗಳ ನಡುವೆ ಓಡುತ್ತದೆ. ರೈಲಿನ ವೇಗವು ಮೊದಲಿನ ವೇಗಕ್ಕಿಂತ 30 ಕಿ.ಮಿ./ಗಂ. ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಅದಕ್ಕೆ ಎರಡು ಗಂಟೆ ಸಮಯ ಕಡಿಮೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ರೈಲಿನ ಮೊದಲಿನ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ರೈಲಿನ ಮೊದಲಿನ ವೇಗ = x ಆಗಿರಲಿ.

ಓಡಲು ಬೇಕಾದ ಸಮಯ = $\frac{1200}{x}$ ಗಂ.

ವೇಗವು 30 ಕಿ.ಮಿ./ಗಂ. ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಎರಡನೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಬೇಕಾದ ಸಮಯ = $\frac{1200}{x+30}$ ಗಂ.

ಹೊಸ ಸಮಯವು ಮುಂಚಿನ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 2 ಗಂಟೆ ಕಡಿಮೆ.

$\therefore \frac{1200}{x} - \frac{1200}{x+30} = 2$

ಚಟುವಟಿಕೆ: ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ, ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: x=120 ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ತಾಳೆ:

$\frac{1200}{120} - \frac{1200}{150}$ = 10-8 =2 ದತ್ತಾಂಶ.

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 16: ಒಬ್ಬ ನಾವಿಕನು ಒಂದು ಮೋಟಾರು ದೋಣಿಯನ್ನು ಎರಡು ಬಂದರುಗಳ ನಡುವೆ ಚಲಾಯಿಸುತ್ತಾನೆ. ಬಂದರುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 8 ಕಿ.ಮಿ. ಅವನು ಒಂದು ಬಂದರಿನಿಂದ ಹೊರಟು ಇನ್ನೊಂದು ಬಂದರಿಗೆ ಹೋಗಿ ಪುನಃ ವಾಪಾಸು ಬರಲು 1 ಗಂ 40 ನಿಮಿಷಗಳು ಬೇಕು. ಪ್ರವಾಹದ ವೇಗ ಗಂಟೆಗೆ 2 ಕಿ.ಮಿ. ಆದರೆ, ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

[ದೋಣಿಯು ಪ್ರವಾಹದ ಜೊತೆಗೇ ಚಲಿಸುವಾಗ ಸಮಯ ಕಡಿಮೆ ಸಾಕು. ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ಚಲಿಸುವಾಗ ಸಮಯ ಜಾಸ್ತಿಬೇಕು]

ಪರಿಹಾರ:

ದೋಣಿಯ ವೇಗ = x ಆಗಿರಲಿ (ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ)

ಹೋಗಿ, ಬರಲು ಬೇಕಾದ ಒಟ್ಟು ಸಮಯ 1 ಗಂ. 40 ನಿ. $= \frac{100}{60} = \frac{5}{3}$ ಗಂಟೆ.

ಬಂದರುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ = 8 ಕಿ.ಮಿ.

ಪ್ರವಾಹದ ವೇಗ 2 ಕಿ.ಮಿ/ಗಂ.

$\therefore$ ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಹೋಗಲು ಬೇಕಾದ ಕಾಲ $= \frac{8}{x+2}$ (ದೋಣಿಯ ವೇಗ + ಪ್ರವಾಹದ ವೇಗ)

$\therefore$ ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ಹೋಗಲು ಬೇಕಾದ ಕಾಲ $= \frac{8}{x-2}$ (ಪ್ರವಾಹವು ವೇಗವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ)

$\therefore$ ಒಟ್ಟು ಸಮಯ $= \frac{8}{x+2} + \frac{8}{x-2} = \frac{5}{3}$

ಆದುದರಿಂದ ಬಿಡಿಸಬೇಕಾದ್ದು: $\frac{8}{x+2} + \frac{8}{x-2} = \frac{5}{3}$

ಚಟುವಟಿಕೆ: ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ, ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮೂಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ $x = 10$

ತಾಳೆ: ಬೇಕಾದ ಒಟ್ಟು ಕಾಲ $= \frac{8}{10+2} + \frac{8}{10-2} = \frac{8}{12} + \frac{8}{8} = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$ (ದತ್ತಾಂಶ)

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 17: ಒಂದು ವಿಮಾನವು ನಿಗದಿತ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 30 ನಿಮಿಷ ತಡವಾಗಿ ಹೊರಟಿತು. ಅದು ಪಯಣಿಸಬೇಕಾದ ದೂರ 1,500 ಕಿ.ಮಿ. ನಿಗದಿತ ಸಮಯಕ್ಕೇ ಅಲ್ಲಿಗೆ ತಲುಪಲು ಅದು ತನ್ನ ವೇಗವನ್ನು ಮಾಮೂಲು ವೇಗಕ್ಕಿಂತ 250 ಕಿ.ಮಿ./ಗಂ ನಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಬೇಕು. ಹಾಗಾದರೆ ಅದರ ಮಾಮೂಲು ವೇಗ ಮತ್ತು ಮಾಮೂಲು ಅವಧಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ವಿಮಾನದ ನಿತ್ಯದ ವೇಗ = x ಆಗಿರಲಿ, ಕ್ರಮಿಸಬೇಕಾದ ದೂರ = 1,500 ಕಿ.ಮಿ.

$\therefore$ ಮಾಮೂಲಿ ಪ್ರಯಾಣದ ಸಮಯ = ದೂರ ÷ ವೇಗ = $\frac{1500}{x}$ ಗಂಟೆ.

ವಿಮಾನವು ಅರ್ಧ ಗಂಟೆ ತಡವಾಗಿ ಹೊರಟಿದೆ. ನಿಗದಿತ ವೇಳೆಗೇ ಗುರಿ ತಲುಪಲು ಅದು ತನ್ನ ವೇಗವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿಕೊಳ್ಳಲೇ ಬೇಕು.

ಈಗ ವಿಮಾನಕ್ಕೆ ಪಯಣಿಸಲು ಇರುವ ಸಮಯ = $\frac{1500}{x} - \frac{1}{2}$

ಇದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ವಿಮಾನ 1,500 ಕಿ.ಮಿ. ಹಾರಿದೆ. ಆಗ ವೇಗ: (x+250)

$\therefore$ ದೂರ = ಸಮಯ *ಹೊಸ ವೇಗ. ಅಂದರೆ 1500 = $\{\frac{1500}{x} - \frac{1}{2}\} * (x+250) = \frac{(3000-x)*(x+250)}{2x}$

ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರದಿಂದ, 3,000x = (3000-x)(x+250) ಅಂದರೆ 3,000x = 3,000x $-x^2$+7,50,000-250x

ಅಂದರೆ x^2-7,50,000+250x =0

$\therefore$ ಮೂಲಗಳು: x = $[\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}] = \frac{-250 \pm 1750}{2}$

x = 750 ಅಥವಾ x =-1000

ವಿಮಾನದ ವೇಗ ಋಣ ಬೆಲೆ ಅರ್ಥವಿಲ್ಲದ್ದು $\therefore$ x=750 $\therefore$ ಮಾಮೂಲಿ ಪ್ರಯಾಣದ ಸಮಯ = $\frac{1500}{750}$ = 2 ಗಂಟೆ

A Project of www.eShale.org

ವೇಗ = 750 ಮಾಮೂಲಿ ಪ್ರಯಾಣದ ಸಮಯ = $\frac{1500}{750}$ = 2 ಗಂಟೆ

ತಾಳೆ:

ವಿಮಾನದ ವೇಗ 250 ಕಿ.ಮಿ. ಹೆಚ್ಚಾದುದರಿಂದ ಹೊಸ ವೇಗ: 1000ಕಿ.ಮಿ. /ಗಂಟೆ. ∴ 1500 ಕಿ.ಮಿ. ಕ್ರಮಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಸಮಯ = $\frac{1500}{1000}$ = 1.5 ಗಂಟೆ. ಅಂದರೆ, ನಿಗದಿತ ಪ್ರಯಾಣದ ವೇಳೆಗಿಂತ ½ ಗಂಟೆ ಕಡಿಮೆ.

ವಿಮಾನವು ½ ಗಂಟೆ ತಡವಾಗಿ ಹೊರಟಿರುವುದರಿಂದ, ಸರಿಯಾದ ವೇಳೆಗೇ ಗುರಿಯನ್ನು ತಲಪುತ್ತದೆ. ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರ ಸರಿಯಾಗಿದೆ.

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 18: ಏ ಹುಡುಗಿ, ಹಂಸಗಳ ಗುಂಪಿನ ಒಟ್ಟು ಹಂಸಗಳ ವರ್ಗಮೂಲದ $\frac{7}{2}$ ರಷ್ಟು ಹಂಸಗಳು ಕೊಳದ ದಡದಲ್ಲಿ ಆಡುತ್ತಿವೆ. ಉಳಿದೆರಡು ಹಂಸಗಳು ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಜಗಳವಾಡುತ್ತಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಒಟ್ಟು ಇರುವ ಹಂಸಗಳೆಷ್ಟು? ('ಲೀಲಾವತಿ' ಶ್ಲೋಕ 70)

ಪರಿಹಾರ:

ಒಟ್ಟು ಹಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ.

ದಡದಲ್ಲಿ ಆಡುತ್ತಿರುವ ಹಂಸಗಳು = $\frac{7}{2}\sqrt{x}$

ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಜಗಳವಾಡುವ ಹಂಸಗಳು = 2

$\therefore\ x = \frac{7}{2}\sqrt{x} + 2$

ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ, ಮೂಲಗಳು: $\frac{1}{4}$ ಅಥವಾ 16

ಆದರೆ ಹಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{1}{4}$ ಇರಲಾಗದು. ಒಟ್ಟು ಇರುವ ಹಂಸಗಳು = 16

ತಾಳೆ:

$16 = 14 + 2 = \frac{7}{2}\sqrt{16} + 2$ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಂತೆಯೇ ಇದೆ.

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 19: ಅರ್ಜುನನು ಮಹಾಭಾರತ ಯುದ್ಧದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣನನ್ನು ಸೋಲಿಸಲು ಬತ್ತಳಿಕೆ ಯಿಂದ ಹಲವು ಬಾಣಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ. ತೆಗೆದ ಬಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧದಷ್ಟರಿಂದ ಕರ್ಣನ ಬಾಣಗಳನ್ನು ತುಂಡರಿಸುತ್ತಾನೆ. ತೆಗೆದ ಬಾಣಗಳ ವರ್ಗಮೂಲದ 4 ರಷ್ಟರಿಂದ ಕರ್ಣನ ಕುದುರೆಗಳನ್ನು, 6 ಬಾಣಗಳಿಂದ ಶಲ್ಯನನ್ನು, ಒಂದೊಂದರಿಂದ ಕರ್ಣನ ರಥದ ಕೊಡೆ, ಕರ್ಣನ ರಥದ ಬಾವುಟ, ಮತ್ತು ಕರ್ಣನ ಬಿಲ್ಲನ್ನು ತುಂಡರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಉಳಿದ ಒಂದು ಬಾಣದಿಂದ ಕರ್ಣನನ್ನು ಸೋಲಿಸಿದರೆ, ಬತ್ತಳಿಕೆ ಯಿಂದ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಬಾಣಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ? ('ಲೀಲಾವತಿ' ಶ್ಲೋಕ 71)

ಪರಿಹಾರ:

ತೆಗೆದ ಬಾಣಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ x ಇರಲಿ.

ಹಂತ	ಏತಕ್ಕೆ	ಎಷ್ಟು
1	ಕರ್ಣನ ಬಾಣಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಲು	$\frac{x}{2}$
2	ಕರ್ಣನ ಕುದುರೆಗಳಿಗಾಗಿ	$4\sqrt{x}$
3	ಶಲ್ಯನಿಗೆ	6
4	ರಥದ ಕೊಡೆ,ಬಾವುಟ,ಕರ್ಣನ ಬಿಲ್ಲುಗಳಿಗೆ	(1+1+1) =3
5	ಕರ್ಣನ ಮೇಲೆ	1

$\therefore x = (\frac{x}{2}) + 4\sqrt{x} + 6 + 3 + 1 \therefore x - (\frac{x}{2}) - 10 = 4\sqrt{x} \therefore (\frac{x}{2}) - 10 = 4\sqrt{x}$

$\therefore (x-20) = 8\sqrt{x} \quad \therefore x^2 - 40x + 400 = 64x$ --------→ ($(a+b)^2$ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ).

$\therefore x^2 - 104x + 400 = 0 \therefore (x-100)*(x-4) = 0 \therefore x = 100$ ಅಥವಾ $x = 4$

(ಅವನು 6 ಬಾಣಗಳನ್ನು ಶಲ್ಯನಿಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವುದರಿಂದ 4 ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ)

ಆದುದರಿಂದ ಅರ್ಜುನನು 100 ಬಾಣಗಳನ್ನು ತೆಗೆದಿರುತ್ತಾನೆ **ತಾಳೆ:** 100= 50+40+6+3+1

A Project of www.eShale.org

2.19.1 ಸಮಸ್ಯೆ 20:ಒಂದು ಕಾಡಿನ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಕಪಿಗಳ ಗುಂಪಿನ $\frac{1}{5}$ ನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 3 ನ್ನು ಕಳೆದು ವರ್ಗಿಸಿದ ಗುಂಪು ಗುಹೆಗೆ ಹೋಯಿತು. ಉಳಿದ ಒಂದು, ಮರದ ರೆಂಬೆಯನ್ನು ಹತ್ತಿತು. ಕಪಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು? (ಭಾಸ್ಕರ : ಬೀಜಗಣಿತ)

ಪರಿಹಾರ:

ಕಪಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ x ಇರಲಿ.

ಹಂತ	ಎಲ್ಲಿ	ಎಷ್ಟು
1	ಗುಹೆಗೆ	$\{(\frac{x}{5})-3\}^2$
2	ಉಳಿದದ್ದು	1

$\therefore \{(\frac{x}{5})-3\}^2+1 = x$

$\frac{(x-15)^2}{25}$ +1 =x ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ, ಎರಡೂ ಕಡೆ 25 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ,

$\{x^2-30x+225\} + 25 = 25x$

$\therefore \; x^2-55x+250=0$

$\therefore \; (x-50)*(x-5) = 0$

$\therefore$ x=50 ಅಥವಾ x=5: 5 ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಏಕಂದರೆ $\{(\frac{x}{5})-3\}$ ಋಣ ಆಗಬಾರದು

ತಾಳೆ:

$50= (10-3)^2+1= 49+1,$

A project of www.eShale.org

2.19.2 ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ:

ನೀವು ಈವರೆಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ b^2-4ac ಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?

$4x^2+8x+4 = 0$ $y^2-2y+2 =0$

$4x^2+8x+4 = 0$ ರಲ್ಲಿ b^2-4ac $(64-64)= 0$ ಮೂಲಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ.
$y^2-2y+2 =0$ ರಲ್ಲಿ $b^2-4ac(4 -8) <0$ ಮೂಲಗಳು ಅವಾಸ್ತವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
ಉಳಿದವುಗಳಲ್ಲಿ $b^2-4ac > 0$ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಈ b^2-4acಯನ್ನು 'ಶೋಧಕ' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು Δ (ಡೆಲ್ಟಾ) ದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ನಾವೀಗ ಈ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತೇವೆ.

	ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆ $(b^2-4ac) = \Delta$	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ $= [\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$
1	$\Delta = 0$	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ.
2	$\Delta >0$ (ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ)	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
3	$\Delta <0$ (ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ)	ಮೂಲಗಳು ಸಮವಲ್ಲದ ಅವಾಸ್ತವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (ಸಮ್ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

A Project of www.eShale.org

2.19.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: m ನ ಯಾವ ಧನ ಬೆಲೆಗೆ $mk^2-3k+1=0$ ಯ ಮೂಲಗಳು (1) ಸಮ (2) ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ (3) ಅವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ?

ಪರಿಹಾರ:

ಸಮೀಕರಣ: $mk^2-3k+1=0$

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=m$, $b=-3$, $c=1$.

$\therefore\ b^2-4ac = 9-4m$

ಮೂಲಗಳು ಸಮ	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ	ಮೂಲಗಳು ಅವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ
$b^2-4ac=0$	$b^2-4ac>0$	$b^2-4ac<0$
ಅಂದರೆ $9-4m=0$ ಅಂದರೆ $m=\frac{9}{4}$	ಅಂದರೆ $9-4m>0$ ಅಂದರೆ, $9>4m$, ಅಂದರೆ, $m<\frac{9}{4}$	ಅಂದರೆ $9-4m<0$ ಅಂದರೆ, $9<4m$, ಅಂದರೆ, $m>\frac{9}{4}$

A Project of www.eShale.org

2.19.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2: m ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ $r^2-(m+1)r+4=0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು (ಸಮ), (ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ), (ಅವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ)

ಪರಿಹಾರ:

ಸಮೀಕರಣ: $r^2-(m+1)r+4=0$

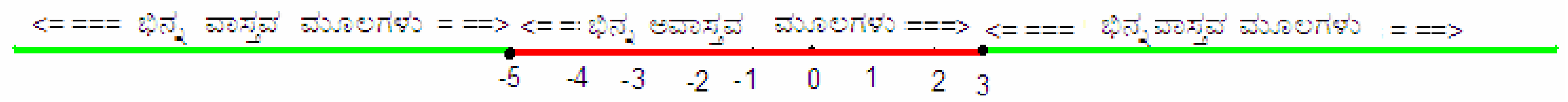
$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=1$, $b=-(m+1)$, $c=4$.

$\therefore b^2-4ac=(m+1)^2-16=[(m+1)+4]*[(m+1)-4]$ ===> (ಅಪವರ್ತಿಸಿದಾಗ)

$=(m+5)(m-3)$

ಮೂಲಗಳು	ಸಮ	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ	ಅವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ
b^2-4ac	$=0$	>0	<0
ಅಂದರೆ	$(m+5)(m-3)=0$	$(m+5)(m-3)>0$	$(m+5)(m-3)<0$
ಹಾಗಿರುವಾಗ	$(m+5)=0$ ಅಥವಾ $(m-3)=0$	ಸಂದರ್ಭ 1: $m+5>0$ ಮತ್ತು $m-3>0$ $:m>-5$ ಮತ್ತು $m>3$ ಹೀಗಿರಲು $m>3$ ಆಗಿರಲೇ ಬೇಕು	ಸಂದರ್ಭ 1: $m+5<0$ ಮತ್ತು $m-3>0$ $:m<-5$ ಮತ್ತು $m>3$ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ
	$m=-5$ ಅಥವಾ $m=3$	ಸಂದರ್ಭ 2: $m+5<0$ ಮತ್ತು $m-3<0$ $:m<-5$ ಮತ್ತು $m<3$ ಹೀಗಿರಲು $m<-5$ ಆಗಿರಲೇ ಬೇಕು	ಸಂದರ್ಭ 2: $m+5>0$ ಮತ್ತು $m-3<0$ $:m>-5$ ಮತ್ತು $m<3$: ಹೀಗಿರಲು m ನ ಬೆಲೆ -5 ಮತ್ತು 3 ರ ಮಧ್ಯ ಇರಲೇಬೇಕು.

ಈ ರೀತಿ ನಾವು ಕಂಡು ಹಿಡಿದಿರುವುದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕೆಳಗೆ ಕಾಣಿಸಿದಂತೆ ಗುರುತಿಸಬಹುದು.



A Project of www.eShale.org

2.19.2 ಸಮಸ್ಯೆ 3: $(p+1)n^2+2(p+3)n+(p+8)=0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಬೇಕಾದರೆ, p ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=(p+1)$, $b=2p+6$, $c=p+8$, $n=x$

$\therefore b^2-4ac = (2p+6)^2 - 4*(p+1)(p+8)$

$= (4p^2+24p+36) - 4(p^2+8p+p+8)$

$= 4p^2+24p+36 - 4p^2-36p-32$

$= -12p+4$

ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಬೇಕಾದರೆ, $b^2-4ac=0$

ಅಂದರೆ, $-12p+4 = 0$

$\therefore p=\frac{1}{3}$. ಸೂತ್ರದಂತೆ,

ಮೂಲಗಳು: $n = [\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}] = \frac{-2(p+3)\pm 0}{2(p+1)} = -\frac{(p+3)}{(p+1)}$ ($p=\frac{1}{3}$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ)

$= -(\frac{10}{3}) \div (\frac{4}{3}) = -\frac{5}{2}$

ತಾಳೆ:

$n = -\frac{5}{2}$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ,

$(p+1)n^2+2(p+3)n+(p+8) = (p+1)(\frac{25}{4}) -5(p+3)+(p+8) = (p+1)(\frac{25}{4}) -4p-7 = \frac{25p+25-16p-28}{4}$

$= \frac{9p-3}{4}$ ($p=\frac{1}{3}$ ಆದೇಶಿಸಿ)

$= \frac{0}{4} = 0$ (ಬಲ ಭಾಗ)

A Project of www.eShale.org

2.19.2 ಸಮಸ್ಯೆ 4: $(3p+1)c^2+2(p+1)c+p=0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಬೇಕಾದರೆ. P ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=(3p+1)$, $b= 2p+2$, $c= p$.

$\therefore\ b^2-4ac = (2p+2)^2 - 4*(3p+1)p = (4p^2+4+8p) -4(3p^2+p) = 4p^2+4+8p -12p^2-4p$
$= -8p^2+4p+4 = -4(2p^2-p-1)$

ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಬೇಕಾದರೆ, $b^2-4ac = 0 \therefore 2p^2-p-1 = 0$

ಎಡಬದಿ $= 2p^2-2p+p-1 = 2p(p-1)+(p-1) = (p-1)(2p+1)$

ಈಗ $2p^2-p-1 = 0$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $(p-1)(2p+1) = 0 \therefore$ $p=1$ ಅಥವಾ $p= -\frac{1}{2}$

ಗಮನಿಸಿ: $2p^2-p-1 = 0$ ಇದರ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಸೂತ್ರದಂತೆ $p=1$ ಆದಾಗ, ಮೂಲಗಳು:

$$c = \left[\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right] = \frac{-2p-2\pm 0}{2(3p+1)} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$p = -\frac{1}{2}$ ಆದಾಗ c ಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಬೆಲೆ (ಅದೇ) ಬರುತ್ತದೆ.

ಗಮನಿಸಿ: ಸೂತ್ರವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ p ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ತಾಳೆ:

ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $c = -\frac{1}{2}$ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$(3p+1)c^2+2(p+1)c+p = \frac{3p+1}{4} + \frac{-2(p+1)}{2} + p = \frac{3p+1}{4} -(p+1) + p = \frac{3p+1}{4} - 1$ ($p=1$ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ)

$= 1-1 = 0$ (ಬಲ ಭಾಗ).

A Project of www.eshale.org

2.19.2 ಸಮಸ್ಯೆ 5: $2y^2 - py + 1 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ. P ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=2$, $b= -p$, $c= 1$.

$\therefore b^2 - 4ac = p^2 - 8$

ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಿರಲು, $b^2 - 4ac = 0$

$\therefore p^2 = 8 = 4*2$

$\therefore p = \pm 2\sqrt{2}$

ಚಟುವಟಿಕೆ:

p ಯ ಈ ಬೆಲೆಯು ಸಮಾನ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆಂದು ತಾಳೆನೋಡಿ.

A Project of www.eShale.org

2.19.3 ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳಿಗೂ, ಅವುಗಳ ಸಹಾಪವರ್ತನಗಳಿಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ:

m ಮತ್ತು n ಗಳು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ $ax^2 + bx + c = 0$ ಇದರ ಮೂಲಗಳಾಗಿರಲಿ.

$\therefore (x-m)(x-n) = 0$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು (m,n) :

$\therefore x = [\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$ ಅಥವಾ $x = [\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$

$\therefore m = [\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$ $\quad \therefore \quad n = [\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$

$\therefore m+n = [\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}] + [\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}] = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$

$mn = [\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}] * [\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$ { (a+b)(a-b) ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ}

$= \frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$

ತೀರ್ಮಾನ:

1. ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $= -\frac{b}{a}$
2. ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= \frac{c}{a}$

A Project of www.eShale.org

2.19.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $x^2 + (AB)x + (A+B) = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=1$, $b= AB$, $c= (A+B)$

$$\therefore m+n = -\frac{b}{a} = -\frac{AB}{1} = -AB$$

$$mn = \frac{c}{a} = \frac{A+B}{1} = (A+B)$$

A Project of www.eShale.org

2.19.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2: $pr^2 = r-5$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಸಮೀಕರಣ $pr^2 - r + 5 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=p$, $b=-1$, $c=5$

$\therefore m+n = -\frac{b}{a} = \frac{1}{p}$

$mn = \frac{c}{a} = \frac{5}{p}$

A Project of www.eShale.org

2.19.4 ದತ್ತ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು:

m ಮತ್ತು n ಗಳು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ $ax^2 + bx + c = 0$ ಇದರ ಮೂಲಗಳಾಗಿರಲಿ. ಆಗ $(x-m)(x-n) = 0$ ಆದರೆ,

$(x-m)(x-n)=0$

$x(x-n)-m(x-n)=0$

$x^2 - xn - mx + mn=0$

$x^2 - x(n+m) + mn=0$

$x^2 - (m+n)x + mn=0$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ:

x^2 –(ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ)x +(ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ) =0

A Project of www.eShale.org

2.19.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $2a^2-4a+1=0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು p ಮತ್ತು q ಆದರೆ, $(p+q)^2+4pq$ ಮತ್ತು (p^3+q^3) ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು p^3 ಮತ್ತು q^3 ಗಳು ಮೂಲಗಳಾಗುವಂತೆ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ಬರೆ.

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=2$, $b=-4$, $c=1$

$\therefore p+q = -\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$, $pq = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$

$\therefore (p+q)^2+4pq=4+2 = 6$

ನಮಗೆ ಒಂದು ಸೂತ್ರ ಗೊತ್ತಿದೆ: $a^3+b^3=(a+b)(a^2+b^2-ab)$

$\therefore p^3+q^3$

$=(p+q)(p^2+q^2-pq)$

$=(p+q)[(p^2+q^2+2pq)-3pq)]$

$=(p+q)[(p+q)^2-3pq]$

$=2*[4-\frac{3}{2}] = 5$ ((p+q) ಮತ್ತು pq ಗಳ ಬೆಲೆ ಆದೇಶಿಸಿದೆ)

ನಮಗೀಗ p^3 ಮತ್ತು q^3 ಗಳು ಮೂಲಗಳಾಗಿರುವ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ಬೇಕು.

ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $= p^3+q^3 = 5$ (ಮೇಲೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿದೆ)

ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= p^3 * q^3 = (pq)^3 = (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$

$\therefore$ ಬೇಕಾದ ಸಮೀಕರಣ:

x^2-(ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ)x+ (ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ)= 0

ಅಂದರೆ, $x^2-5x+\frac{1}{8}=0$ (8 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ)

$8x^2-40x+1=0$

A Project of www.eShale.org

2.19.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಮೂಲಗಳು $\frac{p}{q}$ ಮತ್ತು $\frac{q}{p}$ ಇರುವಂತೆ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ರಚಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$m = \frac{p}{q}, \ n = \frac{q}{p}$

$\therefore m+n = \frac{p}{q} + \frac{q}{p} = \frac{p^2+q^2}{pq}$

$mn = \frac{p}{q} * \frac{q}{p} = 1$

$\therefore$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ: $x^2 - (n+m)x + mn = 0$

ಅಂದರೆ $x^2 - (\frac{p^2+q^2}{pq})x + 1 = 0$

$pqx^2 - (p^2+q^2)x + pq = 0$ (pq ನಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ)

A Project of www.eShale.org

2.19.3 ಸಮಸ್ಯೆ 3: $x^2+px+q=0$ ಸಮೀಕರಣದ ಒಂದು ಮೂಲವು ಮತ್ತೊಂದು ಮೂಲದ ಮೂರರಷ್ಟಿದ್ದರೆ. $3p^2=16q$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=1, b=p, c=q$.

m ಮತ್ತು n ಗಳು ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳಾಗಿರಲಿ. $\therefore m+n = -\frac{b}{a} = -p,\ mn = \frac{c}{a} = q$

ಒಂದು ಮೂಲವು ಮತ್ತೊಂದರ 3 ರಷ್ಟಿದೆ $\therefore$ $m=3n$ ಆಗಿರಲಿ.

$\therefore -p = (m+n) = (3n+n) = 4n$ ಮತ್ತು $q = mn = 3n*n = 3n^2$

$\therefore 3p^2 = 3(-4n)^2 = 48n^2 = 16*3n^2 = 16q \quad (\because 3n^2 = q)$

A Project of www.eShale.org

2.19.3 ಸಮಸ್ಯೆ 4: $4x^2-8px+9=0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 4 ಆದರೆ p ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=4, b=-8p, c=9$

m ಮತ್ತು n ಗಳು ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳಾಗಿರಲಿ.

1) $m+n = -\frac{b}{a} = \frac{8p}{4} = 2p$ ===➔(1)

2) $mn = \frac{c}{a} = \frac{9}{4}$ ===➔(2)

ಮೂಲಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 4 $\therefore n = m+4$ ಆಗಿರಲಿ.

n ನ ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ.

$\therefore m+n = 2p \quad \therefore m+m+4 = 2p \quad \therefore 2m = 2p-4$

$\therefore m = p-2$ ===➔(3)

$n = m+4$ ಇದನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ.

$m(m+4) = \frac{9}{4}$

$\therefore 4(m^2+4m) - 9 = 0$

ಅಂದರೆ $4(p-2)^2+16(p-2) - 9 = 0$ {(3) ರಂತೆ $m=p-2$}

$4(p^2-4p+4) + 16(p-2) - 9 = 0$ {$(p-2)^2$ ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ }

$4p^2-16p+16+16p-32-9 = 0$

$4p^2-25 = 0$

$4p^2 = 25$

$p = \pm \frac{5}{2}$

A Project of www.eShale.org

ತಾಳೆ:

p =$(-\frac{5}{2})$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ,

$4x^2-8px+9=0$

$4x^2-8*(-\frac{5}{2})x+9=0$

$4x^2+20x+9=0$

$ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ a=4, b=20, c=9.

ಸೂತ್ರದಂತೆ,

ಸೂತ್ರ **x** = $[\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}]$

ಮೂಲಗಳು: x = $[\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}] = \frac{-20+16}{8} = -\frac{4}{8}$, x = $[\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}] = \frac{-20-16}{8} = -\frac{36}{8}$

ಮೂಲಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $\frac{32}{8}$ = 4 ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದೇ.

ಚಟುವಟಿಕೆ: p=$\frac{5}{2}$ ಕೂಡಾ ಇದೇ ಫಲಿತಾಂಶ ಬರುತ್ತದೆಂದು ತಾಳೆನೋಡಿ.

A Project of www.eShale.org