3.6 ಮಾತೃಕೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳು:

1) ಒಂದು ಮಾತೃಕೆ (A) ಯನ್ನು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ k ಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವಾಗ:

$A = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix}$	$k\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx_1 & kx_2 & kx_3 \\ ky_1 & ky_2 & ky_3 \end{pmatrix}$	ಮಾತೃಕೆಯ ಪ್ರತೀ ಅಂಶವನ್ನು (ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲುಗಳೆರಡನ್ನು) k ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. k(A) = (k*A ಯ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಶಗಳು)

2) ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳ ಸಮತ್ವ:

$A = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ t_1 & t_2 & t_3 \end{pmatrix}$	(A) =(B) ಆದರೆ, (x1=z1 , x2=z2 , x3=z3) , (y1=t1 , y2=t2 , y3=t3). ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಅಂಶಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳು ಸಮ.

1) A =A¹ ಆದರೆ A ಯು ಸಮಮಿತಿಯ ಮಾತೃಕೆ.

ಸಾಧನೆ:

$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$	$A^1 = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$	$A = A^1$ ಆದಾಗ a2=b1, a3=c1, b3=c2	$A = \begin{pmatrix} a1 & b1 & c1 \\ b1 & b2 & c2 \\ c1 & c2 & c3 \end{pmatrix}$	ಇದು ಸಮಮಿತಿ ಮಾತೃಕೆ. (∵ ಪ್ರಧಾನಕರ್ಣಗೆ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ ಅಂಶಗಳು ಸಮ)

2) A = - A[1] ಆದರೆ A ಯು ವಿಷಮ ಸಮಮಿತಿಯ ಮಾತೃಕೆ

ಸಾಧನೆ:

$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$	$-A^1 = \begin{pmatrix} -a_1 & -b_1 & -c_1 \\ -a_2 & -b_2 & -c_2 \\ -a_3 & -b_3 & -c_3 \end{pmatrix}$	$A = -A^1$ ಆದಾಗ a1= -a1,a2= -b1,a3=-c1. b1=-a2,b2= -b2,b3= -c2. c1 = -a3,c2=-b3,c3=-c3. $\therefore$ a1=0,b2=0,c3=0	$A = \begin{pmatrix} 0 & -b_1 & -c_1 \\ b_1 & 0 & -c_2 \\ c_1 & c_2 & 0 \end{pmatrix}$	ಇದು ವಿಷಮ ಸಮಮಿತಿಯ ಮಾತೃಕೆ. ($\because$ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಅಂಶಗಳೆಲ್ಲವೂ 0)

3.6.1 ಮಾತೃಕೆಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ:

1. A ಮತ್ತು B ಗಳು ಒಂದೇ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳಾದಾಗ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಅಂಶಗಳಿಂದಾಗುವ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು A ಮತ್ತು B ಮಾತೃಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ (A+B) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
2. A ಮತ್ತು B ಗಳು ಒಂದೇ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳಾದಾಗ, A ಮಾತೃಕೆಯ ಅಂಶಗಳಿಂದ B ಮಾತೃಕೆಯ ಅನುರೂಪ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಬರುವ ಅಂಶಗಳಿಂದಾದ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು (A-B) ಮಾತೃಕೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \\ z_1 & z_2 \end{pmatrix}$	$A+B = \begin{pmatrix} a_1+x_1 & a_2+x_2 \\ b_1+y_1 & b_2+y_2 \\ c_1+z_1 & c_2+z_2 \end{pmatrix}$	$B+A = \begin{pmatrix} x_1+a_1 & x_2+a_2 \\ y_1+b_1 & y_2+b_2 \\ z_1+c_1 & z_2+c_2 \end{pmatrix}$
a1+x1=x1+a1 (ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ) $\therefore$ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾದಂತೆಯೇ ಮಾತೃಕೆಗಳ ಸಂಕಲನವೂ ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ. A+B=B+A			

A = $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{pmatrix}$	B = $\begin{pmatrix} x1, x2 \\ y1, y2 \\ z1, z2 \end{pmatrix}$	A-B = $\begin{pmatrix} a_1 - x_1 & a_2 - x_2 \\ b_1 - y_1 & b_2 - y_2 \\ c_1 - z_1 & c_2 - z_2 \end{pmatrix}$	B-A= $\begin{pmatrix} x_1 - a_1 & x_2 - a_2 \\ y_1 - b_1 & y_2 - b_2 \\ z_1 - c_1 & z_2 - c_2 \end{pmatrix}$
a1-x1 $\neq$ x1-a1. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯವಕಲನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಲ್ಲ. ಅಂತೆಯೇ ಮಾತೃಕೆಗಳ ವ್ಯವಕಲನವೂ ಪರಿವರ್ತನೀಯವಲ್ಲ. $\therefore$ A-B $\neq$ B-A.			
ಗಮನಿಸಿ: ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳ ಸಂಕಲನ/ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಅವೆರಡೂ ಒಂದೇ ಶ್ರೇಣಿಯವುಗಳಾಗಿರಬೇಕು			

A = $\begin{pmatrix} a1 & a2 & a3 \\ b1 & b2 & b3 \\ c1 & c2 & c3 \end{pmatrix}$	A^1 = $\begin{pmatrix} a1 & b1 & c1 \\ a2 & b2 & c2 \\ a3 & b3 & c3 \end{pmatrix}$	A+ A^1 = $\begin{pmatrix} a1+a1 & a2+b1 & a3+c1 \\ b1+a2. & b2+b2 & b3+c2 \\ c1+a3. & c2+b3 & c3+c3 \end{pmatrix}$	ಇದು ಸಮಮಿತಿಯ ಮಾತೃಕೆ. ($\because$ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ ಅಂಶಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ)
A = $\begin{pmatrix} a1 & a2 & a3 \\ b1 & b2 & b3 \\ c1 & c2 & c3 \end{pmatrix}$	A^1 = $\begin{pmatrix} a1 & b1 & c1 \\ a2 & b2 & c2 \\ a3 & b3 & c3 \end{pmatrix}$	A- A^1 = $\begin{pmatrix} a1-a1 & a2-b1 & a3-c1 \\ b1-a2 & b2-b2. & b3-c2 \\ c1-a3 & c2-b3 & c3-c3 \end{pmatrix}$	ಇದು ವಿಷಮ ಸಮಮಿತಿಯ ಮಾತೃಕೆ. ($\because$ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಅಂಶಗಳೆಲ್ಲವೂ 0).

3.6.2 ಮಾತೃಕೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ:

$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{pmatrix}$ 3 x 2	$B = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix}$ 2 x 3	A ಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ಅಂಶಗಳು: (a1,a2), (b1,b2), (c1,c2). B ಯ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ಅಂಶಗಳು: (x1,y1), (x2,y2), (x3,y3).	ಈಗ ಎರಡು ಜೊತೆ ಅಂಶಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು(*) ಹೀಗೆ ನಿರೂಪಿಸೋಣ. [(a1,a2) * (x1,y1)] = a1*x1+a2*y1 A ಮಾತೃಕೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಅಂಶಗಳನ್ನು B ಮಾತೃಕೆಯ ಅನುರೂಪ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಅಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಈಗ ಕೆಳಕಂಡ ಸಂಕೇತಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸೋಣ.

FR: A ಮಾತೃಕೆಯ 1ನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲು
SR: A ಮಾತೃಕೆಯ 2ನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲು
TR: A ಮಾತೃಕೆಯ 3ನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲು

FC: B ಮಾತೃಕೆಯ 1ನೇ ಕಂಬಸಾಲು
SC: B ಮಾತೃಕೆಯ 2ನೇ ಕಂಬಸಾಲು
TC: B ಮಾತೃಕೆಯ 3ನೇ ಕಂಬಸಾಲು

ಆಗ A,B ಮಾತೃಕೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ನಾವು ಹೀಗೆ ನಿರೂಪಿಸುತ್ತೇವೆ.

$A=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{pmatrix}$ ಯ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು	<---------- $B=\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix}$ ಮಾತೃಕೆಯ ಕಂಬಸಾಲುಗಳು ----->		
	FC=(x1,y1)	SC=(x2,y2)	TC=(x3,y3)
FR=(a1,a2)	FR*FC =(a1,a2)* (x1,y1) =a1*x1+a2*y1=P1	FR*SC= =(a1,a2)* (x2,y2) =a1*x2+a2*y2=P2	FR*TC =(a1,a2)* (x3,y3) =a1*x3+a2*y3=P3
SR=(b1,b2)	SR*FC =(b1,b2)*(x1,y1) =b1*x1+b2*y1=Q1	SR*SC =(b1,b2)* (x2,y2) =b1*x2+b2*y2=Q2	SR*TC =(b1,b2)* (x3,y3) =b1*x3+b2*y3=Q3
TR=(c1,c2)	TR*FC =(c1,c2)*(x1,y1) =c1*x1+c2*y1=R1	TR*SC =(c1,c2)* (x2,y2) =c1*x2+c2*y2=R2	TR*TC =(c1,c2)* (x3,y3) =c1*x3+c2*y3=R3

$$\mathbf{AB} = \begin{pmatrix} FR*FC & FR*SC & FR*TC \\ SR*FC & SR*SC & SR*TC \\ TR*FC & TR*SC & TR*TC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a1*x1+a2*y1 & a1*x2+a2*y2 & a1*x3+a2*y3 \\ b1*x1+b2*y1 & b1*x2+b2*y2 & b1*x3+b2*y3 \\ c1*x1+c2*y1 & c1*x2+c2*y2 & c1*x3+c2*y3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P1 & P2 & P3 \\ Q1 & Q2 & Q3 \\ R1 & R2 & R3 \end{pmatrix}$$

ಗಮನಿಸಿ: A ಯು 3x2 ಮಾತೃಕೆ, B ಯು 2x3 ಮಾತೃಕೆ. AB ಯು 3 x 3 ಮಾತೃಕೆಯಾಗಿದೆ.

A = $\begin{pmatrix} a1\, a2 \\ b1\, b2 \\ c1\, c2 \end{pmatrix}$ 3 x 2, C = $\begin{pmatrix} x1\, x2\, x3 \\ y1\, y2\, y3 \\ z1\ \ z2\, z3 \end{pmatrix}$ (3 x 3 ಮಾತೃಕೆ) ಆಗಿರಲಿ.

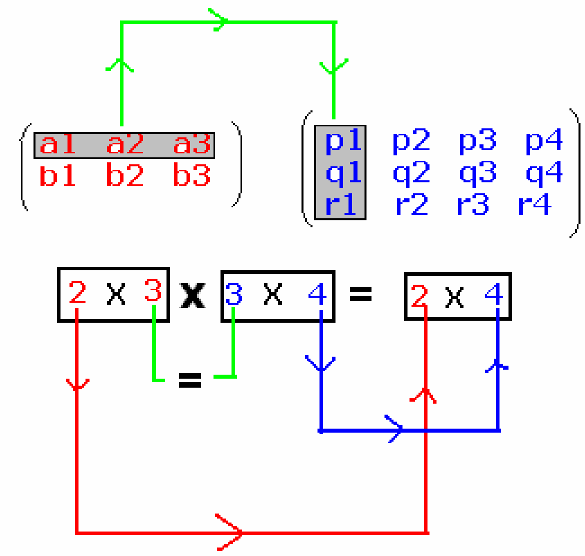
A ಯನ್ನು C ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬಹುದೆ?

Aಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ಅಂಶಗಳು (a1, a2) 2 ಇವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು C ಯ ಕಂಬಸಾಲಿನೊಂದಿಗೆ ಜೊತೆಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.
(C ಯಲ್ಲಿ 3 ಅಂಶಗಳು ಇವೆ: x1,y1,z1)

ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮ: ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದರೆ ಮೊದಲ ಮಾತೃಕೆಯ ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡನೇ ಮಾತೃಕೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು.

$\therefore$ (A) ಯನ್ನು (C)ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಗುಣಾಕಾರದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕ್ರಮ:

A= $\begin{pmatrix} P_1\,P_2\,P_3....P_n \\ Q_1\,Q_2\,Q_3....Q_n \\ R_1\,R_2\,R_3,....R_n \\ ..... \\ m'th.row...... \end{pmatrix}$ m x n ಮಾತೃಕೆ	B= $\begin{pmatrix} P_1\,P_2\,P_3....P_p \\ Q_1\,Q_2\,Q_3....Q_p \\ R_1\,R_2\,R_3,....R_p \\ ..... \\ n'throw...... \end{pmatrix}$ n x p ಮಾತೃಕೆ	FR:Aಯ 1ನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲು SR:Aಯ 2ನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲು TR:Aಯ 3ನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲು .... mR:Aಯ mನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲು ------------------- FC:Bಯ 1ನೇ ಕಂಬಸಾಲು SC: Bಯ 2ನೇ ಕಂಬಸಾಲು .... nC:Bಯ pನೇ ಕಂಬಸಾಲು	AB = $\begin{pmatrix} FR*FC\ FR*SC\ ...FR*p'thC \\ SR*FC\ SR*SC\ .....SR*p'thC \\ TR*FC\ TR*SC\ .....TR*p'thC \\ .... \\ m'thR*FC\ ....m'thR*p'thC \end{pmatrix}$ m x p ಮಾತೃಕೆ
ಮಾತೃಕೆ A ಯು m x n ಶ್ರೇಣಿಯದ್ದಾಗಿದ್ದು, ಮಾತೃಕೆ B ಯ n x p ಶ್ರೇಣಿಯದ್ದಾಗಿದ್ದರೆ, A ಮತ್ತು B ಮಾತೃಕೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ AB ಯು m x p ಶ್ರೇಣಿಯದ್ದಾಗಿರುತ್ತದೆ			

ಅಭ್ಯಾಸ: A = $\begin{pmatrix} a1 & a2 \\ b1 & b2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$, C= $\begin{pmatrix} p_1 & p_2 \\ q_1 & q_2 \end{pmatrix}$, I = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ಆದರೆ

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ:

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಕ್ರಿಯೆ	ಲಕ್ಷಣ
1	$(AB)^1 = B^1\ A^1$	
2	AI = IA = A	
3	A+B = B+A	ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ.
4	A-B $\neq$ B-A	
5	AB $\neq$ BA	
4	A(BC) = (AB)C	ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ.
5	A(B+C) = AB+AC	ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಜಕತೆ.
6	A(B-C) = AB-AC	ವ್ಯವಕಲನದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಜಕತೆ.

3.6.2 ಸಮಸ್ಯೆ1: If $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ ಆದಾಗ $AB \neq BA$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6+15 & 4+6 \\ 12-5 & 8-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & 10 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 6+8 & 9-2 \\ 10+8 & 15-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 7 \\ 18 & 13 \end{pmatrix}$ $AB \neq BA$

3.6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ **ಆದರೆ** $(A+B)^1 = A^1 + B^1$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$A+B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$, $(A+B)^1 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$, $A^1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B^1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $A^1 + B^1 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ $(A+B)^1 = A^1 + B^1$

3.6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 3: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ ಆದರೆ $A^2 - 8A + 13I = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$A^2 = A * A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9+2 & 3+5 \\ 6+10 & 2+25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ 16 & 27 \end{pmatrix}$, $-8A = \begin{pmatrix} -24 & -8 \\ -16 & -40 \end{pmatrix}$, $13\,I = 13 * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 0 \\ 0 & 13 \end{pmatrix}$

$A^2 - 8A + 13I = \begin{pmatrix} 11-24+13 & 8-8+0 \\ 16-16+0 & 27-40+13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$

3.6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 4: $\begin{pmatrix}1 & 3\\ 5 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2 & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\ -1\end{pmatrix}$ ಆದರೆ. x ಮತ್ತು y ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ,

ಸಮೀಕರಣದ ಎಡಭಾಗ = $\begin{pmatrix}x+3y\\ 5x-2y\end{pmatrix}$, ಸಮೀಕರಣದ ಬಲಭಾಗ = $\begin{pmatrix}-2*2+3(-1)\\ 0*2+1(-1)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4-3\\ 0-1\end{pmatrix}$

ಇವು ಸಮ ಆದ್ದರಿಂದ

x+3y = -7 --→(1)
5x-2y = -1 --→(2)
5x+15y = -35 ---→(3) (ಸ. (1) ನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ)

-17y =34 (ಸ. (3) ನ್ನು ಸ. (2) ರಲ್ಲಿ ಕಳೆದರೆ)

$\therefore$ y = -2 ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

x-6 = -7
$\therefore$ x = -1

ತಾಳೆ:

$$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 5 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\ -2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-7\\ -1\end{pmatrix}$$

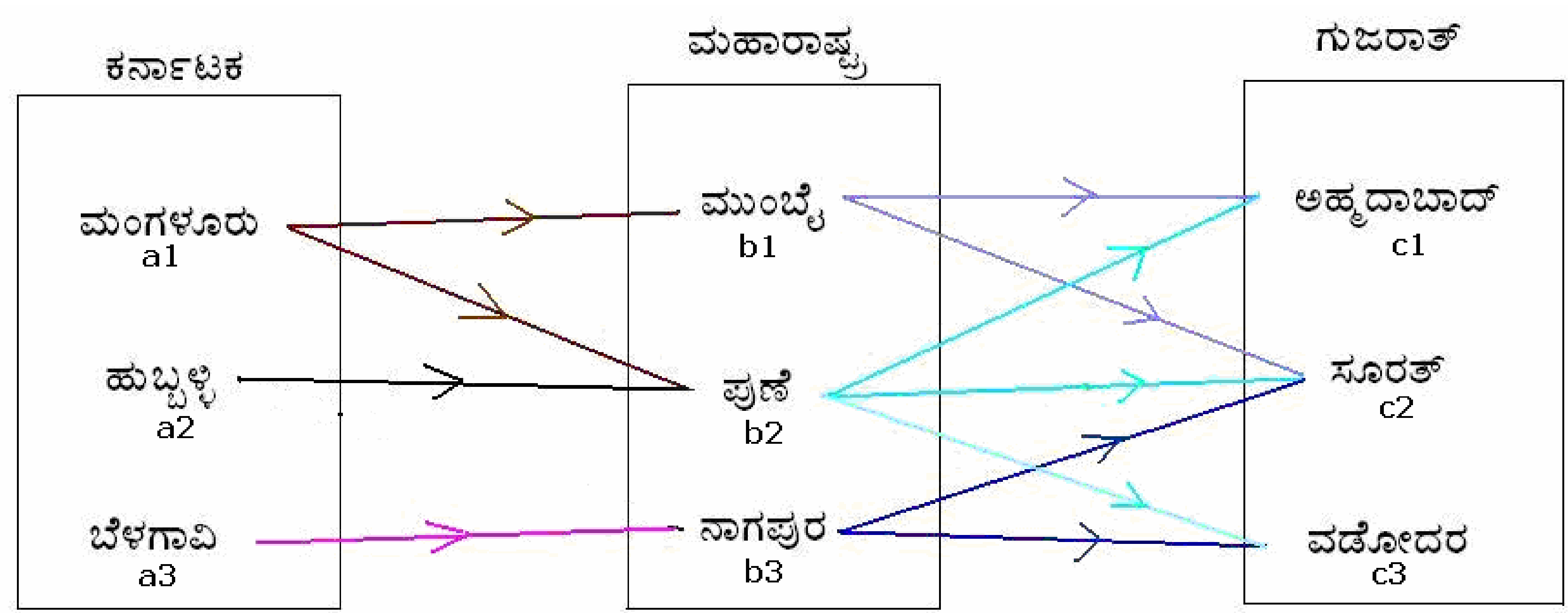
$$\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\ -1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-7\\ -1\end{pmatrix}$$

3.6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 5: ಕರ್ನಾಟಕ, ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ಮತ್ತು ಗುಜರಾತ್ ನಲ್ಲಿನ ಮೂರು ನಗರಗಳ ನಡುವೆ 11 ರೈಲ್ವೆ ಸಂಪರ್ಕ ಕೆಳಗಿನಂತಿದೆ.

ಸಂ	ಹೊರಡುವ ಸ್ಥಳ	ತಲಪುವ ಸ್ಥಳ	ಸಂ	ಹೊರಡುವ ಸ್ಥಳ	ತಲಪುವ ಸ್ಥಳ
1	ಮಂಗಳೂರು	ಮುಂಬಯಿ	7	ಪುಣೆ	ಅಹ್ಮದಾಬಾದ್
2	ಮಂಗಳೂರು	ಪುಣೆ	8	ಪುಣೆ	ಸೂರತ್
3	ಹುಬ್ಬಳ್ಳಿ	ಪುಣೆ	9	ಪುಣೆ	ವಡೋದರ
4	ಬೆಳಗಾವಿ	ನಾಗಪುರ	10	ನಾಗಪುರ	ಸೂರತ್
5	ಮುಂಬಯಿ	ಅಹ್ಮದಾಬಾದ್	11	ನಾಗಪುರ	ವಡೋದರ
6	ಮುಂಬಯಿ	ಸೂರತ್			

ಸುತ್ತು ಬಳಸಿ ಹೋಗದೆ ಮಂಗಳೂರಿನಿಂದ ಅಹ್ಮದಾಬಾದ್ ಗೆ ಮತ್ತು ಬೆಳಗಾವಿಯಿಂದ ವಡೋದರ ಕ್ಕೆ ನೇರವಾಗಿ ಹೋಗಲು ಎಷ್ಟು ರೈಲ್ವೆ ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗಲು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದರೆ:



ನಗರಗಳನ್ನು (a1 a2 a3), (b1, b2,b3), (c1,c2,c3) ಎಂದು ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಕರ್ನಾಟಕ ದಿಂದ ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ದಿಂದ ಗುಜರಾತ್ ನಲ್ಲಿನ ನಗರಗಳಿಗೆ ಇರುವ ಮಾರ್ಗಗಳು:

ಕರ್ನಾಟಕ ದಿಂದ ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ಕ್ಕೆ	ಮಾತೃಕೆ	ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ದಿಂದ ಗುಜರಾತ್ ಗೆ	ಮಾತೃಕೆ	ಮಾತೃಕೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ	ಮಾತೃಕೆ
$\begin{array}{c\|c\|c\|c} \text{ಗೆ} > & b1 & b2 & b3 \\ \hline a1 & 1 & 1 & 0 \\ a2 & 0 & 1 & 0 \\ a3 & 0 & 0 & 1 \end{array}$	$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{array}{c\|c\|c\|c} \text{ಗೆ} > & c1 & c2 & c3 \\ \hline b1 & 1 & 1 & 0 \\ b2 & 1 & 1 & 1 \\ b3 & 0 & 1 & 1 \end{array}$	$Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$PQ = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{array}{c\|c\|c\|c} \text{ಗೆ} > & c1 & c2 & c3 \\ \hline a1 & 2 & 2 & 1 \\ a2 & 1 & 1 & 1 \\ a3 & 0 & 1 & 1 \end{array}$

ಇದರಿಂದ ನಮಗೆ ತಿಳಿದು ಬರುವುದೇನಂದರೆ ಮಂಗಳೂರಿನಿಂದ ಅಹ್ಮದಾಬಾದ್ ಗೆ 2 ಹಾಗೂ ಬೆಳಗಾವಿಯಿಂದ ವಡೋದರ ಕ್ಕೆ 1 ನೇರ ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆ.