

## 5.4. ಮೌಲ್ಯಗಳ ಹರವು ಅಥವಾ ವಿಚಲನೆ:

### 5.4.1 ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ಬಹುಲಕ(ರೂಢಿಬೆಲೆ):

ದತ್ತಾಂಶಗಳು ತುಂಬಾ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ, ಬಹುಲಕ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು ತುಂಬಾ ಕಷ್ಟ. ಮೌಲ್ಯಗಳು ತುಂಬಾ ಇದ್ದಾಗ, ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸುತ್ತೇವೆ.(ವರ್ಗಾಂತರಗಳ ಗುಂಪು ಮಾಡಿ) ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು ರೂಢಿಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸ್ವಲ್ಪ ಬೇರೆ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಆ ವಿಧಾನವನ್ನು ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಮೂಲಕ ತಿಳಿಯುವಾ.

**5.4.1. ಉದಾ1:** ಒಂದು ಮದುವೆ ಸಮಾರಂಭಕ್ಕೆ ಬಂದ 110 ಮಂದಿಯ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಈ ರೀತಿ ಇದೆ.

ವರ್ಗಾಂತರ(CI) ವಯಸ್ಸು	ಆವೃತ್ತಿ(f)	ಗಮನಿಸಿ
0-10	7	0 ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ,10 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು
10-20	13	10 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ,20 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು
20-30	24	20 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ,30 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು
30-40	26	30 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ,40 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು
40-50	18	40 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ,50 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು
50-60	12	50 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ,60 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು
60-70	10	60 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ,70 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು

**ಗಮನಿಸಿ:** ಈ ಮೇಲಿನ ಆವೃತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತೀ ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲೂ ಪ್ರತೀ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮೇಲ್ಮಿತಿಯು ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿಯಾಗಿದೆ.(ಉದಾ: 10 ಎರಡು ಸಾರಿ ಬಂದಿದೆ: ಮೊದಲು (0-10) ರಲ್ಲಿ, ಆಮೇಲೆ (10-20) ರಲ್ಲಿ). ಇದು ವಿಮುಕ್ತ(ವರ್ಜ್ಯ)ವಿಧಾನ.

ಈಗ ನಾವು ಈ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ರೂಢಿಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾ.

ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ = ಮೌಲ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತ ÷ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  
ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೌಲ್ಯವು ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ ನಿಖರವಾದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ಬಹುಲಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಕಷ್ಟ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು ಹೊಸದೊಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

$N =$  ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $= 110$ , ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು  $(x) = \frac{\text{ಕೆಳಮಿತಿ+ಮೇಲ್ಮಿತಿ}}{2}$ ,  $f =$  ಆವೃತ್ತಿ  
'ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ'ಯು ಅಲ್ಲಿಯ ವರೆಗಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿಗಳ ಮೊತ್ತ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ(f)	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ(cf)	ವರ್ಗಾಂತರದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು (x)	$f(x)=f*x$
0-10	7	7	5	35
10-20	13	20=7+13	15	195
20-30	24	44=20+24	25	600
30-40	26	70=44+26	35	910
40-50	18	88=70+18	45	810
50-60	12	100=88+12	55	660
60-70	10	110=100+10	65	650
ಒಟ್ಟು	$N=110$			$\sum fx = 3,860$

$$\therefore \text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{3860}{110} = 35.09 \approx 35.1$$

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ(f)	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ(cf)	ವರ್ಗಾಂತರದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು (x)	f(x)=f*x
0-10	7	7	5	35
10-20	13	20=7+13	15	195
20-30	24	44=20+24	25	600
30-40	26	70=44+26	35	910
40-50	18	88=70+18	45	810
50-60	12	100=88+12	55	660
60-70	10	110=100+10	65	650
ಒಟ್ಟು	N=110			$\sum fx = 3,860$

ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 110 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕವು 55<sup>ನೇ</sup> ಮತ್ತು 56<sup>ನೇ</sup> ಮೌಲ್ಯದ ಮಧ್ಯ ಇದೆ. ಇದು '30-40' ರ ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿದೆ. ('20-30' ನೇ ವರ್ಗಾಂತರದವರೆಗೆ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಗಳ ಮೊತ್ತ 44, '30-40' ನೇ ವರ್ಗಾಂತರದವರೆಗೆ (cf) 70).

i = ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ = 10 (ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣ ಪಟ್ಟಿಯು ವಿಮುಕ್ತ(ವರ್ಜ್ಯ)ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಇರುವುದರಿಂದ ಮೇಲ್ಮಿತಿಯು ಆ ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿ 10 ಮೌಲ್ಯಗಳಿವೆ)

L = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ (30)

F = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಾಂತರಗಳ ಆವೃತ್ತಿಗಳ ಸಂಚಿತ ಮೊತ್ತ(44)

m/f = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿನ ಆವೃತ್ತಿಗಳು (26)

ಆಗ,

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = L + \left(\frac{N - F}{m}\right) * i = 30 + \left(\frac{110 - 44}{26}\right) * 10 = 30 + \frac{11}{26} * 10 = 30 + 4.23 = 34.23$$

$$\text{ಬಹುಲಕ (ರೂಢಿಬೆಲೆ)} = 3 * \text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} - 2 * \text{ಮಧ್ಯಕ(ಸರಾಸರಿ)} = 3 * 34.23 - 2 * 35.1 = 32.49$$

### 5.4.2.1 ಹರವಿನ ಅಳತೆಗಳು: ವ್ಯಾಪ್ತಿ, ವಿಚಲನೆ(ವರ್ಗೀಕರಿಸದ ದತ್ತಾಂಶ):

ನಾವೀಗ ಒಂದು ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ವಾರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ತರಗತಿಯ ಹಾಜರಾತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸುವಾ.

ಮೊದಲ ವಾರ: 45,44,41,10,40,60 : ಸರಾಸರಿ = 40

ಎರಡನೇ ವಾರ: 35,45,40,45,40,35 : ಸರಾಸರಿ = 40

ಈ ಎರಡೂ ವಾರಗಳಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ಹಾಜರಿ =40. ಆದರೆ ಗಮನಿಸಿ:

1. ಮೊದಲನೇ ವಾರದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಹಾಜರಾತಿ 10 ಗರಿಷ್ಠ ಹಾಜರಾತಿ 60, ಅಂದರೆ ಸರಾಸರಿಯಿಂದ ವಿಚಲನೆ ತುಂಬಾ ಜಾಸ್ತಿ.

2. ಎರಡನೇ ವಾರದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿಯಿಂದ ವಿಚಲನೆ ತುಂಬಾ ಕಡಿಮೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ದತ್ತಾಂಶಗಳ 'ಸರಾಸರಿ' ಯು ಯಾವಾಗಲೂ ವಿಷಯದ ಸ್ಪಷ್ಟ ಚಿತ್ರಣ ಕೊಡುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬರಬೇಕಾದರೆ ನಮಗೆ ಬೇರೆ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕು. ಈಗ ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೊಸ ಮಾನದಂಡಗಳನ್ನು ನೋಡುವಾ.

ವಿತರಣೆಯಲ್ಲಿನ ಎರಡೂ ಕೊನೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಮೌಲ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು 'ವ್ಯಾಪ್ತಿ' ಎನ್ನುವರು.

**ವ್ಯಾಪ್ತಿ** = ಗರಿಷ್ಠ ಮೌಲ್ಯ - ಕನಿಷ್ಠ ಮೌಲ್ಯ = H-L

**ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಗಣಕ** =  $\frac{\text{ಗರಿಷ್ಠ ಮೌಲ್ಯ} - \text{ಕನಿಷ್ಠ ಮೌಲ್ಯ}}{\text{ಗರಿಷ್ಠ ಮೌಲ್ಯ} + \text{ಕನಿಷ್ಠ ಮೌಲ್ಯ}} = \frac{H-L}{H+L}$

ನಮಗೀಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, ಮಧ್ಯಾಂಶವು ದತ್ತ ಮೌಲ್ಯಗಳ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಎರಡು ಸಮವಾದ ಭಾಗ ಮಾಡುವ ಮೌಲ್ಯ. ಅದೇ ರೀತಿ ದತ್ತ ಮೌಲ್ಯಗಳ ನಾಲ್ಕು ಸಮಭಾಗ ಚತುರ್ಥಕ. ಇಲ್ಲಿ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಭಾಗ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ:

ಮೊದಲನೇ ಚತುರ್ಥಕ( $Q_1$ ), ಎರಡನೇ ಚತುರ್ಥಕ ( $Q_2$ ), ಮೂರನೇ ಚತುರ್ಥಕ ( $Q_3$ ).

ಇವುಗಳು ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯಗಳ ವಿತರಣೆಯ  $\frac{1}{4}$  ನೇ,  $\frac{1}{2}$ ನೇ ಮತ್ತು  $\frac{3}{4}$  ನೇ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿನ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳು.  
ಎರಡನೇ ಚತುರ್ಥಕವು ಮಧ್ಯಾಂಕವೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ (ಚತುರ್ಥಕದೊಳಗಿನ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯ ಅರ್ಧ)ಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸೂತ್ರದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ.

$$\text{ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ(QD)} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$\text{ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ ಗಣಕ} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು:

ಹಂತ 1 :

$N =$  ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

$$Q_1 = \frac{N+1}{4} \text{ನೇ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ.}$$

$$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4} \text{ನೇ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ.}$$

ಹಂತ 2:

$$\text{ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ(QD)} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

**5.4.2.1 ಉದಾ.1 :** ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಿಗೆ ವ್ಯಾಪ್ತಿ, ವಾಪ್ತಿಗಣಕ, ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ ಮತ್ತು ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ ಗಣಕ ಕಂಡುಹಿಡಿ: 16,40,23,25,29,24,20,30,32,34,43

**ರಿೀತಿ:**

ದತ್ತ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

16,20,23,24,25,29,30,32,34,40,43.

ಇಲ್ಲಿ  $L = 16$ ,  $H = 43$  ಮತ್ತು  $N = 11$

ವ್ಯಾಪ್ತಿ =  $H - L = 43 - 16 = 27$ , ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಗಣಕ =  $\frac{H - L}{H + L} = \frac{27}{59} = 0.46$ , ಇಲ್ಲಿ 11 ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಿವೆ.

$\therefore Q_1 = 3$  ನೇ  $\left\{ = \frac{11+1}{4} \right.$  ನೇ} ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ = 23,  $\therefore Q_3 = 9$  ನೇ  $\left\{ = \frac{3(11+1)}{4} \right.$  ನೇ} ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ = 34.

$\therefore$  ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ =  $\frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{(34 - 23)}{2} = 5.5$

$\therefore$  ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ ಗಣಕ =  $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{(34 - 23)}{(34 + 23)} = \frac{11}{57} = 0.19$

A Project of [www.e-shale.org](http://www.e-shale.org)

### 5.4.2.2 ಹರವಿನ ಅಳತೆಗಳು: ವ್ಯಾಪ್ತಿ, ವಿಚಲನೆ(ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶ)

N = ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

i = ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ.

L = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ.

F = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿಗಳ ಸಂಚಿತ ಮೊತ್ತ.

f = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿನ ಆವೃತ್ತಿ.

ಆಗ,

$$Q_2 = \text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = L + \left( \frac{\frac{N}{2} - F}{f} \right) * i$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವಾಗ

L = ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಚತುರ್ಥಕದ ( $Q_1, Q_3$ ) ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ.

F = ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಚತುರ್ಥಕದ ( $Q_1, Q_3$ ) ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿಗಳ ಸಂಚಿತ ಮೊತ್ತ.

f = ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಚತುರ್ಥಕದ ( $Q_1, Q_3$ ) ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿನ ಆವೃತ್ತಿ.

ಆಗ,

$$Q_1 = L + \left( \frac{\frac{N}{4} - F}{f} \right) * i$$

$$Q_3 = L + \left( \frac{\frac{3N}{4} - F}{f} \right) * i$$

ಇಲ್ಲಿ  $Q_1$  ಗೆ  $\frac{N}{4}$  ನೇ ಮತ್ತು  $Q_3$  ಗೆ  $\frac{3N}{4}$  ನೇ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

**5.4.2.2 ಉದಾ. 1:** ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಿಗೆ ವ್ಯಾಪ್ತಿ, ವ್ಯಾಪ್ತಿಗಣಕ, ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ ಮತ್ತು ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ ಗಣಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ. (100 ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದೆ)

ವರ್ಗಾಂತರ CI	ಆವೃತ್ತಿ f
4-8	6
9-13	10
14-18	18
19-23	20
24-28	15
29-33	15
34-38	9
39-43	7

**ರೀತಿ:**

ಇಲ್ಲಿ  $N = 100$ ,  $i = 5$  ಈಗ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾ:

A Project of [www.eShale.org](http://www.eShale.org)



ವರ್ಗಾಂತರ CI	ಆವೃತ್ತಿ f	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ cf
4-8	6	6
9-13	10	16
14-18	18	34
19-23	20	54
24-28	15	69
29-33	15	84
34-38	9	93
39-43	7	100

ಮೊದಲ ಚತುರ್ಥಕ  $Q_1$  ನೋಡಲು 25 ನೇ (100 ರ  $\frac{1}{4}$ ) ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ ಬೇಕು. ಅದು '14-18' ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿದೆ.

$$L = 13.5, F = 16, f = 18 \therefore Q_1 = L + \left(\frac{\frac{N}{4} - F}{f}\right) * i = 13.5 + \frac{25 - 16}{18} * 5 = 13.5 + 2.5 = 16.0$$

ಮೂರನೇ ಚತುರ್ಥಕ  $Q_3$  ನೋಡಲು 75 ನೇ (100 ರ  $\frac{3}{4}$ ) ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ ಬೇಕು. ಅದು '29-33' ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿದೆ.

$$L = 28.5, F = 69, f = 15 \therefore Q_3 = L + \left(\frac{\frac{3N}{4} - F}{f}\right) * i = 28.5 + \frac{75 - 69}{15} * 5 = 28.5 + 2 = 30.5$$

$$\text{ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ } QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{(30.5 - 16.0)}{2} = 7.25$$

$$\text{ಚತುರ್ಥಕ ವಿಚಲನೆ ಗಣಕ} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{(30.5 - 16.0)}{(30.5 + 16.0)} = \frac{14.5}{46.5} = 0.31$$

**ಸೂಚನೆ:** ಮೇಲಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯು ಆವೃತ್ತಿ ವಿಧಾನ(ಸೇರ್ಪಡೆ ವಿಧಾನ)ದಲ್ಲಿ ಇರುವುದರಿಂದ ವರ್ಗಾಂತರದ ನೈಜ ಕೆಳಮಿತಿಯು ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿಗಿಂತ 0.5 ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದು 29-33 ವರ್ಗಾಂತರದ ನೈಜ ಕೆಳಮಿತಿ  $L = 28.5$

### 5.4.3 ವರ್ಗೀಕರಿಸದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆ/ಮಧ್ಯಕ ವಿಚಲನೆ:

ಇಲ್ಲಿ ಹೆಸರೇ ಹೇಳುವಂತೆ, ನಾವು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ (ಮಧ್ಯಕ)ಯಿಂದ ಆಗುವ ವಿಚಲನೆಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ.

**ಗಮನಿಸಿ:** ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು 2 ವಿಧಾನಗಳಿವೆ - ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ/ ಮಧ್ಯಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.

A Project of [www.eShale.org](http://www.eShale.org)

**5.4.3 ಉದಾ. 1.** ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಿಗೆ ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿ.  
90,125,115,100,110.

**ವಿಧಾನ:**

ದತ್ತಾಂಕಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ, 90,100,110,115,125

ಇಲ್ಲಿ  $N = 5$ , ಮಧ್ಯಾಂಕ( $M$ ) = 110 (3<sup>ನೇ</sup> ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ)

$$\sum X = 90+100+110+115+125=540 \text{ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿ } (\bar{x}) = \frac{\sum X}{N} = \frac{540}{5} = 108$$

ಮೌಲ್ಯಗಳು X	I ವಿಧಾನ: ಮಧ್ಯಾಂಕದಿಂದ ವಿಚಲನೆ D = X - M	II ವಿಧಾನ: ಸರಾಸರಿಯಿಂದ ವಿಚಲನೆ : D = X - $\bar{x}$
90	-20(=90-110)	-18(=90-108)
100	-10(=100-110)	-8(=100-108)
110	0(=110-110)	2(=110-108)
115	5(=115-110)	7(=115-108)
125	15(=125-110)	17(=125-108)
$\sum X = 540$	$\sum  D  = 20+10+0+5+15 = 50$	$\sum  D  = 18+8+2+7+17 = 52$

ಮೇಲಿನ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದಲ್ಲಿ |D| ಯು ಕೇವಲ ಧನಾತ್ಮಕ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದು. ಇದನ್ನು 'MOD D' ಅಥವಾ 'D' ಯ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕದ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆ} = \frac{\sum |D|}{N} = \frac{50}{5} = 10$$

$$\text{ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆ} = \frac{\sum |D|}{N} = \frac{52}{5} = 10.4$$

#### 5.4.4 ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆ/ಮಧ್ಯಕ ವಿಚಲನೆ:

[ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದಂತೆಯೇ ಇಲ್ಲಿಯೂ ಕೂಡಾ 2 ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು - ಮಧ್ಯಾಂಕದಿಂದ, ಮಧ್ಯಕದಿಂದ]

#### 5.4.4 ಉದಾ. 1. ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ f
0-20	8
20-40	10
40-60	19
60-80	14
80-100	9

ಮೊದಲು ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕು.

A Project of www.eShale.org

ಇಲ್ಲಿ  $N = 60, i = 20$

ವರ್ಗಾಂತರ C.I	ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು (x)	ಆವೃತ್ತಿ f	I ವಿಧಾನ: ಮಧ್ಯಾಂಕದಿಂದ ವಿಚಲನೆ			II ವಿಧಾನ: ಸರಾಸರಿಯಿಂದ ವಿಚಲನೆ		
			cf	D = x-M	f* D	fx	D = x - $\bar{x}$	f* D
0-20	10	8	8	-42.63	341.04	80	-42	336
20-40	30	10	18	-22.63	226.3	300	-22	220
40-60	50	19	37	-2.63	49.97	950	-2	38
60-80	70	14	51	17.37	243.18	980	18	252
80-100	90	9	60	37.37	336.33	810	38	342
		N=60			$\sum f* D  = 1,196.82$	$\sum fx = 3,120$		$\sum f* D  = 1,188$

$$\therefore \text{ಸರಾಸರಿ } (\bar{x}) = \frac{\sum fx}{N} = \frac{3120}{60} = 52.$$

$$\therefore \text{ಮಧ್ಯಾಂಕ } (M) = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - F}{f}\right) * i = 40 + \frac{30 - 18}{19} * 20 = 40 + 12.63 = 52.63$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ ವಿಧಾನದಿಂದ, ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆ} = \frac{\sum f|D|}{N} = \frac{1196.82}{60} = 19.95$$

$$\text{ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನದಿಂದ, ಸರಾಸರಿ ವಿಚಲನೆ} = \frac{\sum f|D|}{N} = \frac{1188}{60} = 19.8$$

#### 5.4.5. ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸುವುದು

ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಒಂದು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ನಿರೂಪಿಸಿದಾಗ, ಅದನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸುಲಭವೆಂದು ನಾವೀಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಲು 2 ವಿಧಾನಗಳಿವೆ: (1) ಹಿಸ್ಟೋಗ್ರಾಂ (ಆಯತ ಚಿತ್ರ) (2) ಆವರ್ತಾಂಕ ಬಹುಭುಜ

**ಹಿಸ್ಟೋಗ್ರಾಂ(ಆಯತ ಚಿತ್ರ):** ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ವಿತರಣೆಯನ್ನು ನೇರ ಆಯತದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆಯತಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ರಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆಯತಗಳ ಎತ್ತರವು ಆವೃತ್ತಿಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ವರ್ಗಾಂತರಗಳನ್ನು  $x$ -ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು  $y$  ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಮಗೆ ಒಂದು ನಕ್ಷಾಹಾಳೆ (ಗ್ರಾಫ್) ಬೇಕು.

**5.4.5 ಉದಾ. 1.** ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಆಯತ ಚಿತ್ರ ಮತ್ತು ಆವರ್ತಾಂಕ ಬಹುಭುಜ ರಚಿಸಿ:

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
0-20	8
20-40	10
40-60	19
60-80	14
80-100	9

#### ವಿಧಾನ:

ವರ್ಗಾಂತರ ಮತ್ತು ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಸೂಕ್ತವಾದ ಪ್ರಮಾಣ (ಸ್ಕೇಲ್) ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ (ಇಲ್ಲಿ 1 ವರ್ಗಾಂತರ = 1 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು 2 ಆವೃತ್ತಿ = 1 ಸೆ.ಮಿ. ಇರಲಿ.)

1) ಒಂದು ನಕ್ಷಾಹಾಳೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದರಲ್ಲಿ 0 ಗುರುತಿಸಿ, x ಮತ್ತು y-ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

2) 0 ಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ, x-ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ ವರ್ಗಾಂತರಗಳನ್ನು ಒಂದರ ನಂತರ ಒಂದು ಗುರುತಿಸಿ. ವರ್ಗಾಂತರದ ಅಗಲ 1 ಸೆ.ಮಿ. ಇರಲಿ.

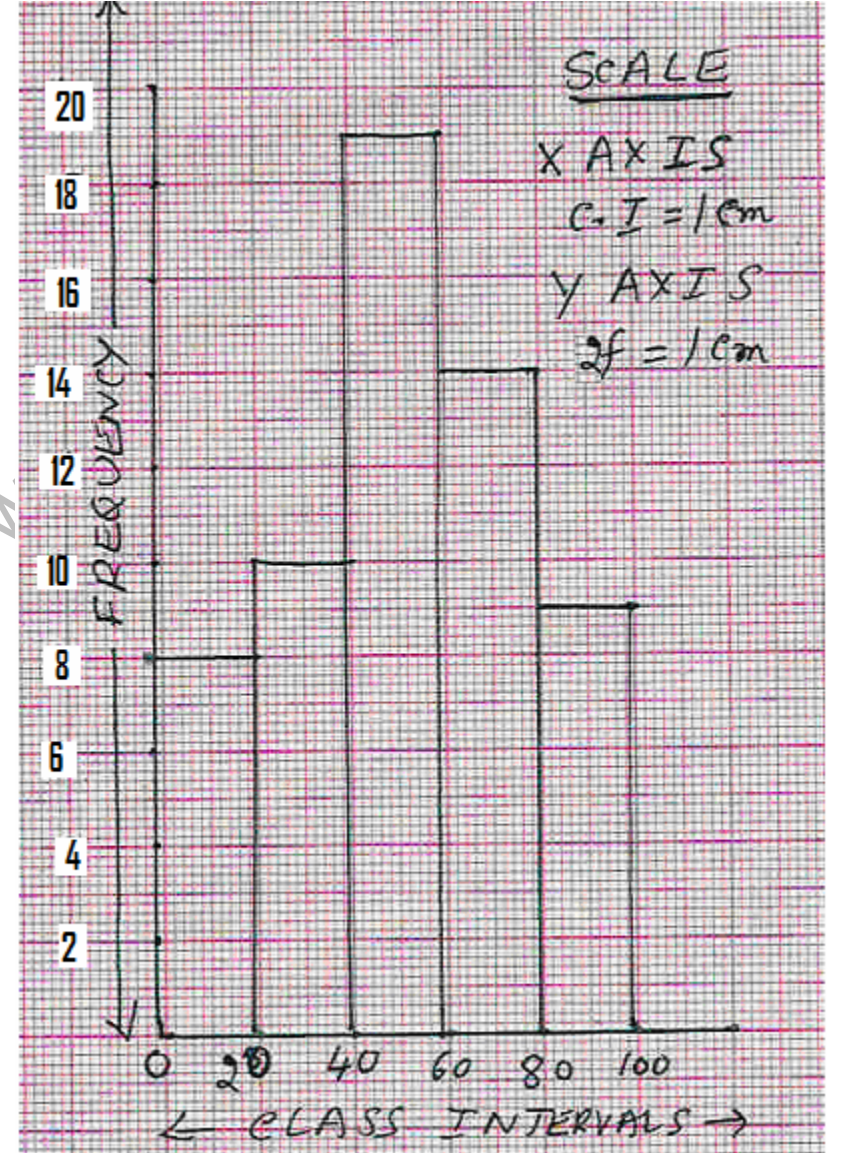
3) ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

( $8f = 4$  ಸೆ.ಮಿ.,  $10f = 5$  ಸೆ.ಮಿ.,  $19f = 9.5$  ಸೆ.ಮಿ. . .)

4) ಮೊದಲ ವರ್ಗಾಂತರ (0-20) ಸೂಚಿಸುವ 4 ಸೆ.ಮಿ. ಎತ್ತರದ ಆಯತ ರಚಿಸಿ.

5) ಮೇಲಿನ ಆಯತಕ್ಕೆ ತಾಗಿಕೊಂಡು ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರ ಆವೃತ್ತಿಗನುಗುಣವಾದ 5 ಸೆ.ಮಿ. ಎತ್ತರದ ಆಯತ ರಚಿಸಿ. ಈಗ ಈ ಎರಡೂ ಆಯತಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಇರುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ ಉಳಿದ ವರ್ಗಾಂತರಗಳಿಗೂ ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

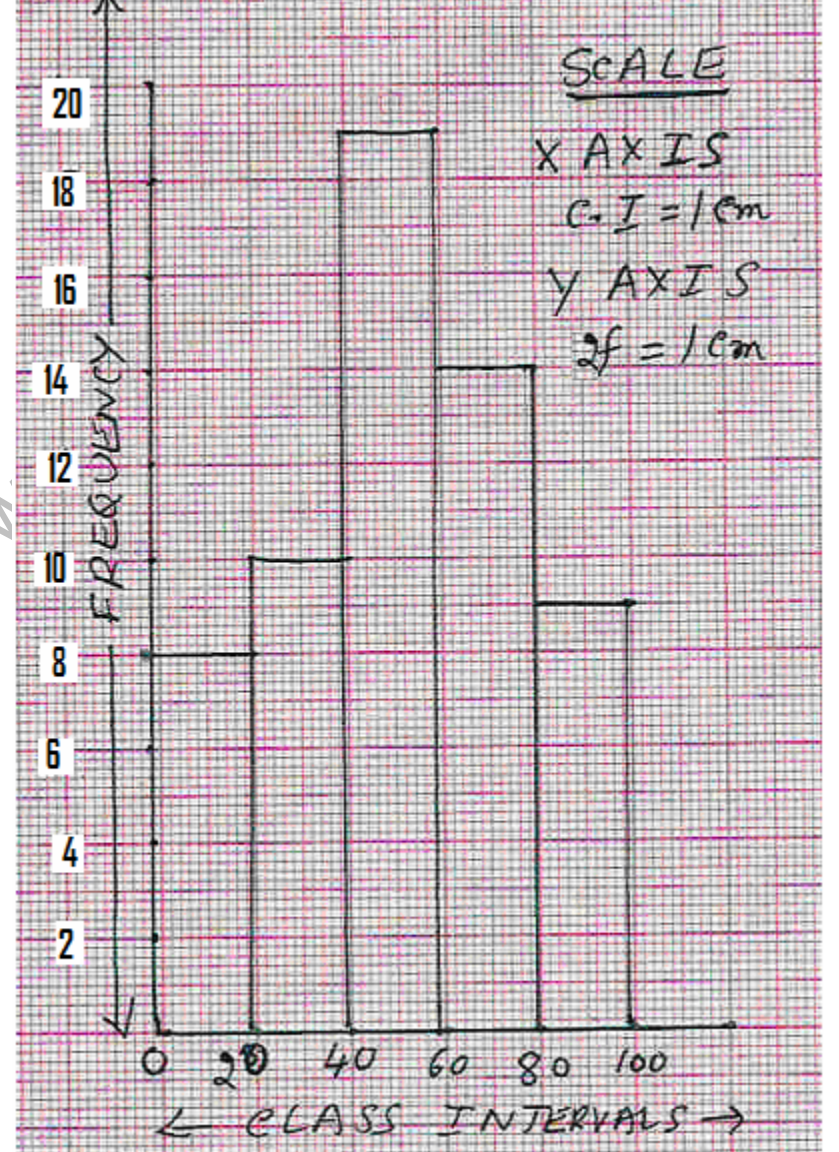
ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	X(ಎಡ)	Y(ಎತ್ತರ)
0-20	8	0 ರಿಂದ 1 ಸೆ.ಮಿ.	4 ಸೆ.ಮಿ.
20-40	10	1 ರಿಂದ 2 ಸೆ.ಮಿ.	5 ಸೆ.ಮಿ.
40-60	19	2 ರಿಂದ 3 ಸೆ.ಮಿ.	9.5 ಸೆ.ಮಿ.
60-80	14	3 ರಿಂದ 4 ಸೆ.ಮಿ.	7 ಸೆ.ಮಿ.
80-100	9	4 ರಿಂದ 5 ಸೆ.ಮಿ.	4.5 ಸೆ.ಮಿ.



## ಅವಲೋಕನ:

1. ವರ್ಗಾಂತರಗಳು  $x$  ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೂ, ಆವೃತ್ತಿಗಳು  $y$  ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೂ ಇವೆ.
2. ಎರಡೂ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಸ್ಕೇಲ್ (ಪ್ರಮಾಣ) ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ.
3. ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರಗಳೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಆಯತಗಳ ಅಗಲ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ.
4. ವರ್ಗಾಂತರಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಖಾಲಿ ಇಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ ಆಯತಗಳು ಒಂದರ ಪಕ್ಕ ಒಂದು ಇದ್ದು, ಆಯತಗಳ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ.
5. ಆಯತಗಳ ಎತ್ತರವು ವರ್ಗಾಂತರಗಳ ಆವೃತ್ತಿಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ಇವೆ.

**ಗಮನಿಸಿ:** ವರ್ಗಾಂತರಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಖಾಲಿ ಇದ್ದರೆ (ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ, ಅದನ್ನು ಬ್ರೇಕ್/ಕಿಂಕ್ ಗುರುತಿನಿಂದ || ತೋರಿಸಲಾಗುವುದು)





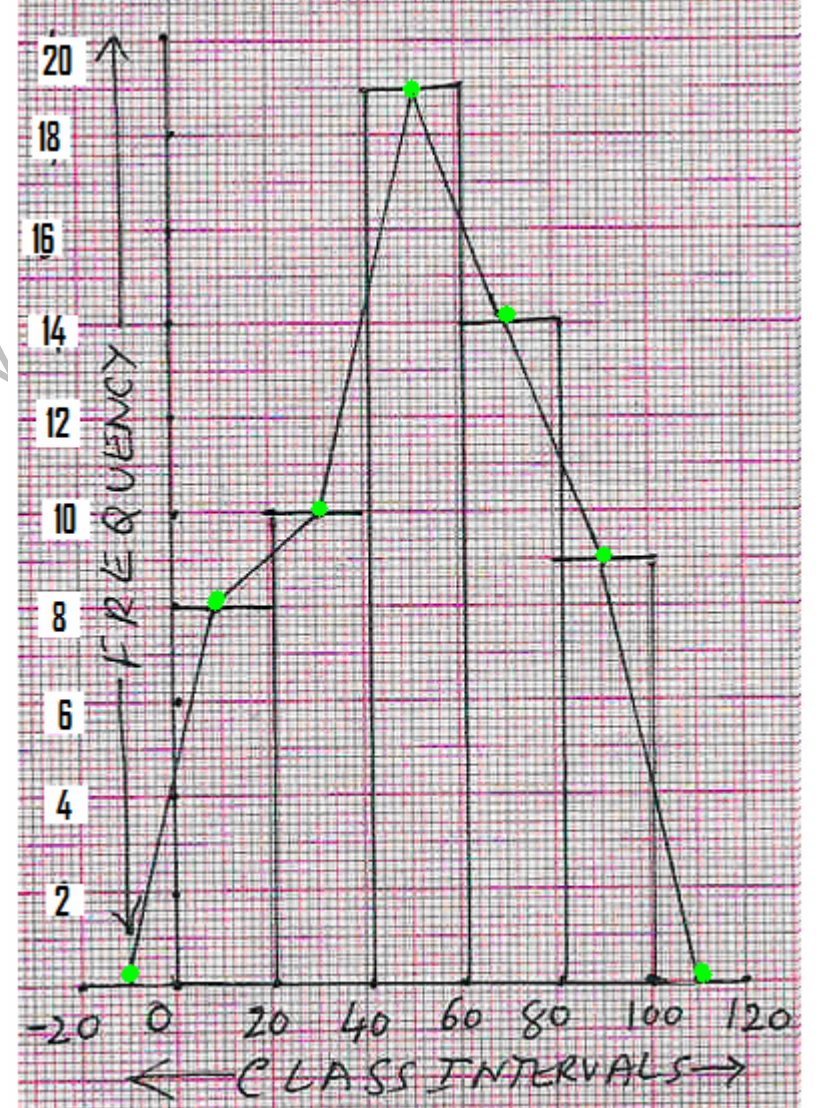
## ಆವರ್ತಾಂಕ ಬಹುಭುಜ(1 ನೇ ವಿಧಾನ):

ಆಯತ ಚಿತ್ರದ ಅನುಕ್ರಮ ಆಯತಗಳ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ರೇಖೆಯೇ 'ಆವರ್ತಾಂಕ ಬಹುಭುಜ'.

- 1) ಮೇಲಿನಂತೆಯೇ ಆಯತ ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿರಿ.
- 2) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರಗಳ ಎರಡೂ ಕಡೆ, ಇಲ್ಲದೇ ಇರುವ ಒಂದೊಂದು ವರ್ಗಾಂತರಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ  
(-20- 0) ಮತ್ತು (100 - 120).  
(ಇಲ್ಲಿ  $f = 0$  ಆದ್ದರಿಂದ, (-20- 0) ಮತ್ತು (100 -120) ವರ್ಗಾಂತರಗಳ ಎತ್ತರ = 0 cm)
- 3) ಪ್ರತೀ ವರ್ಗಾಂತರದ ನಕ್ಷೆಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.  
(x-ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ -0.5, 0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5 ಮತ್ತು 5.5 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು y ಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ 0, 4, 5, 9.5, 7, 4.5 ಮತ್ತು 0).

ವರ್ಗಾಂತರ	f	x ವಾದದ ಮಧ್ಯ	y	(x,y)
(-20) -0	0	-0.5	0	(-0.5, 0)
0-20	8	0.5	4	(0.5, 4)
20-40	10	1.5	5	(1.5, 5)
40-60	19	2.5	9.5	(2.5, 9.5)
60-80	14	3.5	7	(3.5, 7)
80-100	9	4.5	4.5	(4.5, 4.5)
100-120	0	5.5	0	(5.5, 0)

- 4) ಅನುಕ್ರಮ ಆಯತಗಳ ತುದಿಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸರಳರೇಖೆಯಿಂದ ಜೋಡಿಸಿ. ಈಗ ನಮಗೆ ದೊರೆತದ್ದೇ ಆವರ್ತಾಂಕ ಬಹುಭುಜ



## ಆವರ್ತಾಂಕ ಬಹುಭುಜ (2 ನೇ ವಿಧಾನ):

1) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರಗಳ ಎರಡೂ ಕಡೆ, ಇಲ್ಲದೇ ಇರುವ ಒಂದೊಂದು ವರ್ಗಾಂತರಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ

(-20- 0) ಮತ್ತು (100 - 120).

ವರ್ಗಾಂತರ	f	X (ವಾದದ ಮಧ್ಯ)	y	(x,y)
-20 -0	0	-0.5	0	(0,0)
0-20	8	0.5	4	(.5,4)
20-40	10	1.5	5	(1.5,5)
40-60	19	2.5	9.5	(2.5,9.5)
60-80	14	3.5	7	(3.5,7)
80-100	9	4.5	4.5	(4.5,4.5)
100-120	0	5.5	0	(5.5,0)

2) x-ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಪ್ರತಿ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. (ಸೂಕ್ತ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ : 1C.I. = 1cm).

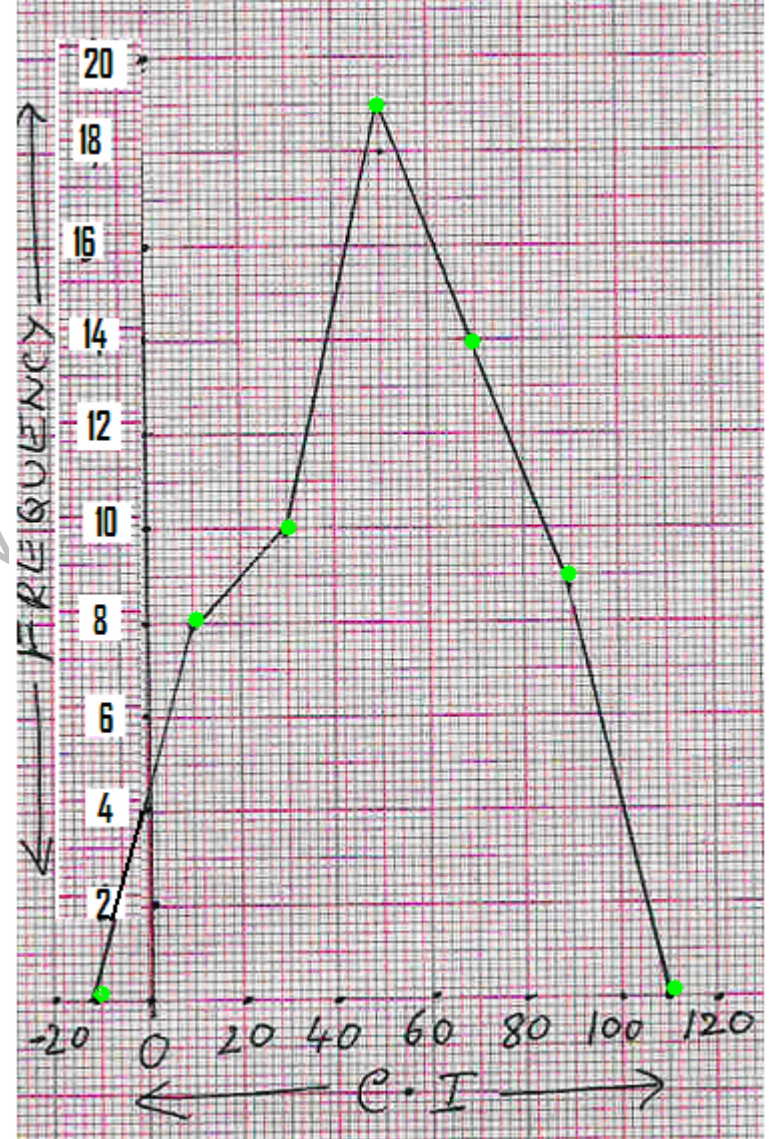
ಈ ಬಿಂದುಗಳು x-ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ -0.5, 0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5 ಮತ್ತು 5.5.

3) ದತ್ತ ಸ್ಕೇಲ್‌ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಪ್ರತಿ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿಗನುಗುಣವಾದ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. (2f=1cm).

ಈ ಬಿಂದುಗಳು y-ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ 0, 4, 5, 9.5, 7, 4.5 ಮತ್ತು 0 ಆಗಿವೆ.

4) ಈ ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಜೋಡಿಸಿ.

**ಗಮನಿಸಿ:** ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯವಾಗಿದ್ದು ಎರಡನೆಯದರಲ್ಲಿ ಆಯತದ ರಚನೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.



5.4.5 ಉದಾ. 2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಆಯತ ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ:

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
5-9	2
10-14	5
15-19	6
20-24	4

ಚಿತ್ರಿತ ಡಿವಿಡಿ ನೋಡಿ.

A Project of [www.eShale.org](http://www.eShale.org)

### 5.4.5 ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ ವಕ್ರ ರೇಖೆ(ಓಜೀವ್)

ಇಂತಹ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ (ವರ್ಗೀಕೃತ ಅಥವಾ ಅವರ್ಗೀಕೃತ) ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಗನುಗುಣವಾಗಿ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಒಂದು ನಯವಾದ ವಕ್ರ ರೇಖೆಯ ಮೂಲಕ ಸೇರಿಸುತ್ತೇವೆ.ದತ್ತಾಂಶ ಅಥವಾ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮೇಲ್ಮಿತಿಯನ್ನು  $x$  ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು  $y$  ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸುತ್ತೇವೆ.

ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಲು 5.4.5.1 ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನೇ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾ.

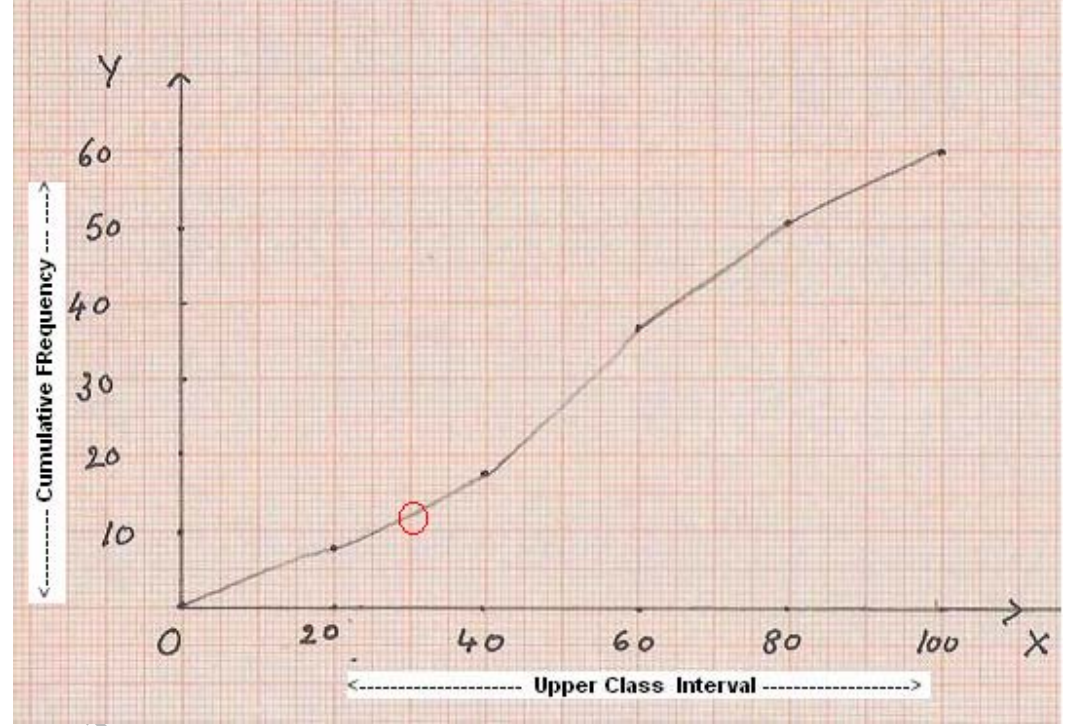
**5.4.5 ಉದಾ. 2.** ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ (C.I)	F(ಆ)
0-20	8
20-40	10
40-60	19
60-80	14
80-100	9

A Project of www.eShale.org

1. ಮೊದಲು 0 ಆವೃತ್ತಿ ಇರುವ ಹಾಗೆ ಒಂದು ಕಾಲ್ಪನಿಕ ವರ್ಗಾಂತರವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ. ( ಇಲ್ಲಿ ಅದು -20 ದಿಂದ 0 ಆಗಿದೆ)
2. ಕೆಳಗೆ ಕಾಣಿಸಿದಂತೆ (-20 ದಿಂದ 0) ದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ವರ್ಗಾಂತರದ ತಃಖ್ತೆ ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆ. f	ಸಂ.ಆ. cf	(x,y) ಬಿಂದು
-20-0	0	0	(0,0)
0-20	8	8	(20,8)
20-40	10	18	(40,18)
40-60	19	37	(60,37)
60-80	14	51	(80,51)
80-100	9	60	(100,60)



3. ಸೂಕ್ತ ಸ್ಕೇಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮೇಲ್ಮಿತಿಯನ್ನು x ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ. (ಇಲ್ಲಿ 1 ಸೆ.ಮೀ =10 ವರ್ಗಾಂತರ )
4. ಸೂಕ್ತ ಸ್ಕೇಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು y ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ. (ಇಲ್ಲಿ 1 ಸೆ.ಮೀ =10cf)
5. ವರ್ಗಾಂತರದ ಮೇಲ್ಮಿತಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ನಯವಾದ ವಕ್ರರೇಖೆಯಿಂದ ಜೋಡಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯೇ ಓಜೀವ್.

**ಗಮನಿಸಿ:-**ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವರ್ಗಾಂತರಗಳ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು (ಉದಾಹರಣೆಗೆ 30 ರ ವರೆಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ 13.(ಕೆಂಪು ವೃತ್ತದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದೆ)