ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

4.1.1. ವೃತ್ತವು ಹೊಂದಿರಬಹುದಾದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು? ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಬಿಂದುಗಳಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಸಂಖ್ಯಾತ

4.1.2. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ:

i) ವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕವೊಂದು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ __ಒಂದು (∵ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ವೃತ್ತವನ್ನು ಕಡಿಯದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು.)

ii) ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯೇ ______ ಛೇದಕ

iii) ಒಂದು ವೃತ್ತವು ಹೊಂದಿರಬಹುದಾದ ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ ______ಎರಡು

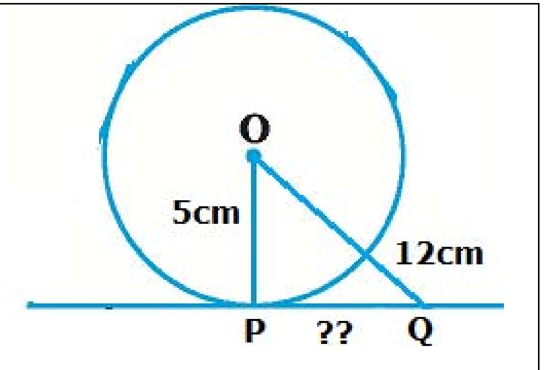
(∵ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಹಾಗೂ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿನ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತವನ್ನು ಕಡಿಯದಂತೆ ಎಳೆಯಬಹುದು.)

iv) ಒಂದು ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ವೃತ್ತ ಹೊಂದಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವೇ______ ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು

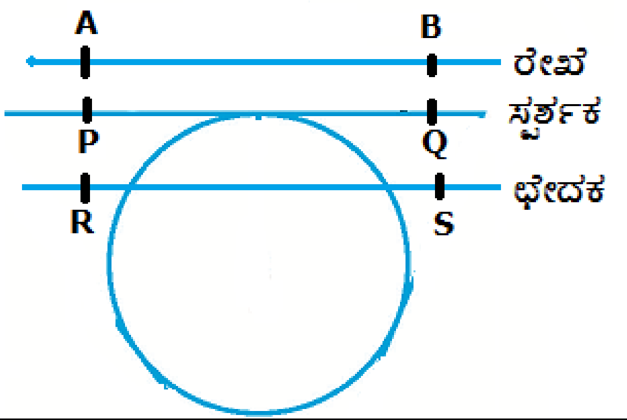
4.1.3. 5cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕ PQ. ಇದು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ O ದಿಂದ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯನ್ನು Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. OQ = 12cm ಆದರೆ PQ ಉದ್ದವು

(a)12cm (b) 13cm (c) 8.5cm (d) $\sqrt{119}$ cm

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle OPQ = 90^0$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$	
3	$12^2 = 5^2 + PQ^2$	
4	$144 = 25 + PQ^2$	
5	$PQ^2 = 144 - 25 = 119$	
6	$PQ = \sqrt{119}$	



A Project of www.eShale.org

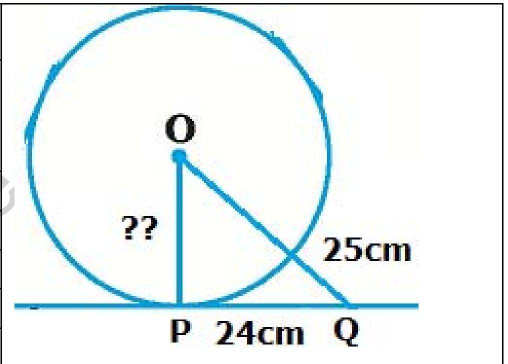
4.1.4 ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ರೇಖೆಯು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತೊಂದು ರೇಖೆಯು ಛೇದಕವಾಗಿರುವಂತೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.	

A Project of www.eShar

ಅಭ್ಯಾಸ 4.2

4.2.1. ಒಂದು ಬಿಂದು Q ದಿಂದ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು 24 cm ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ Q ಬಿಂದು ನಡುವಿನ ದೂರ 25 cm ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು a) 7 cm b) 12 cm c) 15 cm d) 24.5 cm

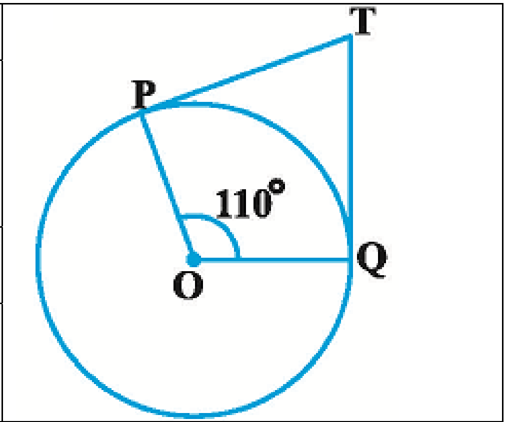
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle OPQ = 90^0$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$OQ^2=OP^2+PQ^2$	
3	$25^2= OP^2+24^2$	
4	$625= OP^2+576$	
5	$OP^2=625-576=49$	
6	OP=7cm	



4.2.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle POQ = 110^0$ ಆಗಿರುವಂತೆ, O ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle PTQ$ ದ ಅಳತೆಯು

a) 60° b) 70° c) 80° d) 90°

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle POQ+\angle PTQ= 180^0$	POQT ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ & ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0
2	$\angle PTQ=180^0-\angle POQ$	
3	$=180^0-110^0=70^0$	

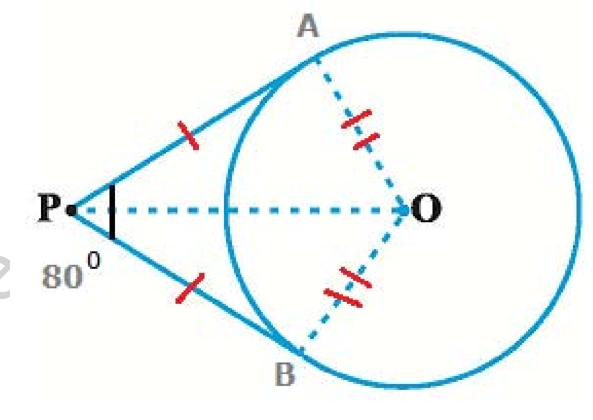


A Project of www.eShale

4.2.3. 'O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾದ PA ಮತ್ತು PB ಗಳ ನಡುವಿನ ∠ 80° ಆದರೆ ∠POA ದ ಅಳತೆಯು

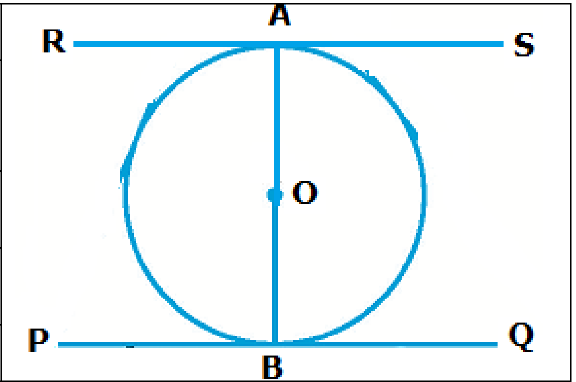
a) 50° b) 60° c) 70° d) 80°

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle APB + \angle BOA = 180^0$	POQT ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ & ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0
2	$\angle BOA = 180^0 - \angle APB = 180^0 - 80^0 = 100^0$	
3	$\angle AOP = \angle BOP$	ΔPOA ಮತ್ತು ΔPOB ಗಳು ಸರ್ವಸಮ (ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ)
4	$\angle BOA = 2\angle AOP$	(4) ರಿಂದ
5	$\angle AOP = 50^0$	(3) ರಿಂದ



4.2.4. ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವ್ಯಾಸದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$OA \perp RS$ & $OB \perp PQ$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$\angle OAR = \angle OAS = \angle OBP = \angle OBQ = 90^0$	(1) ರಿಂದ
3	$\angle OAR = \angle OBQ$ & $\angle OAS = \angle OBP$	(2) ರಿಂದ
4	PQ||RS	(3) ರಿಂದ ಒಳ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ.

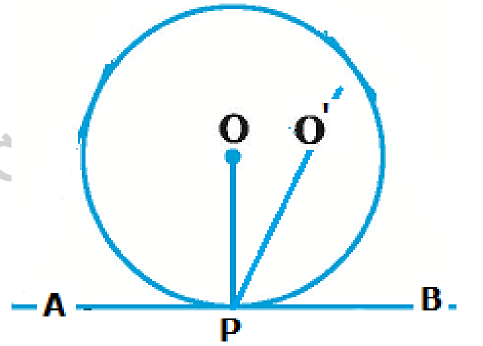


A Project of www.eShale

4.2.5. ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

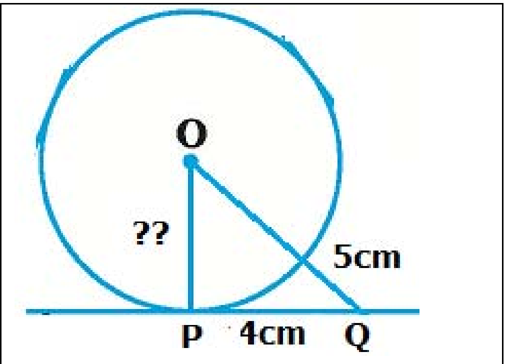
ರಚನೆ: P ಯಿಂದ AB ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ನಿಂದ ಹಾದು ಹೋಗದೇ O' ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವಂತೆ PO' ಎಳೆದಿದೆ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle O'PB = 90^0$	ರಚನೆ
2	$\angle OPB = 90^0$	OP ತ್ರಿಜ್ಯವು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು P ಯಿಂದ ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ರೇಖೆ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
3	OP ಮತ್ತು $O'P$ ಐಕ್ಯ ಆಗಲೇ ಬೇಕು	$\angle O'PB = \angle OPB$ ಕೋನಗಳು ಸಮ



4.2.6. ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 5 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ A ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು 4 cm ಇದೆ. ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

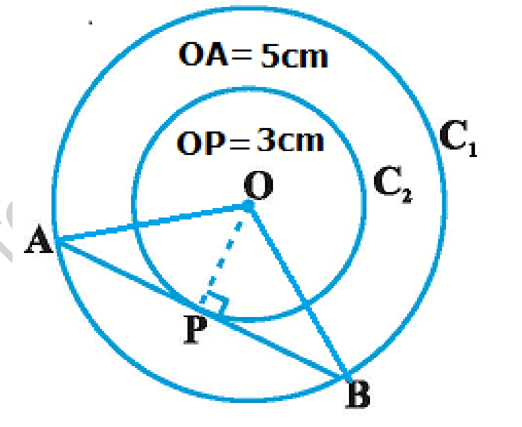
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle OPQ = 90^0$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$	
3	$5^2 = OP^2 + 4^2$	
4	$25 = OP^2 + 16$	
5	$OP^2 = 25 - 16 = 9$	
6	$OP = 3cm$	



A Project of www.eShale.org

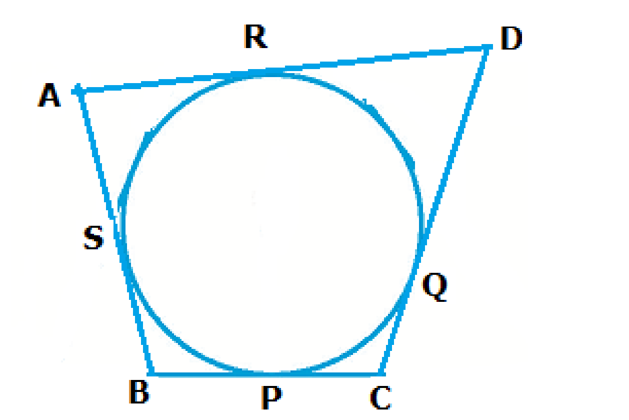
4.2.7. ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರಿಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 5 cm ಮತ್ತು 3 cm ಆಗಿವೆ. ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle OPA = 90^0$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$OA^2=OP^2+PA^2$	
3	$PA^2 = OA^2-OP^2$ $=5^2-3^2=25-9=16=4^2$	
4	$\therefore PA=4cm$	
5	PA=PB	ΔPOA ಮತ್ತು ΔPOB ಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ಲಂ.ಕ.ಬಾ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
6	AB=AP+PB=4+4=8cm	(5) ರಿಂದ



4.2.8. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ). AB + CD =AD + BC ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	AS=AR	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (A) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
2	DQ=DR	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (D) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
3	QC=CP	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (C) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
4	BS=BP	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (B) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
5	AS+DQ+QC+BS=AR+DR+CP+BP	(1)+(2)+(3)+(4)
6	$\therefore$ AB+DC=AD+BC	

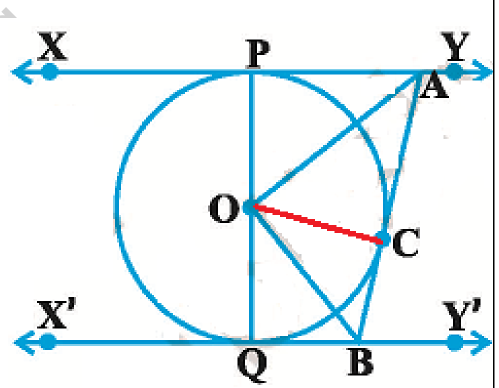


A Project of www.eShale.or

4.2.9. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, 'O' ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ XY ಮತ್ತು X'Y' ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು C ನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಮತ್ತೊಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ AB ಯು XY ಅನ್ನು A ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು X'Y' ಅನ್ನು B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle AOB = 90°$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ರಚನೆ: O ಮತ್ತು C ಸೇರಿಸಿ

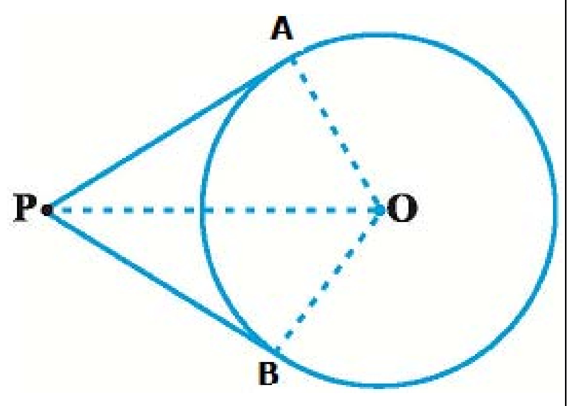
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔOAP & ΔOAC ಗಳಲ್ಲಿ	
2	OP = OC	ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು
3	AP = AC	ಸ್ಪರ್ಶಕ
4	AO = OA	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
5	$\Delta OAP \cong \Delta OAC$	ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
6	$\angle POA = \angle COA$	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
7	$\angle QOB = \angle COB$	ಮೇಲಿನಂತೆ $\Delta OQB \cong \Delta OCB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ
7	$\angle POA + \angle COA + \angle QOB + \angle COB = 180^O$	ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0
8	$\therefore 2\angle COA + 2\angle COB = 180^O \Rightarrow \angle COA + 2\angle COB = 90^O \Rightarrow \angle AOB = 90^O$	



A Project of www.eShale.org

4.2.10. ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ ಹಾಗೂ ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವಂತೆ ಎಳೆದ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

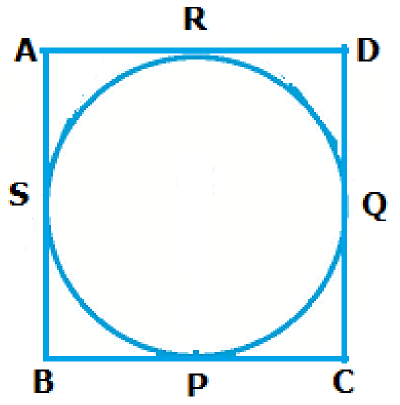
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle OAP = \angle PBO = 90^O$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$\angle OAP + \angle APB + \angle PBO + \angle BOA = 360^O$	ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕೂ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360^O
3	$90^O + \angle APB + 90^O + \angle BOA = 360^O$	(2) ರಿಂದ
4	$\angle APB + \angle BOA = 180^O$	



A Project of www.eShale

4.2.11. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾದಾಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	AS=AR	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (A) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
2	DQ=DR	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (D) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
3	QC=CP	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (C) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
4	BS=BP	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (B) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
5	AS+DQ+QC+BS=AR+DR+CP+BP	(1)+(2)+(3)+(4)
6	∴ AB+DC=AD+BC	
7	AB=CD & AD=BC	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
7	∴ 2AB=2AD ⇒ AB=AD	(6) ರಿಂದ
8	⇒ AB=BC=CD=DA	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕೂ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಕನಿಷ್ಠ ಎಂದರೆ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

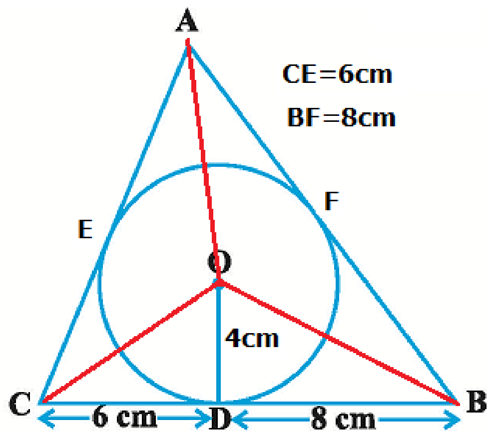


A Project of www.eShale.org

4.2.12. ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು D ಯು BC ಬಾಹುವನ್ನು BD ಮತ್ತು DC ಯ ಉದ್ದ ಕ್ರಮವಾಗಿ 8 cm ಮತ್ತು 6 cm ಇರುವಂತೆ 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವು ΔABC ನಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತಗೊಳಿಸಲು ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. [ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ], AB ಮತ್ತು AC ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ x ಆಗಿರಲಿ. AE=AF=x

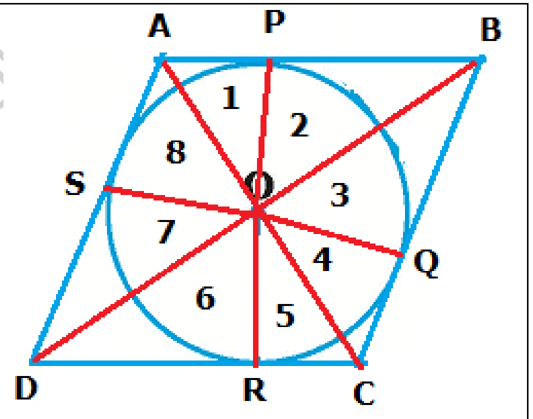
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	CE=CD=6 & BF=BD=8	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮ
2	AC=AE+CE=x+6 & AB=AF+FB=x+8	
3	2s= AC+CB+BA=(x+6)+14+(x+8)= x+28 $\therefore$ s=x+14	ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದ 2s
4	ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$	
5	$\sqrt{(x+14)[x+14-(x+6)](x+14-14)[x+14-(x+8)]} = \sqrt{(x+14)*8*x*6}$ $=\sqrt{48x(x+14)}$	
6	$\frac{1}{2}$AC*OE=$\frac{1}{2}$(x+6)*4=2x+12	ΔAOC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
7	$\frac{1}{2}$BC*OD=$\frac{1}{2}$14*4=28	ΔBOC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
8	$\frac{1}{2}$AB*OF=$\frac{1}{2}$(x+8)*4=2x+16	ΔAOB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
9	$\sqrt{48x(x+14)}$ =(2x+12)+28+(2x+16)= 4x+56	ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ΔAOC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ΔBOC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ+ ΔAOB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (4)=(5)+(6)+(7)
10	$48x(x+14)=(4x+56)^2=4(x+14)*4(x+14)$ $\Rightarrow$ 48x= 16(x+14) $\therefore$ 32x= 16*14 $\Rightarrow$ x=7	(9)ನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ & $(4x+56)^2=[4(x+14)]^2$
11	AC=x+6=7+6=13cm & AB=x+8=6+8=14cm	



A Project of www.eShale.org

4.2.13. ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾದಾಗ,ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳು ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಅಂದರೆ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle AOB + \angle COD = 180^{O}$ & $\angle BOC + \angle AOD = 180^{O}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬೇಕು



ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	ΔAOP & ΔAOS ಗಳಲ್ಲಿ	
1	OP = OS	ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು
2	AP = AS	ಸ್ಪರ್ಶಕ
3	AO = OA	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
4	$\Delta AOP \cong \Delta AOS$	ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
5	$\angle AOP = \angle AOS$; $\angle 1 = \angle 8$	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
6	$\angle 2 = \angle 3$, $\angle 4 = \angle 5$, $\angle 6 = \angle 7$	ಮೇಲಿನಂತೆ $\Delta BOP \cong \Delta BOQ$, $\Delta COQ \cong \Delta COR$ & $\Delta DOR \cong \Delta DOS$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ
7	$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 = 360^{O}$	ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನ = 360^{O}
8	$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 6 + \angle 1 = 360^{O}$	(6)ರಿಂದ
9	$\Rightarrow 2(\angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 6) = 360^{O}$	
10	$\therefore (\angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 6) = 180^{O} \Rightarrow \angle AOB + \angle COD = 180^{O}$ ಹೀಗೆಯೇ $\angle BOC + \angle AOD = 180^{O}$	

A Project of www.eShale.c