6.12 ವೃತ್ತಗಳು – ಭಾಗ 3:

6.12.1: ವೃತ್ತದ ಕಂಸಗಳು

ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕಂಸಗಳ ಕೇಂದ್ರೀಯಕೋನಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳು ಸರ್ವಸಮ(congruent)

$\angle AOB = \angle CO'D$ ಆದರೆ ಕಂಸ ASB = ಕಂಸ CTD

6.12.1 ಅಭ್ಯಾಸ 1: ಎರಡು ಕಂಸಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ಜ್ಯಾಗಳು ಸಮ.

ದತ್ತ: ಕಂಸ ASB = ಕಂಸ CTD

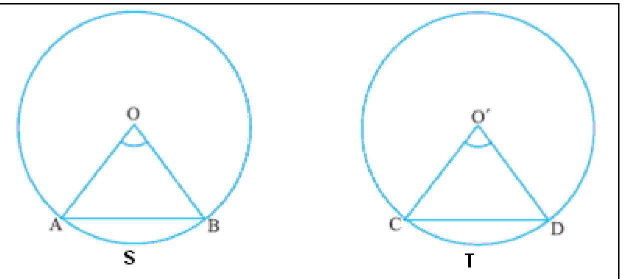
ಸಾಧನೀಯ: AB=CD

ಸಾಧನೆ:

1. $OA = O'C$, $OB = O'D$ (ತ್ರಿಜ್ಯ)
2. $\angle AOB = \angle CO'D$ (ಕಂಸಗಳು ಸರ್ವಸಮ)

$\Delta AOB \cong \Delta CO'D$ ($\because$ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ)

$\therefore AB = CD$



6.12.1 ಅಭ್ಯಾಸ 2: ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಗಳ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ಕಂಸಗಳು ಸರ್ವಸಮ.

ಗಮನಿಸಿ: ಇದು ಹಿಂದಿನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ. (ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧದಂತೆ $\angle AOB = \angle CO'D$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ)

6.12.1: ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ:

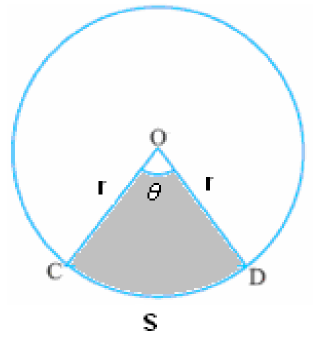
ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ 'r' ಆದಾಗ :

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = $2\pi r$ ಮತ್ತು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2. ಇಲ್ಲಿ π ಎನ್ನುವುದು ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿದ್ದು 22/7 (3.1428) ಎಂದು ಅಂದಾಜಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಿಸುತ್ತೇವೆ.

θ ಡಿಗ್ರಿಯು ಕಂಸ CSD ಯು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನವಾಗಿರಲಿ ($\angle$COD).

360^0 ಕೇಂದ್ರದ ಕೋನ ಆದಾಗ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ $2\pi r$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ θ^o ವು ಕೇಂದ್ರದ ಕೋನವಾದರೆ ಕಂಸದ ಉದ್ದ

1. CSD ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\left(\frac{\theta}{180}\right) * \pi r$ (ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ)



360^0 ಕೇಂದ್ರದ ಕೋನ ಆದಾಗ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ πr^2 ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, θ^o ವು ಕೇಂದ್ರದ ಕೋನವಾದರೆ ಅದು ಉಂಟುಮಾಡುವ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ:

2. CSDO ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (shaded ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ನೆರಳಿನ ಭಾಗ)

= $\left(\frac{\theta}{360}\right) * \pi r^2 = \left(\frac{\theta}{180}\right) * \left(\frac{\pi * r * r}{2}\right) = \left[\left(\frac{\theta}{180}\right) * \pi r\right] * \frac{r}{2} = \frac{1}{2}$ *ಕಂಸದ ಉದ್ದ*ತ್ರಿಜ್ಯ

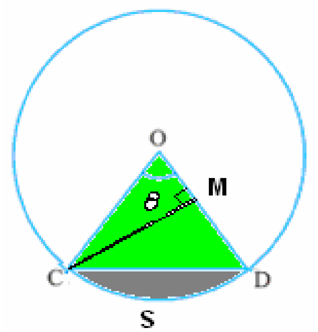
ಗಮನಿಸಿ: π ರೇಡಿಯನ್ ಗಳು = 180^0 ಮತ್ತು $x^0 = \left(\frac{x * \pi}{180}\right)$ ರೇಡಿಯನ್ ಗಳು

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle COD = \theta$ ಮತ್ತು CD ಯು ಅದು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಜ್ಯಾ ಆಗ

CDO ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ * ಪಾದ * ಎತ್ತರ = $\frac{1}{2} * DO * CM = \frac{1}{2} * r * r\sin\theta = \frac{1}{2} r^2 * \sin\theta$

($CM = r\sin\theta$: ಸೈನ್ ವಿವರಣೆಗೆ ಪಾಠ 7.1 ನೋಡಿ)

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ: CSDO ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = CDO ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + CSD ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ



∴ CSD ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = CSDO ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - CDO ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \left(\frac{\theta}{360}\right) * \pi r^2 - \left(\frac{1}{2}\right) r^2 * \sin\theta = r^2 \left\{\left(\pi * \frac{\theta}{360}\right) - \left(\frac{\sin\theta}{2}\right)\right\}$$

ಗಮನಿಸಿ : ಮೇಲಿನ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಕ್ಕೆ θ ಕೋನವು ಡಿಗ್ರಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಇರಬೇಕು.

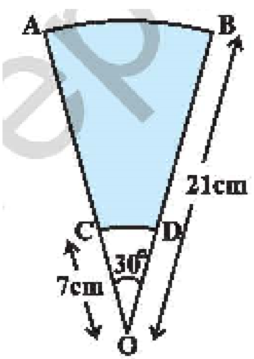
6.12 Problem 1: ತ್ರಿಜ್ಯ 21Cm ಮತ್ತು 7Cm ಇರುವ O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ಕಂಸಗಳು AB ಮತ್ತು CD. $\angle AOB = 30$ ಆದರೆ ನೆರಳಿನ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ನೆರಳಿನ ಭಾಗ CABD ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = OCABDO ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - OCDO ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \left(\frac{30}{360}\right) * \pi 21^2 - \left(\frac{30}{360}\right) * \pi 7^2$$

$$= \left[\frac{1}{12} * \frac{22}{7}\right] * [7*7*](3*3-1) \quad (\because 21^2 = 7^2 * 3^2)$$

$$= \frac{22*7*7*8}{12*7} = \frac{308}{3}$$



6.12 Problem 2: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABPC ಯು 14 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು BC ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಅರ್ಧವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ನೆರಳಿನ ಭಾಗ BPCQB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

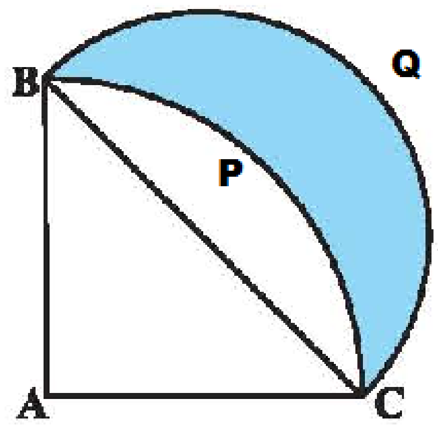
= ಅರ್ಧವೃತ್ತ BCQB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ- BCPB ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಆದರೆ BCPB ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಕಾಲು ವೃತ್ತ ACPB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - Δ ABC ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$\therefore$ ನೆರಳಿನ ಭಾಗ BPCQB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಅರ್ಧವೃತ್ತ BCQB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ –(ಕಾಲು ವೃತ್ತ ACPB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - Δ ABC ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= **ಅರ್ಧವೃತ್ತ BCQB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ** **–** **ಕಾಲು ವೃತ್ತ ACPB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ** **+** Δ **ABC ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ**



ಆದರೆ AC=AB=14 and $\angle$BAC=90

ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$\therefore$BC(ವ್ಯಾಸ) $= \sqrt{14*14+14*14} = \sqrt{392}$. $\therefore$ ಅರ್ಧವೃತ್ತ BCQB ನ ತ್ರಿಜ್ಯ = $\frac{\sqrt{392}}{2}$

ಅರ್ಧವೃತ್ತ BCQB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} * \pi * \frac{\sqrt{392}}{2} * \frac{\sqrt{392}}{2} = \frac{1}{8} * \pi * 392 = (\frac{1}{8}) * (\frac{22}{7}) * 392 =$ **154** $(\pi = \frac{22}{7})$

ಕಾಲುಭಾಗ ವೃತ್ತವಾಗಿರುವ ACPB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{4}\pi 14^2$ ($\because$ ತ್ರಿಜ್ಯ= 14cm)= $\frac{1}{4} * \pi * 14 * 14 =$ **154**

Δ **ABC ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ** $= \frac{1}{2} * 14 * 14 =$ **98** ($\because$ ತ್ರಿಕೋನದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ ಒಂದೇ)

$\therefore$ ನೆರಳಿನ ಭಾಗ BPCQB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = **154** -**154** + **98** =98