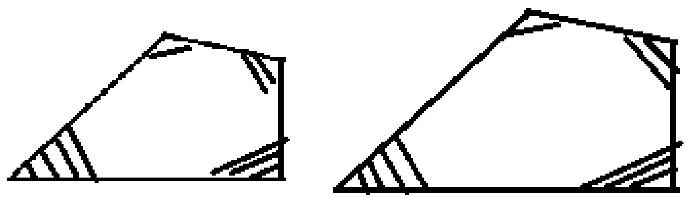
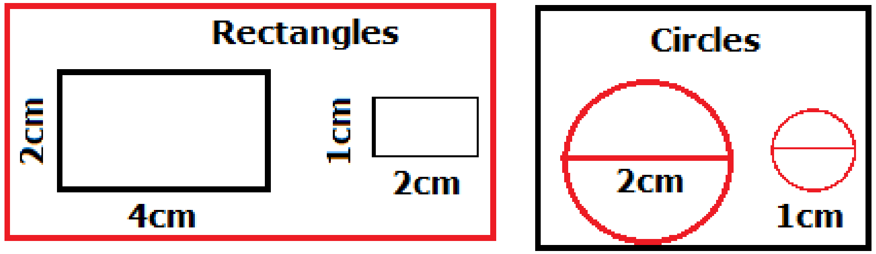
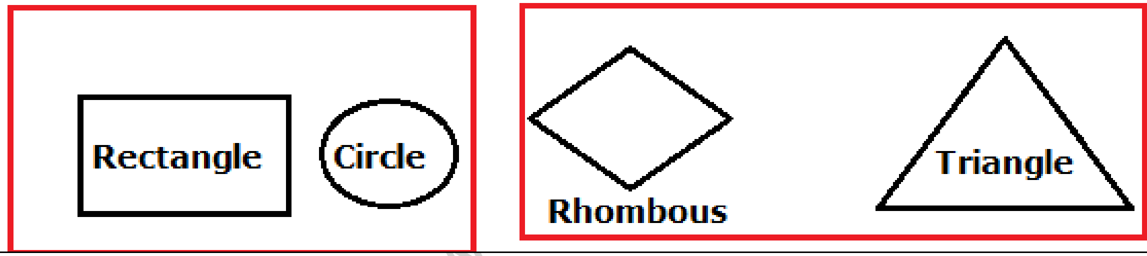
ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

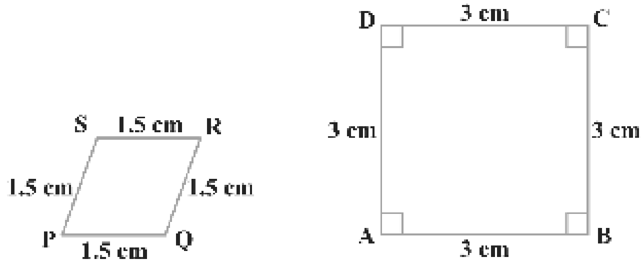
ವಿ.ಸೂ.: ಸಮಸ್ಯೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗಲೆಂದು ಇಲ್ಲಿ ಕರಡು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳು ಅಳತೆಗೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಇಲ್ಲ.

2.1.1 ಅವರಣದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪದಗಳಿಂದ ಸೂಕ್ತವಾದ ಪದವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬಿಟ್ಟ ಪದ ತುಂಬಿಸಿ

		ಕಾರಣ/ವಿವರಣೆ/ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿ
(i)	ಎಲ್ಲಾ ವೃತ್ತಗಳು ... ಸಮರೂಪ (ಸರ್ವಸಮ, ಸಮರೂಪ)	ಸರ್ವಸಮ ಆಗಬೇಕಾದರೆ ಎಲ್ಲಾ ವೃತ್ತಗಳು ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯ ಹೊಂದಿರಬೇಕು ಸಮರೂಪ ಏಕೆಂದರೆ ಅವು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.
(ii)	ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗಗಳು ... ಸಮರೂಪ (ಸರ್ವಸಮ, ಸಮರೂಪ)	ಸರ್ವಸಮ ಆಗಬೇಕಾದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಅಳತೆಯವು ಆಗಿರಬೇಕು. ಸಮರೂಪ ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಬಾಹುಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಳತೆಯವು ಆಗಿರುತ್ತವೆ.
(iii)	ಎಲ್ಲಾ -- ಸಮಬಾಹು -- ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪ (ಸಮದ್ವಿಬಾಹು, ಸಮಬಾಹು)	ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳು 60^{O} ಆಗಿರುತ್ತವೆ ಹಾಗಾಗಿ ಅವು ಸಮರೂಪಿಗಳು. ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮದ್ವಿಬಾಹುಗಳು ಆದಾಗ ಮೂರನೇ ಬಾಹುಗಳು ಬೇರೆ ಅಳತೆಯವೇ ಆಗಿರಲೂ ಬಹುದು ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಕೋನ ಏನು ಬೇಕಾದರೂ ಆಗಿರಬಹುದು.
(iv)	ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಬೇಕಾದರೆ a) ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು __ ಸಮ ಮತ್ತು b) ಅದರ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ___ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ____ (ಸಮ, ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ)	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿ ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ: 

2.1.2. ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ.

(i)	ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮರೂಪ ಆಕೃತಿಗಳು	
(ii)	ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮರೂಪವಲ್ಲದ ಆಕೃತಿಗಳು	

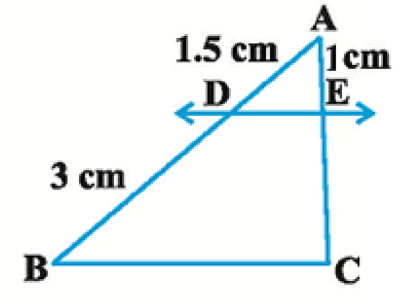
2.1.3	ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವೇ? ಇಲ್ಲವೆ ತಿಳಿಸಿ. 	ಈ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ(=4)ಆಗಿದ್ದರೂ ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೂ(1:2) ಕೂಡ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ ಅವು ಸಮರೂಪಿಗಳಲ್ಲ. ಪ್ರಶ್ನೆ[1.1(iv))] ಗಮನಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

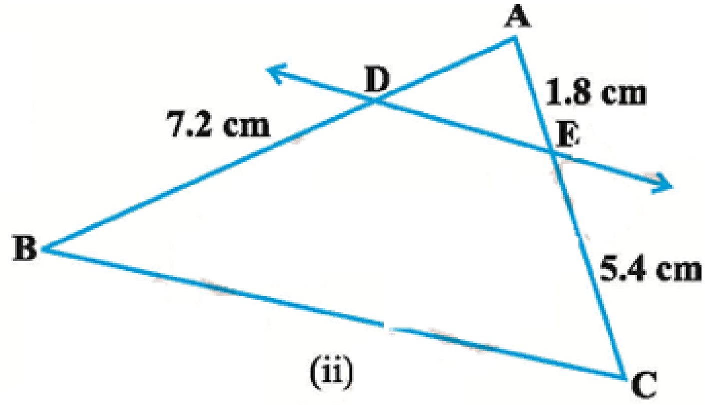
ವಿ.ಸೂ.: ಸಮಸ್ಯೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗಲೆಂದು ಇಲ್ಲಿ ಕರಡು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳು ಅಳತೆಗೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಇಲ್ಲ.

2.2.1 ಚಿತ್ರ (i) ಮತ್ತು (ii)ರಲ್ಲಿ DE||BC ಆದರೆ (i)ರಲ್ಲಿ EC (ii)ರಲ್ಲಿ AD ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$	ಚಿತ್ರ(i) ರ ΔABC ಯಲ್ಲಿ DE||BC. ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
2	$\therefore$ EC=DB*$\frac{AE}{AD}$=3*$\frac{1}{1.5}$=2cm	
3	$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$	ಚಿತ್ರ(ii) ರ ΔABC ಯಲ್ಲಿ DE||BC ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
4	$\therefore$ AD=DB*$\frac{AE}{EC}$=7.2*$\frac{1.8}{5.4}$=2.4cm	



(i)

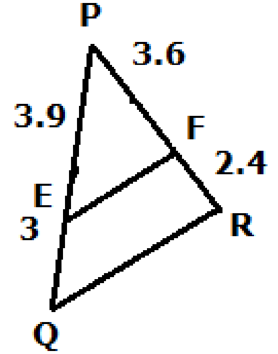


(ii)

2.2.2 E ಮತ್ತು F ಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ತ್ರಿಭುಜ PQR ನ PQ ಮತ್ತು PR ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ EF ||QR ಆಗಿದೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

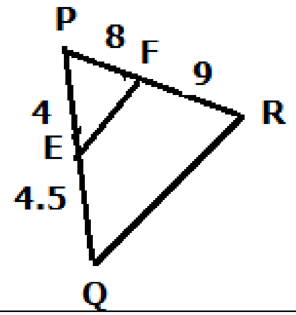
(i) PE = 3.9cm EQ = 3cm PF = 3.6cm FR = 2.4cm

ಹಂತ.	**ನಿರೂಪಣೆ**	**ಕಾರಣಗಳು**
1	$\frac{PE}{EQ}=\frac{3.9}{3}=1.3$	(ದತ್ತ)
2	$\frac{PF}{FR}=\frac{3.6}{2.4}=1.5$	(ದತ್ತ)
3	$\Rightarrow \frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR}$	∴ ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮದಂತೆ EF || QR ಆಗಿಲ್ಲ



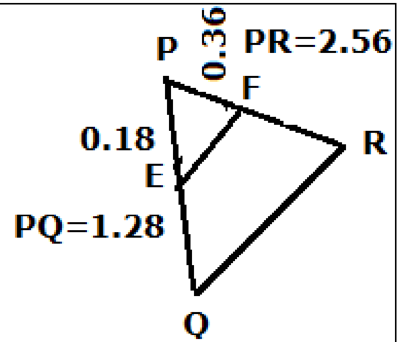
(ii) PE = 4cm QE = 4.5cm PF = 8cm RF = 9cm

ಹಂತ.	**ನಿರೂಪಣೆ**	**ಕಾರಣಗಳು**
1	PF=2PE & FR=2EQ	(ದತ್ತ)
2	$\therefore \frac{PF}{FR}=\frac{2PE}{2EQ}=\frac{PE}{EQ}$	
3	$\Rightarrow \frac{PF}{FR}=\frac{PE}{EQ}$	∴ ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮದಂತೆ EF || QR.



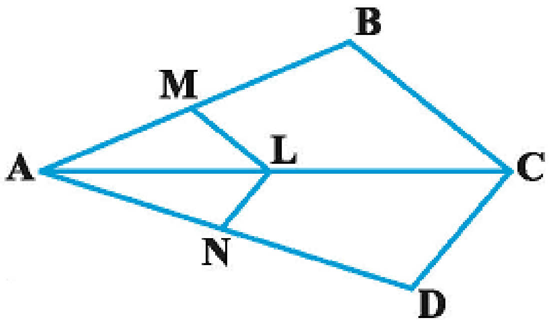
(iii) PQ = 1.28cm PR = 2.56cm PE = 0.18cm

ಹಂತ.	**ನಿರೂಪಣೆ**	**ಕಾರಣಗಳು**
1	PF=2PE & FR=2EQ	EQ=PQ-PE=1.28-0.18(ದತ್ತ) =1.1 & FR=PR-PF=2.56-0.36(ದತ್ತ) =2.2
2	$\frac{PF}{FR}=\frac{2PE}{2EQ}=\frac{PE}{EQ}$	
3	$\Rightarrow \frac{PF}{FR}=\frac{PE}{EQ}$	∴ ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮದಂತೆ EF || QR



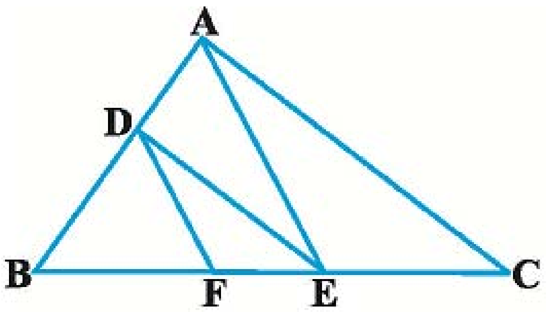
2.2.3 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ LM || CB ಮತ್ತು LN|| CD ಆದರೆ $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AD}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	LM||CB	Δ ABC ಯಲ್ಲಿ (ದತ್ತ)
2	$\frac{MB}{AM}=\frac{LC}{AL}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
3	LN||DC	Δ ACD ಯಲ್ಲಿ (ದತ್ತ)
4	$\frac{ND}{AN}=\frac{LC}{AL}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
5	$\frac{MB}{AM}=\frac{ND}{AN}$	(2) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ
6	$\Rightarrow 1+\frac{MB}{AM}=1+\frac{ND}{AN}\Rightarrow\frac{AM+MB}{AM}=\frac{AN+ND}{AN}\Rightarrow\frac{AB}{AM}=\frac{AD}{AN}\Rightarrow\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AD}$	



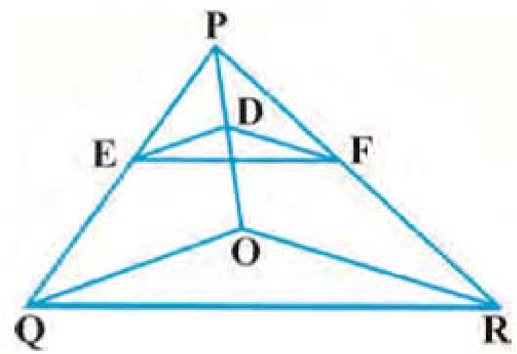
2.2.4 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ DE|| AC ಮತ್ತು DF || AE ಆದರೆ $\frac{BF}{FE}=\frac{BE}{EC}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	DE||AC	Δ ABC ಯಲ್ಲಿ (ದತ್ತ)
2	$\frac{BD}{DA}=\frac{BE}{EC}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
3	DF||AE	Δ BAE ಯಲ್ಲಿ (ದತ್ತ)
4	$\frac{BD}{DA}=\frac{BF}{FE}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
5	$\frac{BE}{EC}=\frac{BF}{FE}$	(2) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ



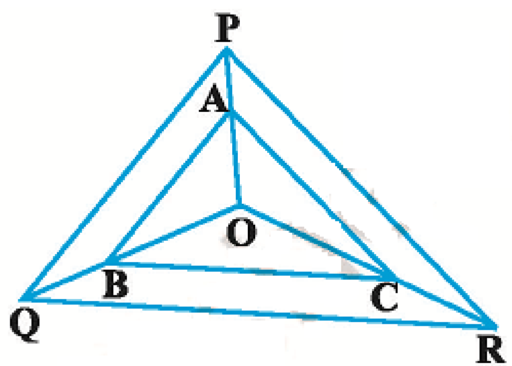
2.2.5 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ DE||OQ ಮತ್ತು DF||OR ಆದರೆ EF ||QR ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	DE||QO	Δ POQ ನಲ್ಲಿ (ದತ್ತ)
2	$\frac{PE}{EQ}=\frac{PD}{DO}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
3	DF||OR	Δ POR ನಲ್ಲಿ (ದತ್ತ)
4	$\frac{PF}{FR}=\frac{PD}{DO}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
5	$\frac{PE}{EQ}=\frac{PF}{FR}$	(2) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ
6	EF||QR	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ



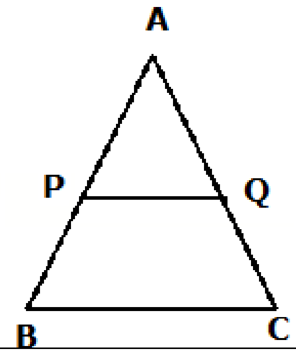
2.2.6 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB||PQ ಮತ್ತು AC|| PR ಆಗುವಂತೆ A, B ಮತ್ತು C ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ OP, OQ ಮತ್ತು OR ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಆದರೆ .BC||QR ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	AB||PQ	Δ POQ ನಲ್ಲಿ (ದತ್ತ)
2	$\frac{OA}{AP}=\frac{OB}{BQ}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
3	AC||PR	Δ POR ನಲ್ಲಿ (ದತ್ತ)
4	$\frac{OA}{AP}=\frac{OC}{CR}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
5	$\frac{OB}{BQ}=\frac{OC}{CR}$	(2) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ
6	BC||QR	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ



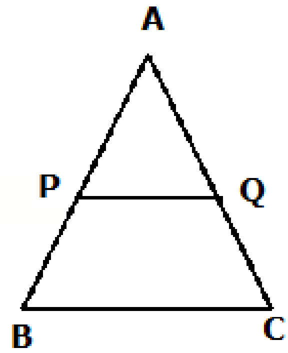
2.2.7 ತಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪ್ರಮೇಯ 2.1 ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿ. (ನೀವು ಇದನ್ನು 9 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿರುವುದನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)

ರಚನೆ: AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು P ಯ ಮೂಲಕ BC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ PQ ಯನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	PQ||BC	Δ ABC ಯಲ್ಲಿ (ದತ್ತ) & ರಚನೆ	
2	$\frac{AQ}{QC}=\frac{AP}{PB}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ	
3	$\frac{AP}{PB}=1$	P ಯು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು(ದತ್ತ); AP=PB	
4	AQ=QC	(2) ರಿಂದ	

2.2.8 ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪ್ರಮೇಯ 2.2 ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿ. (ನೀವು ಇದನ್ನು 9 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)

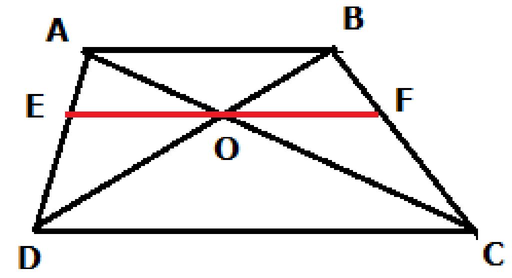
ರಚನೆ: AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು P ಯನ್ನು AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು Q ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ PQ ಎಳೆದಿದೆ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	AP=PB & AQ=QC	Δ ABC ಯಲ್ಲಿ (ದತ್ತ) & ರಚನೆ	
2	$\frac{AP}{PB}=1$ & $\frac{AQ}{QC}=1$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ	
3	$\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QC}$	(2) ರಿಂದ	
4	PQ||BC	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ	

2.2.9 ABCD ಯು ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ. ಇದರಲ್ಲಿ AB||DC ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ .ಆದರೆ $\frac{AO}{BO}=\frac{OC}{OD}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ರಚನೆ: EF||DC ಆಗುವಂತೆ O ಮೂಲಕ EOF ಎಳೆದಿದೆ.

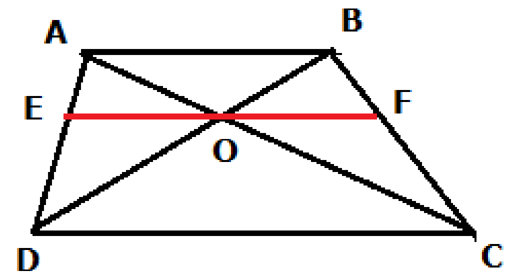
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	EF||DC	Δ ADC ಯಲ್ಲಿ ರಚನೆಯಿಂದ
2	$\frac{AE}{ED}=\frac{AO}{OC}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
3	AB||EO	Δ ABD ಯಲ್ಲಿ ರಚನೆಯಿಂದ
4	$\frac{AE}{ED}=\frac{BO}{OD}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
5	$\frac{AO}{OC}=\frac{BO}{OD}\Rightarrow\frac{AO}{BO}=\frac{OC}{OD}$	(2) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ



2.2.10 ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ $\frac{AO}{BO}=\frac{CO}{DO}$ ಆಗುವಂತೆ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಆದರೆ .ABCD ಯು ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ರಚನೆ: O ಮೂಲಕ OE||AB ಆಗುವಂತೆ EOF ಎಳೆದಿದೆ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	OE||AB	Δ ABD ಯಲ್ಲಿ ರಚನೆಯಿಂದ
2	$\frac{AE}{ED}=\frac{BO}{OD}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
3	$\frac{BO}{OD}=\frac{AO}{OC}$	$\frac{AO}{BO}=\frac{CO}{DO}$ (ದತ್ತ) $\Rightarrow\frac{BO}{DO}=\frac{AO}{CO}$
4	$\frac{AE}{ED}=\frac{AO}{OC}$	(2) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ
5	OE||DC	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ
6	AB||DC	(1) ಮತ್ತು (5) ರಿಂದ.

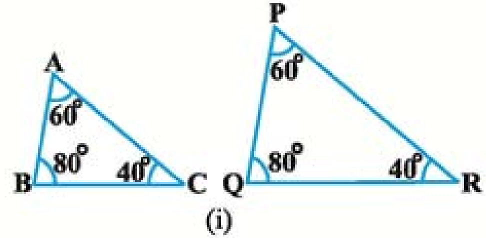
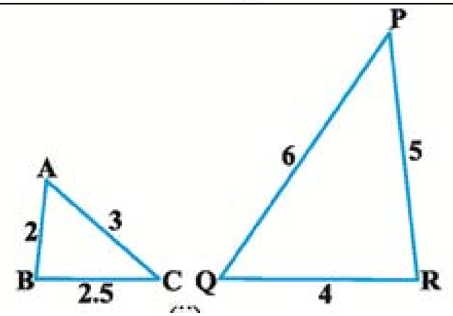
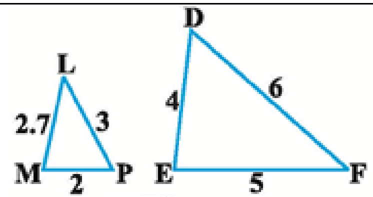


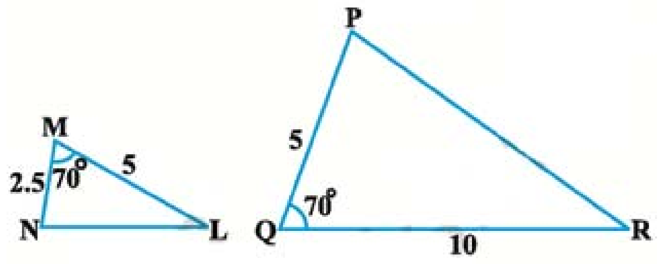
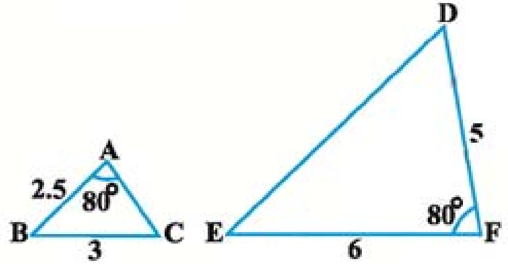
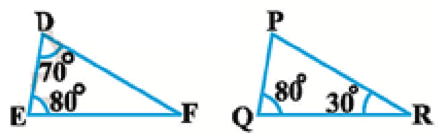
ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

ಅಭ್ಯಾಸ 2.3

ವಿ.ಸೂ.: ಸಮಸ್ಯೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗಲೆಂದು ಇಲ್ಲಿ ಕರಡು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳು ಅಳತೆಗೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಇಲ್ಲ.

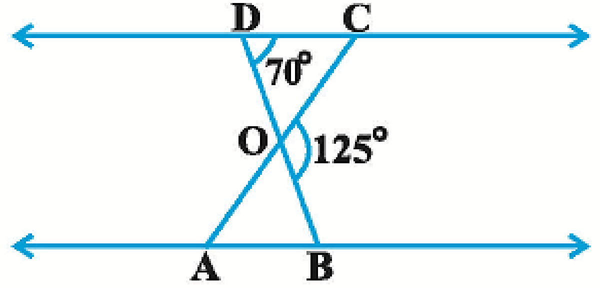
2.3.1 ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೊತೆಗಳು ಯಾವುವು ತಿಳಿಸಿಉತ್ತರಿಸಲು ಸಮರೂಪತೆಯ ಯಾವ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣಗಳನ್ನು - ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು . ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವಿರಿ ಎಂದು ಬರೆಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
(i)	$\angle A = \angle P = 60^0$ $\angle B = \angle Q = 80^0$ $\angle C = \angle R = 40^0$	ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳು $\Delta ABC \sim \Delta PQR$	
(ii)	$\frac{AB}{PQ} = \frac{2}{6}$ $\frac{AC}{PR} = \frac{3}{5}$ $\frac{BC}{QR} = \frac{2.5}{4}$ $\frac{AB}{PQ} \neq \frac{AC}{PR} \neq \frac{BC}{QR}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮವಲ್ಲವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಲ್ಲ.	
(iii)	$\frac{MP}{DE} = \frac{2}{4}$ $\frac{LP}{DF} = \frac{3}{6}$ $\frac{LM}{EF} = \frac{2.7}{5}$ $\frac{MP}{DE} = \frac{LP}{DF} \neq \frac{LM}{EF}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮವಲ್ಲವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಲ್ಲ.	

(iv)	NL & PR ಗೊತ್ತಿಲ್ಲ ಆದರೆ $\angle M = \angle Q = 70^0$ $\frac{ML}{QR} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $\frac{MN}{PQ} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$ $\frac{ML}{QR} = \frac{MN}{PQ}$	ಎರಡು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದಿಂದ ಅವು ಸಮರೂಪಿಗಳು. ΔMNL $\sim$ ΔQPR. ಮೇಲಿನಂತೆ ಅಲ್ಲದೆ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಅಥವಾ ಇನ್ನ್ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮರೂಪಿಗಳು ಎಂದು ಸೂಚಿಸಬಾರದು ΔMNL $\sim$ ΔPQR OR ΔMNL $\sim$ ΔQRP	
(v)	$\frac{AB}{DF} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$ $\frac{BC}{EF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $\angle A = \angle F = 80^0$ $\frac{AB}{DF} = \frac{BC}{EF}$	ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಆದರೆ ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ತಿಳಿದಿಲ್ಲ. ಕೋನ ಸಮವಾಗಿರುವುದು ಬೇರೆ ಎರಡು ಭುಜಗಳಿಂದ. ಹೀಗಾಗಿ . ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ ಅನ್ವಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಇವು ಸಮರೂಪಿಗಳಲ್ಲ.	
(vi)	$\angle F = 180^0 - \angle E - \angle D$ $= 180^0 - 80^0 - 70^0 = 30^0$ $\angle P = 180^0 - \angle Q - \angle R$ $= 180^0 - 80^0 - 30^0 = 70^0$ $\angle D = \angle P = 70^0$ $\angle E = \angle Q = 80^0$ $\angle F = \angle R = 30^0$	ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳು ΔDEF $\sim$ ΔPQR ಮೇಲಿನಂತೆ ಅಲ್ಲದೆ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಅಥವಾ ಇನ್ನ್ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮರೂಪಿಗಳು ಎಂದು ಸೂಚಿಸಬಾರದು ΔDEF $\sim$ ΔQPR OR ΔDEF $\sim$ ΔPRQ	

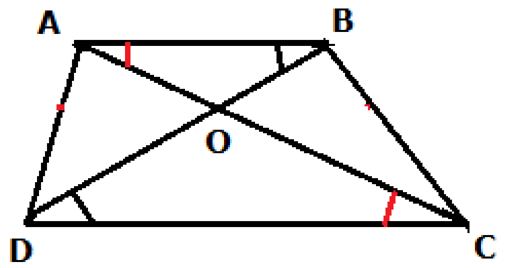
2.3.2 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\Delta OBA \sim \Delta ODC$, $\angle BOC = 125^\circ$ ಮತ್ತು $\angle CDO=70^\circ$ ಆದರೆ $\angle DOC$, $\angle DCO$ ಮತ್ತು $\angle OAB$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle OAB = \angle OCD$	$\Delta OBA \sim \Delta ODC$ (ದತ್ತ)
2	$\angle DOC = 180^0 - \angle COB$ $= 180^0 - 125^0 = 55^0$ $\angle AOB = 180^0 - \angle COB$ $= 180^0 - 125^0 = 55^0$	DOB ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 AOC ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0
3	$\angle DCO = 180^0 - \angle ODC - \angle DOC$ $= 180^0 - \angle 70^0 - 55^0 = 55^0$	DOC ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ180^0
4	$OAB = 55^0$	(1) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ



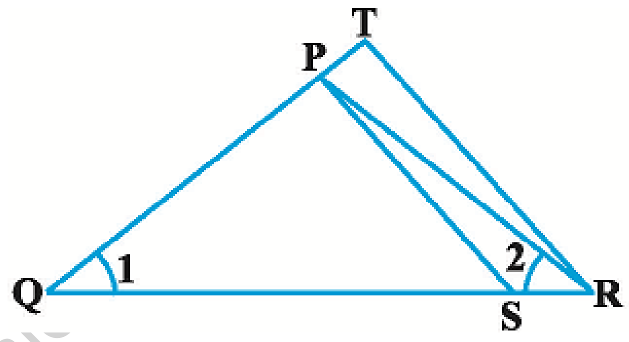
2.3.3 ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ , AB|DC. ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇಧಿಸುತ್ತವೆ. ಸಮರೂಪತೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	ΔDOC ಮತ್ತು ΔBOA ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$\angle CDO = \angle ABO$	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು. (AB||DC)
2	$\angle DCO = \angle BAO$	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು.
3	$\angle DOC = \angle BOA$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
4	$\Delta DOC \sim \Delta BOA$	ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
5	$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$	



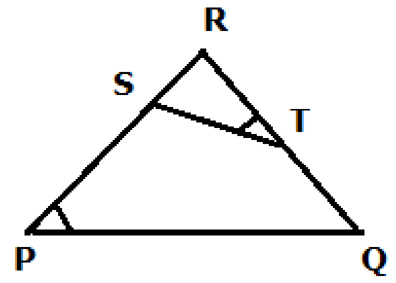
2.3.4 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ ಮತ್ತು $\angle 1 = \angle 2$ ಆದರೆ $\Delta PQS \sim \Delta TQR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	QP=PR	ΔPQR ನಲ್ಲಿ $\angle PQR = \angle PRQ$ (ದತ್ತ) $\Rightarrow \Delta PQR$ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ
2	$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$	(ದತ್ತ)
ΔPQS ಮತ್ತು ΔTQR ಗಳಲ್ಲಿ		
3	$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{QP}$	(1) ರಿಂದ
4	$\angle PQS = \angle TQR$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
5	$\Delta PQS \sim \Delta TQR$	ಎರಡು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ



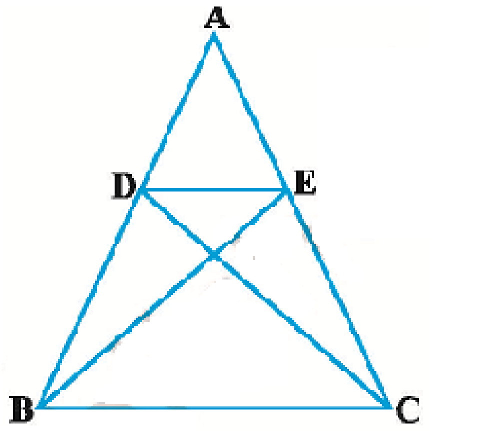
2.3.5. $\angle P = \angle RTS$ ಆಗಿರುವಂತೆ S ಮತ್ತು Tಗಳು ΔPQR ನ PR ಮತ್ತು QR ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು. ಆದರೆ $\Delta RPQ \sim \Delta RTS$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
ΔRPQ ಮತ್ತು ΔRTS ಗಳಲ್ಲಿ		
1	$\angle RTS = \angle QPS$	(ದತ್ತ)
2	$\angle PRQ = \angle TRS$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
3	$\Delta RPQ \sim \Delta RTS$	ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮವಿದ್ದರೆ ಮೂರನೇ ಕೋನವೂ ಸಮ. ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ



2.3.6 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ ಆದರೆ $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

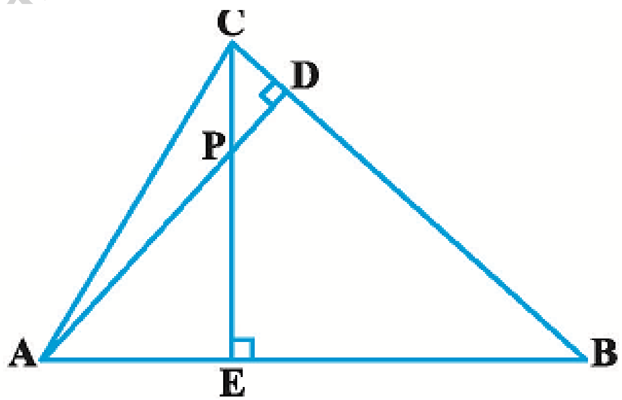
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	AD=AE & AB=AC	$\Delta ABE \cong \Delta ACD$ (ದತ್ತ) $\Rightarrow$ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
	Δ ADE ಮತ್ತು ΔABC ಗಳಲ್ಲಿ	
2	$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$	(1) ರಿಂದ (ಭಾಗಾಕಾರ)
3	$\angle BAC = \angle DAE$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
4	$\Delta ADE \sim \Delta ABC$	ಎರಡು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ



2.3.7 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABC ಯ ಎತ್ತರಗಳಾದ AD ಮತ್ತು CE ಗಳು ಪರಸ್ಪರ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಆದರೆ .

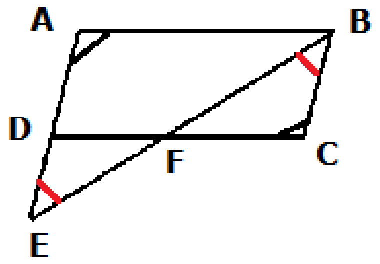
i) ΔAEP ~ ΔCDP
ii) ΔABD ~ ΔCBE
iii) ΔAEP ~ ΔADB
iv) ΔPDC ~ ΔBEC ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	ΔAEP ಮತ್ತು ΔCDP ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$\angle$AEP=$\angle$CDP=90^0	AD ಮತ್ತು CE ಗಳು ಎತ್ತರಗಳು (ದತ್ತ)
2	$\angle$APE=$\angle$CPD	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
3	ΔAEP$\sim\Delta$CDP	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
	ΔABD ಮತ್ತು ΔCBE ಗಳಲ್ಲಿ	
4	$\angle$ADB=$\angle$CEB=90^0	AD ಮತ್ತು CE ಗಳು ಎತ್ತರಗಳು (ದತ್ತ)
5	$\angle$ABD=$\angle$CBE	ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
6	ΔABD$\sim\Delta$CBE	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
	ΔAEP ಮತ್ತು ΔADB ಗಳಲ್ಲಿ	
7	$\angle$AEP=$\angle$ADB=90^0	AD ಮತ್ತು CE ಗಳು ಎತ್ತರಗಳು (ದತ್ತ)
8	$\angle$PAE=$\angle$DAB	ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
9	ΔAEP$\sim\Delta$ADB	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
	ΔPDC ಮತ್ತು ΔBEC ಗಳಲ್ಲಿ	
10	$\angle$PDC=$\angle$BEC=90^0	AD ಮತ್ತು CE ಗಳು ಎತ್ತರಗಳು (ದತ್ತ)
11	$\angle$PCD=$\angle$BCE	ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
12	ΔPDC$\sim\Delta$BEC	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ



2.3.8 ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವೃದ್ಧಿಸಿದ AD ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ E ಬಿಂದುವಿದೆ ಮತ್ತು BE ಮತ್ತು CD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ F ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ $\Delta ABE \sim \Delta CFB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	ΔABE ಮತ್ತು ΔCFB ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$\angle EAB = \angle DCB$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ
2	$\angle AEB = \angle CBF$	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು(AE||BC)
3	$\Delta ABE \sim \Delta CFB$	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ

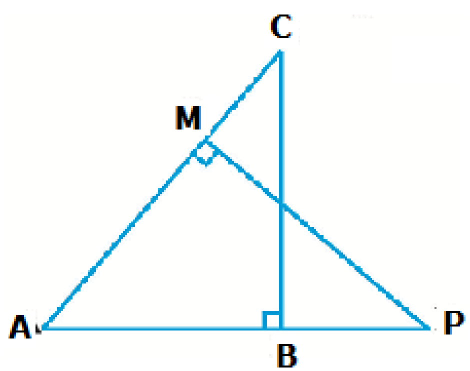


2.3.9 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔAMP ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ B ಮತ್ತು M ಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಆದರೆ :

i) $\Delta ABC \sim \Delta AMP$

ii) $\frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	ΔABC ಮತ್ತು ΔAMP ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$\angle ABC = \angle AMP = 90^{0}$	$\angle B$ ಮತ್ತು $\angle M$ ಗಳು ಲಂಬ ಕೋನಗಳು
2	$\angle CAB = \angle MAP$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
3	$\Delta ABC \sim \Delta AMP$	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
4	$\frac{CA}{BC} = \frac{PA}{MP}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
5	$\frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$	(4) ರಿಂದ. ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ



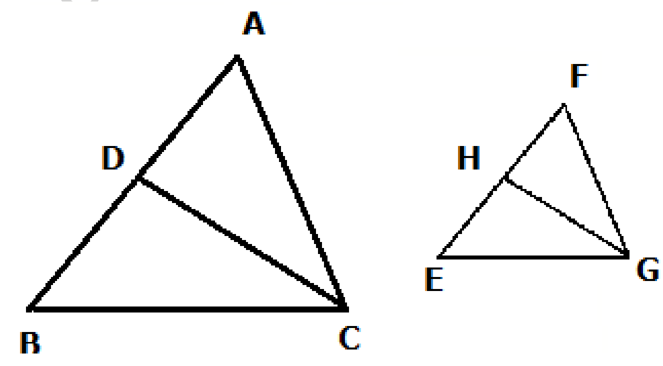
2.3.10. CD ಮತ್ತು GHಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\angle ACB$ ಮತ್ತು $\angle EGF$ ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳಾಗಿರುವಂತೆ D ಮತ್ತು H ಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔEFG ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು FE ಮೇಲೆ ಇವೆ. $\Delta ABC \sim \Delta EFG$ ಆದರೆ

i) $\frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$

ii) $\Delta DCB \sim \Delta HGE$

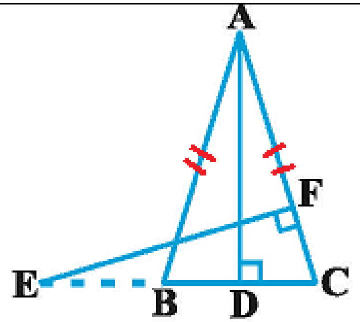
iii) $\Delta DCA \sim \Delta HGF$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle A = \angle F$, $\angle B = \angle E$ & $\angle ACB = \angle FGE$	$\Delta ABC \sim \Delta FEG$ (ದತ್ತ)
2	$\angle ACD = \angle FGH$ & $\angle DCB = \angle HGE$	(1) ಮತ್ತು DC & HG ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳು
3	$\Delta ACD \sim \Delta FGH$	(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ & ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
4	$\frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
5	$\Delta DCB \sim \Delta HGE$	(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ & ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ



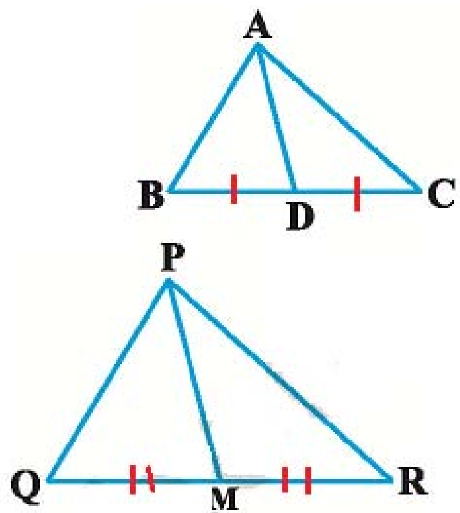
2.3.11 ಚಿತ್ರದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ AB = AC, E ಯು CB ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು $AD \perp BC$, $EF \perp AC$ ಆದರೆ $\Delta ABD \sim \Delta ECF$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ .

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	ΔABD ಮತ್ತು ΔECF ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$AB=AC \Rightarrow \angle ABD = \angle ECF$	ΔABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ (ದತ್ತ)
2	$\angle ADB = \angle EFC = 90^{0}$	$AD \perp BC$, $EF \perp AC$ (ದತ್ತ)
3	$\Delta ABD \sim \Delta ECF$	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ



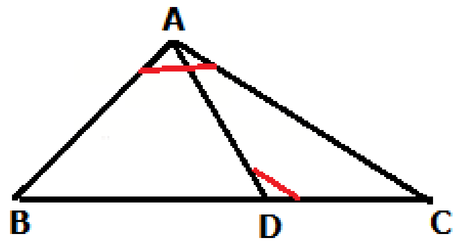
2.3.12 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು BC ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AD ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ ಬಾಹುಗಳಾದ PQ ಮತ್ತು QR ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ PM ನೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR} \quad (=\frac{AC}{PR})$	(ದತ್ತ)
2	$\frac{BC}{QR}=\frac{2BD}{2QM}=\frac{BD}{QM}$	BC=2BD & QR=2QM ($\because$ BD=DC & QM=MR (ದತ್ತ))
3	$\Delta ABD \sim \Delta PQM$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
4	$\angle ABD=\angle PQM$	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
5	$\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR}$ & $\angle ABC=\angle PQR$	(1) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ
6	$\Delta ABC \sim \Delta PQR$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ



2.3.13 ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ADC = \angle BAC$ ಆಗುವಂತೆ D ಯು BC ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ ಆದರೆ .CA^2 = CB.CD ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

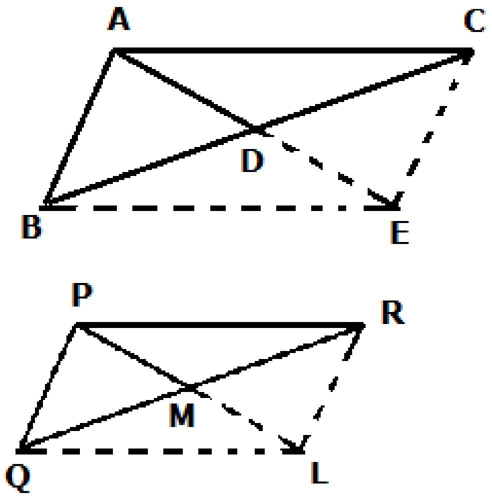
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	ΔADC ಮತ್ತು ΔBAC ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$\angle ADC=\angle BAC$	(ದತ್ತ)
2	$\angle ACD=\angle BCA$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
3	$\Delta ADC \sim \Delta BAC$	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
4	$\frac{CA}{CB}=\frac{CD}{CA}$	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
5	$CA^2=CB*CD$	



2.3.14 ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು AC ಗಳು ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AD ಯು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ ಬಾಹುಗಳಾದ PQ ಮತ್ತು PR ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ PM ನೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ΔABC ~ ΔPQR ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ .

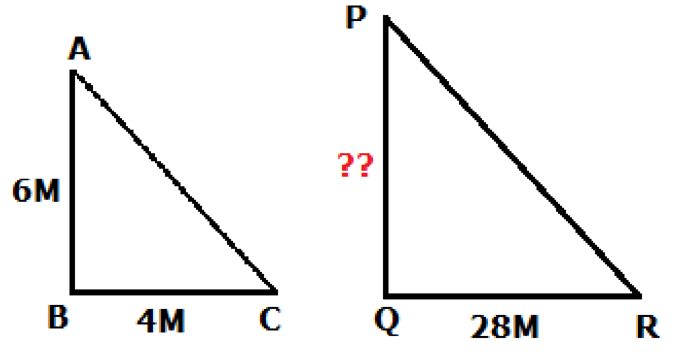
ರಚನೆ: AD=DE ಆಗುವಂತೆ AD ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. BE ಮತ್ತು CF ಜೋಡಿಸಿದೆ. PM=ML ಆಗುವಂತೆ PM ನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. QL ಮತ್ತು RL ಜೋಡಿಸಿದೆ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	BD=DC & QM=MR	ಮಧ್ಯ ರೇಖೆಯು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ(ದತ್ತ).
2	AD=DE & PM=ML	ರಚನೆ
3	ABEC & PQLR ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು	ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸಿದರೆ ಅದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
4	$\frac{AB}{PQ}=\frac{AC}{PR}=\frac{AD}{PM}$	(ದತ್ತ)
5	$\frac{AD}{PM}=\frac{2AD}{2PM}=\frac{AE}{PL}$	(2) ರಿಂದ
6	AC=BE & PR=QL	(3) ರಿಂದ
	ΔABE ಮತ್ತು ΔPQL ಗಳಲ್ಲಿ	
7	$\frac{AB}{PQ}=\frac{BE}{QL}=\frac{AE}{PL}$	(4) ರಲ್ಲಿ (6) ರ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದೆ ಮತ್ತು (5) ರಿಂದ
8	ΔABE $\sim$ ΔPQL	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
9	$\angle$BAE $=\angle$QPL	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
10	$\angle$ EAC $=\angle$ LPR	ಮೇಲಿನಂತೆ ΔAEC $\sim$ ΔPLR ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿದಾಗ
11	$\angle$BAE+$\angle$EAC $=\angle$QPL+$\angle$LPR	(9)+(10)
12	$\angle$BAC $=\angle$QPR & $\frac{AB}{PQ}=\frac{AC}{PR}$	(11) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ
13	ΔABC $\sim$ ΔPQR	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ



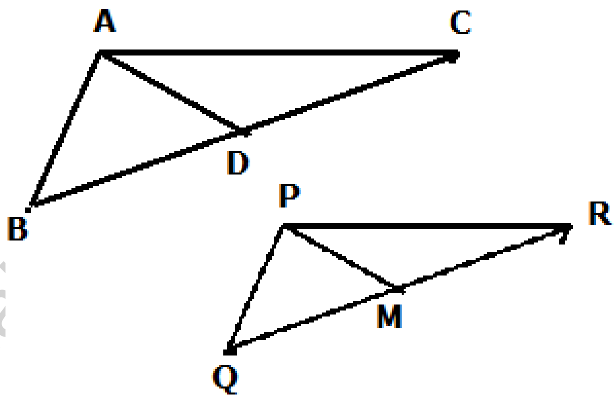
2.3.15 6m ಎತ್ತರದ ನೇರವಾದ ಕಂಬವು ನೆಲದ ಮೇಲೆ 4m ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಟ್ಟಡವು 28 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರವೇನು?

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
AB ಕಂಬ ಮತ್ತು PQ ಕಟ್ಟಡ.		
1	$\angle ABC=\angle PQR=90^{O}$	ಕಂಬ ಮತ್ತು ಕಟ್ಟಡ ನೆಲಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ ನಿಂತಿವೆ.
2	$\angle BAC=\angle QPR$	ಒಂದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಕಂಬ ಮತ್ತು ಕಟ್ಟಡ ಗಳು ನೆಲಕ್ಕೆ ಬೀಳಿಸುವ ಕಿರಣಗಳ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
3	$\Delta ABC \sim \Delta PQR$	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
4	$\frac{PQ}{AB}=\frac{QR}{BC}=\frac{28}{4}=7$	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
5	PQ=7*AB=7*6=42m	



2.3.16 AD ಮತ್ತು PM ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ನ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳಾಗಿದ್ದು $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಆದರೆ $\frac{AB}{PQ}=\frac{AD}{PM}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

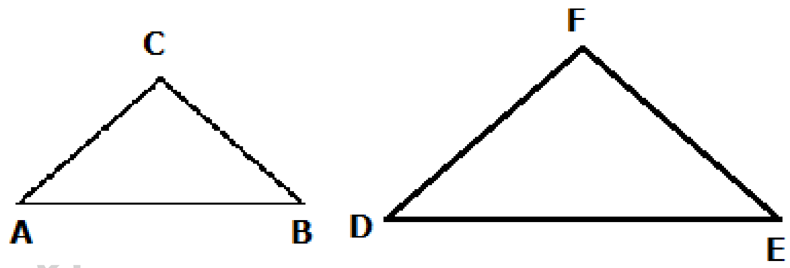
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\Delta ABC \sim \Delta PQR$	(ದತ್ತ).
2	$\frac{AB}{PQ}=\frac{AC}{PR}=\frac{BC}{QR}$	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
3	$\angle A=\angle P$, $\angle B=\angle Q$ & $\angle C=\angle R$	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
4	2BD=BC & 2QM=QR	AD ಮತ್ತು PM ಗಳು ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು (ದತ್ತ).
5	$\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR}=\frac{2BD}{2QM}=\frac{BD}{QM}$	(4) ರಿಂದ
6	$\frac{AB}{PQ}=\frac{BD}{QM}$ & $\angle B=\angle Q$	(5) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ
7	$\Delta ABD \sim \Delta PQM$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ $\therefore \frac{AB}{PQ}=\frac{AD}{PM}$



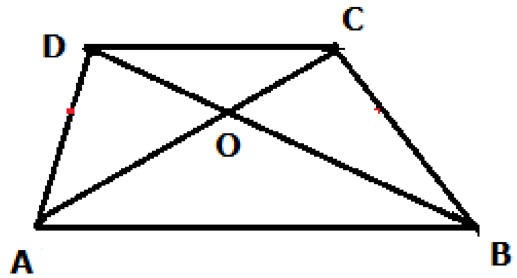
ಅಭ್ಯಾಸ 2.4

ವಿ.ಸೂ.: ಸಮಸ್ಯೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗಲೆಂದು ಇಲ್ಲಿ ಕರಡು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳು ಅಳತೆಗೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಇಲ್ಲ.

2.4.1 ΔABC ~ ΔDEF ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 64cm^2 ಮತ್ತು 121cm^2 ಗಳಾಗಿದ್ದು, EF = 15.4cm ಆದರೆ BC ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div$ ΔADE ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\left(\frac{AB}{DE}\right)^2=\left(\frac{BC}{EF}\right)^2$	ΔABC $\sim$ ΔDEF	
2	$\frac{64}{121}=\left(\frac{BC}{15.4}\right)^2 \Rightarrow$ BC^2=$\frac{64}{121}$*(15.4)^2=125.44$\Rightarrow$BC=11.2		

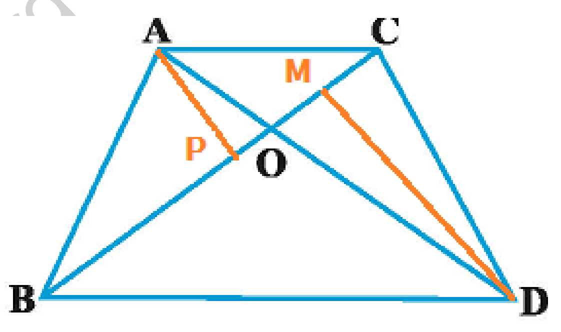
2.4.2 ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ABCD ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ 0 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. AB = 2CD ಆದರೆ ΔAOB ಮತ್ತು ΔCOD ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
	ΔAOB ಮತ್ತು ΔCOD ಗಳಲ್ಲಿ		
1	$\angle$OAB=$\angle$OCD & $\angle$OBA=$\angle$ODC	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು(AB||CD)	
2	ΔAOB $\sim$ ΔCOD	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ	
3	ΔAOB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div$ ΔCOD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\left(\frac{AB}{CD}\right)^2=\left(\frac{2CD}{CD}\right)^2$ =4	AB=2CD (ದತ್ತ)	
4	ΔAOB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : ΔCOD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=4:1		

2.4.3 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABC ಮತ್ತು DBC ಎಂಬ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲಿವೆ. ADಮತ್ತು BC ಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ Δ AOB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div$ Δ COD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{AO}{DO}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

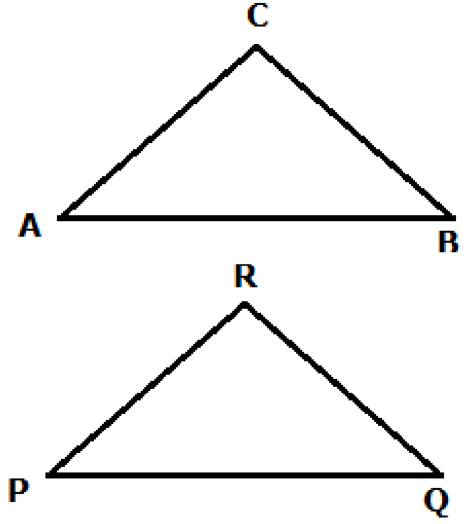
ರಚನೆ: AP $\perp$ BC ಮತ್ತು DM $\perp$ BC ಎಳೆದಿದೆ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	ΔAPO & ΔDMO ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$\angle$APO=$\angle$DMO=90^O	ರಚನೆ
2	$\angle$AOP=$\angle$DOM	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
3	ΔAPO $\sim$ ΔDMO	ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
4	$\frac{AP}{DM} = \frac{AO}{DO}$	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
5	ΔAOB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div$ ΔCOD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{1}{2}BC*AP \div \frac{1}{2}BC*DM = \frac{AP}{DM} = \frac{AO}{DO}$	ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ. (4) ರಿಂದ



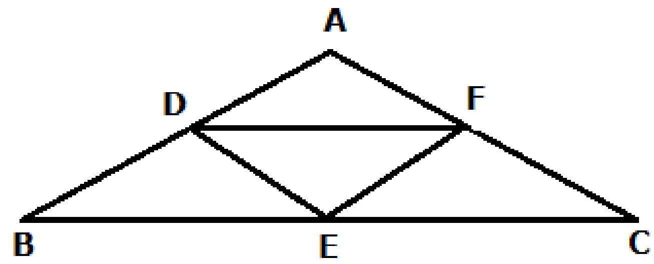
2.4.4 ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div$ ΔPQR ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\left(\frac{AB}{PQ}\right)^2=\left(\frac{BC}{QR}\right)^2=\left(\frac{AC}{PR}\right)^2=1$	ΔABC $\sim$ ΔPQR(ದತ್ತ) ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ$=\Delta$PQR ವಿಸ್ತೀರ್ಣ(ದತ್ತ)
2	$\Rightarrow$ AB=PQ, BC=QR, AC=PR	(1) ರಿಂದ
3	ΔABC $\cong$ ΔPQR	ಬಾ. ಬಾ. ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ



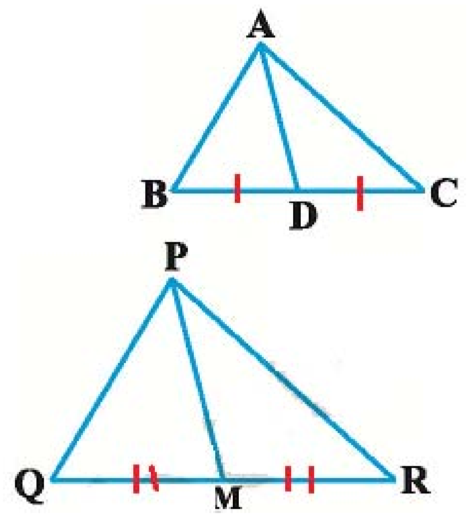
2.4.5. D, E ಮತ್ತು F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB, BC ಮತ್ತು AC ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ ΔDEF ಮತ್ತು ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	DF$=\frac{1}{2}$BC, DE$=\frac{1}{2}$AC, EF$=\frac{1}{2}$AB	ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯ.
2	$\frac{DF}{BC}=\frac{DE}{AC}=\frac{EF}{AB}=\frac{1}{2}$	
3	ΔDEF $\sim$ ΔABC	ಬಾ. ಬಾ. ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
4	ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div$ ΔDEF ವಿಸ್ತೀರ್ಣ$=$ $\left(\frac{BC}{DF}\right)^2=\left(\frac{2DF}{DF}\right)^2=2^2=4$	BC=2DF, (1) ರಿಂದ
5	ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : ΔDEF ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=4:1$	



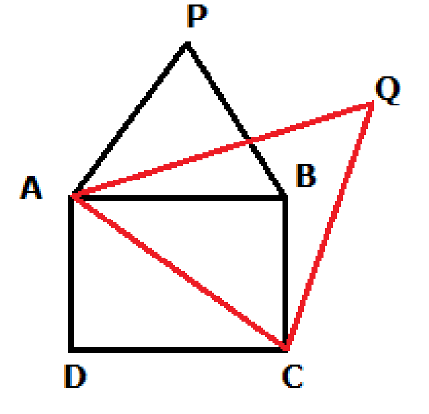
2.4.6 ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div$ ΔPQR ವಿಸ್ತೀರ್ಣ$=\left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$ & $\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR}=\frac{AC}{PR}$	$\Delta ABC \sim \Delta PQR$(ದತ್ತ)
2	$\frac{BC}{QR}=\frac{2BD}{2QM}=\frac{BD}{QM} \Rightarrow \frac{AB}{PQ}=\frac{BD}{QM}$	BC=2BD & QR=2QM(ದತ್ತ) &(1) ರಿಂದ
	ΔABD & ΔPQM ಗಳಲ್ಲಿ	
3	$\angle B = \angle Q$	$\Delta ABC \sim \Delta PQR$(ದತ್ತ)
4	$\frac{AB}{PQ}=\frac{BD}{QM}$	(2) ರಿಂದ
5	$\Delta ABD \sim \Delta PQM$	ಬಾ. ಕೋ. ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
6	$\frac{AB}{PQ}=\frac{AD}{PM}$	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
7	ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div$ ΔPQR ವಿಸ್ತೀರ್ಣ$=\left(\frac{AB}{PQ}\right)^2=\left(\frac{AD}{PM}\right)^2$	(1) ಮತ್ತು (6) ರಿಂದ



2.4.7 ವರ್ಗದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದೇ ವರ್ಗದ ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\Delta APB \sim \Delta AQC$	ಅವು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು(ದತ್ತ). ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತೀ ಕೋನವೂ 60^0 & ಕೋ.ಕೋ. ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
2	ΔAPB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div \Delta AQC$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ$=\frac{AB^2}{AC^2}$	(1) ರಿಂದ
3	$\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{AB^2}{2AB^2}=\frac{1}{2}$	$AC^2=AB^2+BC^2=2AB^2$ ($\because$ ΔABC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ & BC=AB)
4	ΔAPB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div \Delta AQC$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ$=\frac{1}{2}$	(2) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ

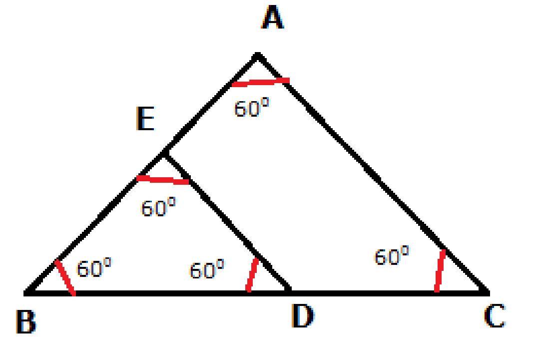


ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಗುರುತು ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

2.4.8 ΔABC ಮತ್ತು ΔBDE ಗಳು ಎರಡು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು D ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆದರೆ ΔABC ಮತ್ತು ΔBDE ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ

A)2:1 B)1:2 C)4:1 D)1:4

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\Delta ABC \sim \Delta EBD$	ಅವು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು(ದತ್ತ). ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತೀ ಕೋನವೂ 60^0 & ಕೋ.ಕೋ. ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
2	ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\div \Delta EBD$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\frac{BC^2}{BD^2}$	(1) ರಿಂದ
3	$\frac{BC^2}{BD^2}=\frac{2BD^2}{BD^2}=2^2=4$ C)4:1	2BD=BC(ದತ್ತ)



2.4.9 ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ 4 : 9 ಅದರೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಅನುಪಾತ

A) 2 : 3 B) 4 : 9 C) 81 : 16 D) 16 : 81

ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ= ಅವುಗಳ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತ.

$\therefore$ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{4}{9}$ ಆದರೆ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತ $\left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81} \Rightarrow$ 16:81

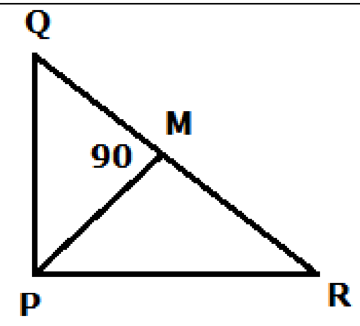
ಅಭ್ಯಾಸ 2.5

2.5.1 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಲಂಬಕೋನ . ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ, ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಅಳತೆ ಬರೆಯಿರಿ.

	ದತ್ತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
(i)	7cm,24cm,25cm	$25^2=24^2+7^2$	ಇಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ=25 & 625=576+49; ದತ್ತ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳು ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ವಿಕರ್ಣ=25cm
(ii)	3cm,8cm,6cm	$8^2=3^2+6^2$	ಇಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ=8 & 64 ≠ 9+36; ದತ್ತ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳು ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ.
(iii)	50cm,80cm,100cm	$100^2=50^2+80^2$	ಇಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ=100 & 10000 ≠ 2500+6400; ದತ್ತ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳು ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ.
(iv)	13cm,12cm, 5cm	$13^2=12^2+5^2$	ಇಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ=13 & 169=144+25; ದತ್ತ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳು ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ವಿಕರ್ಣ=13cm

2.5.2 ΔPQR ನಲ್ಲಿ $\angle$P ಯು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ .PM $\perp$QR ಆಗುವಂತೆ QR ಮೇಲೆ M ಒಂದು ಬಿಂದು ಆದರೆ PM^2 = QM.MR ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

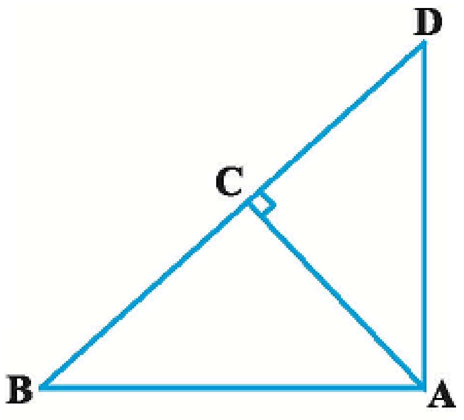
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$PM^2=PQ^2-QM^2$	ΔPMQ ನಲ್ಲಿ $PQ^2=PM^2+QM^2$
2	$PM^2=PR^2-MR^2$	ΔPMR ನಲ್ಲಿ $PR^2=PM^2+MR^2$
3	$2\ PM^2=PQ^2-QM^2+PR^2-MR^2$	(1)+(2)
4	$=(PQ^2+PR^2)-QM^2-MR^2$	
5	$=QR^2-QM^2-MR^2$	ΔPQR ನಲ್ಲಿ $QR^2=PQ^2+PR^2$
6	$=(QM+MR)^2-QM^2-MR^2$	QR=QM+MR
7	$=QM^2+MR^2+2*QM*MR-QM^2-MR^2$	
8	$=2\ QM*MR \quad \therefore\ PM^2=QM*MR$	



2.5.3 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABD ಯಲ್ಲಿ $A = 90°$ $AC \perp BD$ ಆದರೆ

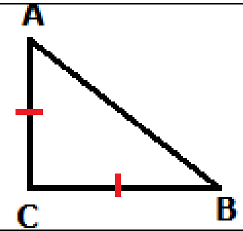
1. $AB^2 = BC.BD$
2. $AC^2 = BC.DC$
3. $AD^2 = BD.CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
ಇಲ್ಲಿ ಮೂರು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿವೆ. ಅವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮರೂಪಿಗಳು ಎಂದು ತೋರಿಸಿದರೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಬಹುದು		
	Δ ADB & Δ CAB ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$\angle DAB = \angle ACB = 90^0$	(ದತ್ತ)
2	$\angle ABD = \angle CBA$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
3	$\Delta\ ADB \sim \Delta\ CAB$	ಕೋ.ಕೋ. ನಿಯಮ
4	$\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow AB^2 = BC.BD$	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
	Δ ADB & Δ CDA ಗಳಲ್ಲಿ	
6	$\angle DAB = \angle ACD = 90^0$	(ದತ್ತ)
7	$\angle ADB = \angle CDA$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
8	$\Delta\ ADB \sim \Delta\ CDA$	ಕೋ.ಕೋ. ನಿಯಮ
9	$\frac{AD}{CD} = \frac{BD}{DA} \Rightarrow AD^2 = BD.CD$	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
11	$\Delta\ CAB \sim \Delta\ CDA$	(3) ಮತ್ತು (8) ರಿಂದ & ಸಮರೂಪಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮರೂಪಿಗಳು
12	$\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CA} \Rightarrow CA^2 = CB.CD$	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.



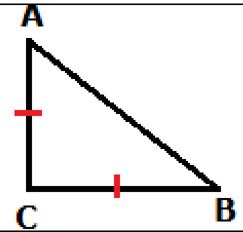
2.5.4 ABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $\angle C$ ಯು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ $AB^2 = 2AC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ .

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	AC=BC	ABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ(ದತ್ತ)
2	$AB^2=AC^2+BC^2$	ABC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ(ದತ್ತ)
3	$= AC^2+AC^2= 2AC^2$	(1) ರಿಂದ



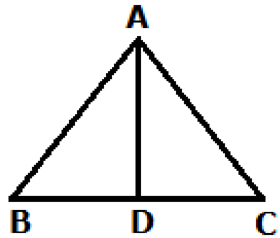
2.5.5 ΔABC ಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದ್ದು AC = BC, $AB^2 = 2AC^2$ ಆದರೆ ΔABC ಯು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB^2=2AC^2$	(ದತ್ತ)
2	$= AC^2+BC^2$	AC=BC(ದತ್ತ)
3	$\angle C = 90^0$	ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ



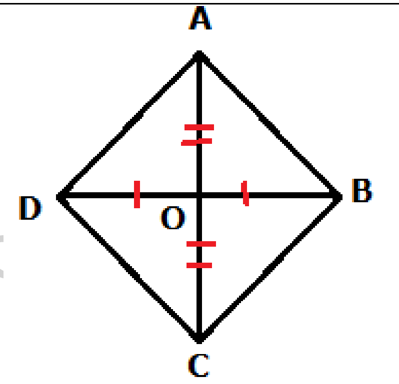
2.5.6 ΔABC ಯು ಬಾಹು 2a ಇರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	BD=DC=a	ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವು ಪಾದವನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.
2	$AD^2=AB^2-BD^2$	ADB ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ $\therefore$ $AB^2=AD^2+BD^2$
3	$= (2a)^2-a^2=3a^2$	AB=BC=2a(ದತ್ತ) & (1) ರಿಂದ
4	$\therefore$ AD= $(\sqrt{3})a$	



2.5.7 ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ .

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB=BC=CD=DA$	ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಭುಜಗಳು ಸಮ
2	$AO=OC$ & $DO=OB$	ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ
3	$AB^2=AO^2+OB^2$	ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಲಂಬವಾಗಿ ಕಡಿಯುತ್ತವೆ. AOB ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ
4	$=\left(\frac{AC}{2}\right)^2+\left(\frac{BD}{2}\right)^2=\frac{AC^2}{4}+\frac{BD^2}{4}$	(2) ರಿಂದ
5	$\therefore\ 4AB^2=AC^2+BD^2$	
6	$AB^2+BC^2+CD^2+DA^2=AC^2+BD^2$	(1) ರಿಂದ

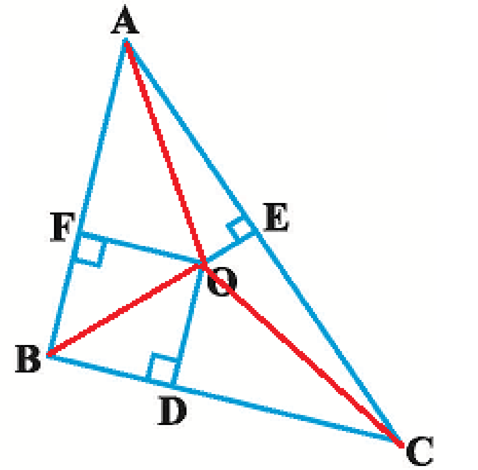


2.5.8 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ವು ΔABC ಯ ಒಳಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ. $OD \perp BC$, $OE \perp AC$, $OF \perp AB$ ಆದರೆ

(i) $OA^2+ OB^2+ OC^2 - OD^2- OE^2 - OF^2 = AF^2+ BD^2+CE^2$

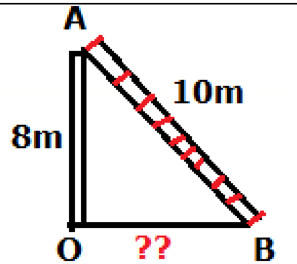
(ii) $AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$OA^2=AF^2+OF^2$	ΔAOF ನಲ್ಲಿ
2	$OB^2=BD^2+OD^2$	ΔBOD ನಲ್ಲಿ
3	$OC^2=EC^2+OE^2$	ΔCOE ನಲ್ಲಿ
4	$OA^2+OB^2+OC^2 = AF^2+OF^2+ BD^2+OD^2+EC^2+OE^2$	(1)+(2)+(3)
5	$OA^2+OB^2+OC^2 - OD^2- OE^2 -OF^2 = AF^2+ BD^2+EC^2$	(4) ರ ಪದಗಳ ಮರುಜೋಡಣೆ
6	$AF^2+BD^2+EC^2 = OA^2+OB^2+OC^2 - OD^2 -OE^2 -OF^2$	(5) ರ ಬಲಭಾಗ=ಎಡಭಾಗ
7	$= (OA^2- OE^2)+(OB^2- OF^2)+ (OC^2- OD^2)$	(6) ರ ಪದಗಳ ಮರುಜೋಡಣೆ
8	$= AE^2+BF^2+CD^2$	ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔAOE ನಲ್ಲಿ , ΔBOF ನಲ್ಲಿ , ΔCOD ನಲ್ಲಿ



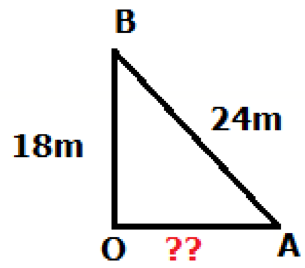
2.5.9 10m ಎತ್ತರವಿರುವ ಏಣಿಯು ನೆಲದಿಂದ 8m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ?

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$10^2=8^2+OB^2$	ಏಣಿಯು ಗೋಡೆಯೊಂದಿಗೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ.
2	$100= 64+ OB^2$	
3	$OB^2=100-64=36=6^2$ $\therefore OB=6m$ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ 6m ದೂರದಲ್ಲಿದೆ	



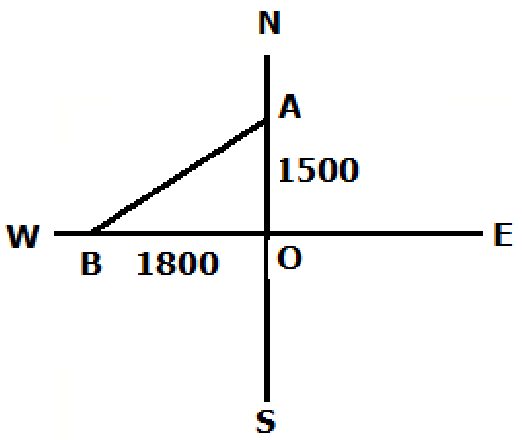
2.5.10 24m ಉದ್ದದ ತಂತಿಯನ್ನು 18m ಎತ್ತರದ ಒಂದು ನೇರವಾದ ಕಂಬದ ತುದಿಗೆ ಕಟ್ಟಿ ಅದರ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯನ್ನು ನೆಲದ ಮೇಲಿರುವ ಗೂಟಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕಟ್ಟಬೇಕಾದರೆ ಕಂಬದ ಬುಡದಿಂದ ಗೂಟವನ್ನು ಎಷ್ಟು ದೂರದವರೆಗೆ ತಂತಿಯು ಬಿಗಿಯಾಗಿ ಇರುವಂತೆ . ಕೊಂಡೊಯ್ಯಬೇಕು?

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$24^2=18^2+OA^2$	ಬಿಗಿಯಾಗಿ ಎಳೆದ ತಂತಿಯು ನೇರವಾದ ಕಂಬದೊಂದಿಗೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ.
2	$576= 324+ OA^2$	
3	$OA^2=576-324=252= 36*7$	
4	$\therefore OA=6\sqrt{7}$ m	



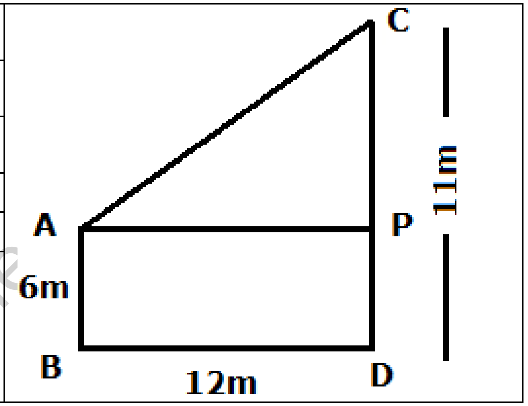
2.5.11 ವಿಮಾನವೊಂದು ಒಂದು ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಹೊರಟು ಗಂಟೆಗೆ 1000km ಜವದಿಂದ ಉತ್ತರದ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ವಿಮಾನವು ಅದೇ ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಹೊರಟು ಗಂಟೆಗೆ 1200km ಜವದಿಂದ ಪಶ್ಚಿಮದ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ .13 ಗಂಟೆಗಳ ನಂತರ ವಿಮಾನಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟು?

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	OA=1500km	1000km ಜವದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರದ ಕಡೆ ಚಲಿಸಿದ ವಿಮಾನವು 1.5 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ=1000*1.5=1500km
2	OB=1800km	1200km ಜವದಲ್ಲಿ ಪಶ್ಚಿಮದ ಕಡೆ ಚಲಿಸಿದ ವಿಮಾನವು 1.5 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ=1200*1.5=1800km
3	$AB^2=OA^2+OB^2$	
4	$=1500^2+1800^2$ $=225000+3240000$ $=5490000$	
5	$AB^2=5490000=90000*61$	
6	$AB=300\sqrt{61}$ km	



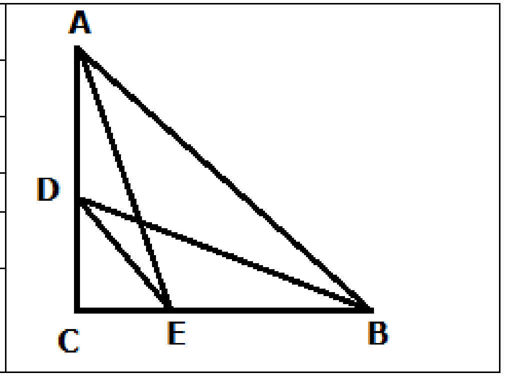
2.5.12 6m ಮತ್ತು 11m ಉದ್ದದ ಎರಡು ಕಂಬಗಳು ಸಮತಟ್ಟಾದ ನೆಲದ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿವೆ .ಆ ಕಂಬಗಳ ಪಾದಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 12m ಆದರೆ ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವೇನು?

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	CP=DC-DP=DC-BA=11-6=5	BA ಮತ್ತು DC ಗಳು ಎರಡು ಕಂಬಗಳು
2	AP=BD=12	(ದತ್ತ)
3	$AC^2=AP^2+PC^2=12^2+5^2$	
4	$=144+25=169=13^2$	
5	AC=13m	



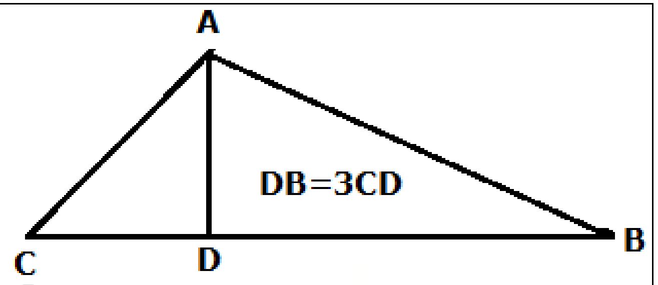
2.5.13 ΔABCಯಲ್ಲಿ $\angle C = 90^\circ$ D ಮತ್ತು E ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ CA ಮತ್ತು CB ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಆದರೆ $AE^2+BD^2 = AB^2+DE^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ .

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AE^2=AC^2+CE^2$	ΔACE ನಲ್ಲಿ
2	$BD^2=BC^2+CD^2$	ΔBCD ಯಲ್ಲಿ
3	$AE^2+BD^2=AC^2+CE^2+BC^2+CD^2$	(1)+(2)
4	$=(AC^2+BC^2)+(CE^2+CD^2)$	(3) ರ ಪದಗಳ ಮರುಜೋಡಣೆ
5	$=AB^2+DE^2$	ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔACB ನಲ್ಲಿ , ΔDCE ನಲ್ಲಿ



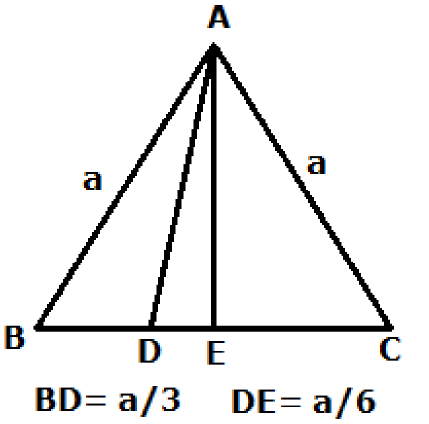
2.5.14 DB = 3 CD ಆಗುವಂತೆ △ABCಯಲ್ಲಿ A ನಿಂದ BC ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು BC ಯನ್ನು D ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ)$2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ .

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$2AC^2+BC^2=2(AD^2+CD^2)+BC^2$	△ACD ನಲ್ಲಿ $AC^2=AD^2+CD^2$
2	$BC^2=(BD+CD)^2=BD^2+CD^2+2BD*CD$	BC=BD+CD; & $(a+b)^2$ ಸೂತ್ರ
3	$=BD^2+CD^2+2*3CD*CD$ $=BD^2+CD^2+6CD^2$ $=BD^2+7CD^2$	BD=3CD(ದತ್ತ) ನ ಆದೇಶ (2) ರಲ್ಲಿ
4	$2AC^2+BC^2=2AD^2+2CD^2+BD^2+7CD^2$	ತಿರುಗಿ (1)= & (2) ರ ಆದೇಶ
5	$=2AD^2+BD^2+9CD^2=2AD^2+BD^2+(3CD)^2$	
6	$=2AD^2+BD^2+(BD)^2=2(AD^2+BD^2)$	BD=3CD(ದತ್ತ) ನ ಆದೇಶ (6) ರಲ್ಲಿ
7	$=2AB^2$	△ABD ನಲ್ಲಿ $AB^2=AD^2+BD^2$



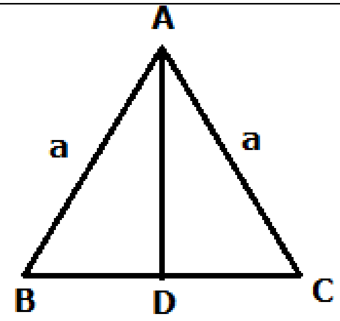
2.5.15 BD = $\frac{1}{3}$BC ಆಗುವಂತೆ ಸಮಬಾಹು Δ ABC ಯಲ್ಲಿ D ಯು BC ಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ . $9AD^2 = 7AB^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	BE=EC	ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಲಂಬ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.
2	$DE=BE-BD=\frac{a}{2}-\frac{a}{3}=\frac{(3a-2a)}{6}=\frac{a}{6}$	$BE=\frac{a}{2}$, $BD = \frac{1}{3}BC$(ದತ್ತ) $\therefore$ $BD=\frac{a}{3}$
4	$\therefore$ $3DE= 3*\frac{a}{6}=\frac{a}{2}=BE$	(2) ರಿಂದ
5	$AE^2=AC^2-EC^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=a^2-\frac{a^2}{4}=3\frac{a^2}{4}$ $=3\left(\frac{a}{2}\right)^2=3BE^2$	ΔAEC ನಲ್ಲಿ $AC^2=AE^2+EC^2$
6	$9AD^2=9(AE^2+DE^2)=7AE^2+2AE^2+9DE^2$	ΔAED ನಲ್ಲಿ $AD^2=AE^2+DE^2$
7	$= 7AE^2+2*3BE^2+(3DE)^2$	(5) ರಿಂದ $AE^2=3BE^2$ ನ ಆದೇಶ (6) ರಲ್ಲಿ
8	$=7AE^2+6BE^2+BE^2= 7AE^2+7BE^2$	(4) ರಿಂದ 3DE= BE ನ ಆದೇಶ (7) ರಲ್ಲಿ
9	$= 7(AE^2+BE^2)=7AB^2$	ΔAEB ನಲ್ಲಿ



2.5.16 ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ವರ್ಗದ ಮೂರರಷ್ಟು ಅದರ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಎತ್ತರದ ನಾಲ್ಕರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$BD=DC=\frac{a}{2}$	ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಲಂಬ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.
2	$AD^2=AB^2-BD^2$	ΔADB ನಲ್ಲಿ $AB^2=AD^2+BD^2$
3	$=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=a^2-\frac{a^2}{4}=3\frac{a^2}{4}$	
4	$4AD^2=3a^2$	
5	ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಎತ್ತರದ ವರ್ಗದ ನಾಲ್ಕರಷ್ಟು ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ವರ್ಗದ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮ.	

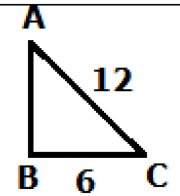


2.5.17 ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ಗುರ್ತಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

Δ ABC ಯಲ್ಲಿ $AB = 6\sqrt{3}$ cm, AC = 12cm ಮತ್ತು BC = 6cm ಆದರೆ $\angle B$ ಯು

A) 120° B) 60° C) 90° D) 45°

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$12^2=(6\sqrt{3})^2+6^2=108+36$	$12^2=144$, $6^2=36$, $(6\sqrt{3})^2=36*3=108$
2	ΔABC ನಲ್ಲಿ $AC^2=AB^2+BC^2$	
3	$\Rightarrow$ ಕರ್ಣದ ಎದುರಿಗಿನ ಕೋನ ಲಂಬಕೋನ C) 90°	ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ.

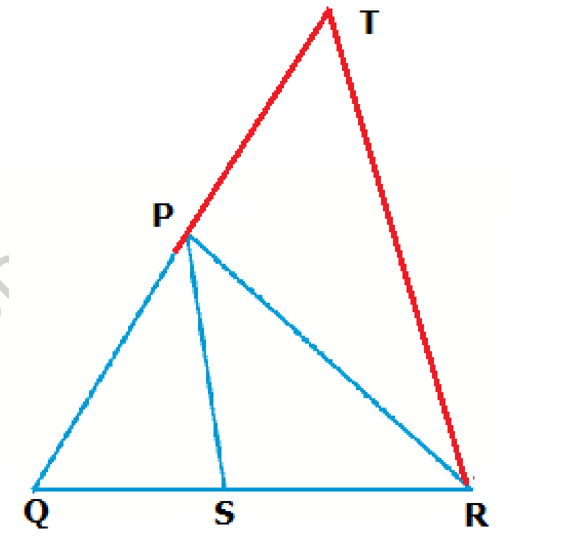


ಅಭ್ಯಾಸ 2.6

2.6.1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ Δ PQR ನಲ್ಲಿ PS ಇದು $\angle$QPR ನ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಯಾಗಿದೆ. $\frac{QS}{SR}=\frac{QP}{PR}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ರಚನೆ: RT|| SP ಎಳೆದಾಗ ಅದು QP ಯನ್ನು T ಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಲಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle QPS=\angle SPR$	(ದತ್ತ) $\angle$QPR ನ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ PS.
2	$\angle SPR=\angle PRT$	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು - ರಚನೆ RT|| SP
3	$\angle QPS=\angle QTR$	ರಚನೆ RT|| SP
4	$\angle PRT=\angle QTR$	(1)=(2) & (1)=(3)
5	PR=PT	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
6	$\frac{QS}{SR}=\frac{QP}{PT}$	ರಚನೆ RT|| SP & ΔQTR ನಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
7	$\frac{QS}{SR}=\frac{QP}{PR}$	(5) ರಿಂದ

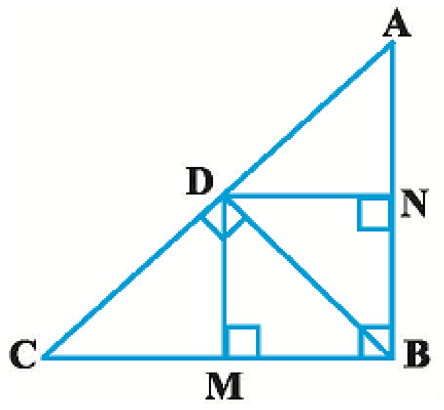


2.6.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ΔABC ಯ AC ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ D ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ $BD \perp AC, DM \perp BC$ ಮತ್ತು $DN \perp AB$ ಆದರೆ

i) $DM^2 = DN.MC$

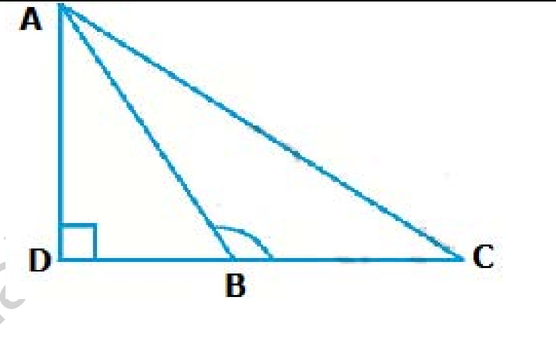
ii) $DN^2 = DM.AN$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	DMBN ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಹಾಗೂ ಕನಿಷ್ಠವಾಗಿ ಆಯತ	$DM \perp BC$, $DN \perp AB$ & AC ವಿಕರ್ಣ $\Rightarrow$ $\angle B = 90^0$ (ದತ್ತ)
2	$\angle BDM = \angle BDN = \angle DBM = \angle DBN = 45^0$	(1) ರಿಂದ. BD ಕರ್ಣವು $\angle MBN$ ನ್ನು , ಮತ್ತು $\angle MDN$ ಗಳನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ
3	$\angle CDM = \angle CDB - \angle BDM = 90^0 - 45^0 = 45^0$	$BD \perp AC$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ
4	$45^0 = \angle CDM = \angle DAN$	DM||BA & CA ಛೇದಕ ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ
	Δ DNA & Δ BND ಗಳಲ್ಲಿ	
5	$\angle DNA = \angle BND = 90^0$	$DN \perp AB$(ದತ್ತ)
6	$\angle DBN = 45^0 = \angle DAN$	(2) ಮತ್ತು (5) ರಿಂದ
7	$\Delta DNA \sim \Delta BND$	ಕೋ.ಕೋ. ಸಿದ್ಧಾಂತ
7	$\frac{AN}{DN} = \frac{ND}{BN}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
8	$\Rightarrow DN^2 = BN*AN = DM*AN$	BN=DM (1) ರಿಂದ
	Δ CMD & Δ DMB ಗಳಲ್ಲಿ	
9	$\angle CMD = \angle DMB = 90^0$	$DM \perp BC$(ದತ್ತ)
10	$\angle CDM = \angle BDM = 45^0$	(3) ರಿಂದ
11	$\Delta CMD \sim \Delta DMB$	ಕೋ.ಕೋ. ಸಿದ್ಧಾಂತ
12	$\frac{DM}{BM} = \frac{MC}{DM}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.
13	$\Rightarrow DM^2 = BM*CM = DN*MC$	BM=DN (1) ರಿಂದ



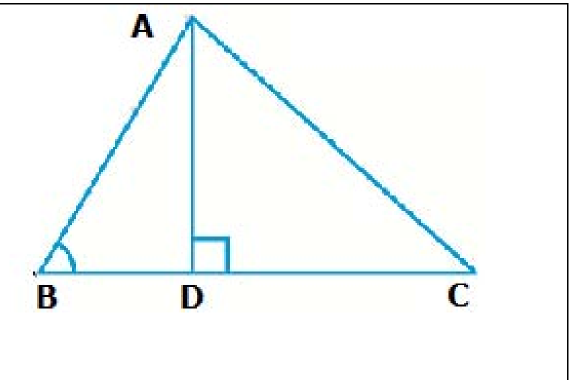
2.6.3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC > 90°$ ಮತ್ತು $AD \perp CB$ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ಭಾಗಕ್ಕೆ
$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2\ BC.BD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB^2=AD^2+DB^2$	ΔADB ನಲ್ಲಿ
2	$AC^2=AD^2+DC^2$	ΔADC ಯಲ್ಲಿ
3	$= AD^2+(DB+BC)^2$ $= AD^2+DB^2+BC^2+2DB*BC$	$DC=DB+BC$
4	$= AB^2 \quad +BC^2+2DB*BC$	(1) ರಿಂದ



2.6.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC < 90°$ ಮತ್ತು $AD \perp BC$ ಆದರೆ $AC^2=AB^2 +BC^2-2BC.BD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB^2=AD^2+BD^2$	ΔADB ನಲ್ಲಿ
2	$AC^2=AD^2+DC^2$	ΔADC ಯಲ್ಲಿ
3	$= AD^2+(BC-BD)^2=$ $AD^2+BC^2+BD^2-2BC*BD$	$DC=BC-BD$
4	$= AD^2 +BC^2+ BD^2-2BC*BD$ $= AD^2 +BC^2+ BD^2-2BC*BD$	
5	$= AB^2 +BC^2 \quad -2BC*BD$	(1) ರಿಂದ



2.6.5. . ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AD ಯು ΔABC ಯ ಮಧ್ಯರೇಖೆಯಾಗಿದೆ .AM $\perp$ BC ಆದರೆ

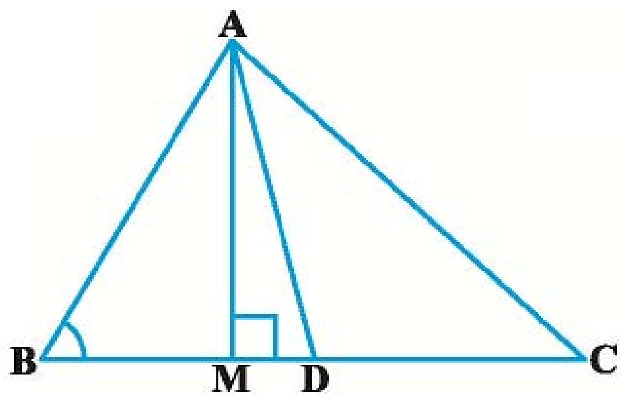
i) $AC^2 = AD^2 + BC.DM + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

ii) $AB^2 = AD^2 - BC.DM + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

iii) $AC^2 + AB^2 = 2AD^2 + \frac{1}{2}BC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

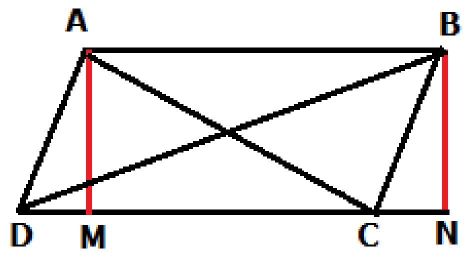
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AM^2 = AD^2 - MD^2$	Δ AMD ನಲ್ಲಿ
2	$AC^2 = AM^2 + MC^2 = AM^2 + (MD+DC)^2$	Δ AMC ನಲ್ಲಿ
3	$= AM^2 + MD^2 + DC^2 + 2MD*DC$	MC=MD+DC
4	$= AD^2 + DC^2 + 2DC*DM$	(1) ರಿಂದ
5	$= AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + BC*DM$	$DC = \frac{1}{2}BC$; 2DC=BC
6	$AB^2 = AM^2 + MB^2$	Δ ABM ನಲ್ಲಿ
7	$= AD^2 - MD^2 + (BD-MD)^2$ $= AD^2 - MD^2 + BD^2 + MD^2 - 2BD*DM$ $= AD^2 + BD^2 - 2BD*DM$	(1) ರಿಂದ & MB=BD-MD
9	$= AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - BC*DM$	$BD = \frac{1}{2}BC$; 2BD=BC
10	$AB^2 + AC^2 = AM^2 + MB^2 + AM^2 + MC^2$	(6)+(2)
11	$= 2AM^2 + (BD-MD)^2 + (MD+DC)^2$	MB=BD-MD, MC=MD+DC
12	$= 2AM^2 + BD^2 + MD^2 - 2BD*MD + MD^2 + DC^2 + 2MD*DC$	
13	$= 2AM^2 + BD^2 + MD^2 - BC*MD + MD^2 + DC^2 + BC*MD$	2DC=BC & 2BD=BC

$$=2AM^2+2MD^2+DC^2+BD^2=2(AM^2+MD^2)+\left(\frac{BC}{2}\right)^2+\left(\frac{BC}{2}\right)^2=2AD^2+2\left(\frac{BC}{2}\right)^2=2AD^2+2*\frac{BC^2}{4}=2AD^2+\frac{1}{2}BC^2$$



2.6.6. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AD=BC$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
2	$AM=BN$ & $\angle BNC=\angle AMD=90^0$	ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಅವು ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತವೆ.
3	$\Delta AMD \cong \Delta BNC$	ಲಂ .ಬಾ.ವಿ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ.
4	$MD=NC$	ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
5	$AC^2=AM^2+MC^2=AM^2+(DC-DM)^2$	ΔAMC ನಲ್ಲಿ & $MC=DC-DM$
6	$=AM^2+DC^2+DM^2-2DC*DM$ $=AM^2+DC^2+DM^2-2DC*NC$	(4) ರಿಂದ $DM=NC$
7	$BD^2=BN^2+ND^2=BN^2+(DC+CN)^2$	ΔBDN ನಲ್ಲಿ & $MC=DC+CN$
8	$=BN^2+DC^2+CN^2+2DC*CN$ $=BN^2+AB^2+CN^2+2DC*CN$	$DC=AB$
9	$AC^2+BD^2=$ $AM^2+DC^2+DM^2+BN^2+AB^2+CN^2$	(5)+(7) & $DC=AB$ & $-2DC*NC +2DC*CN=0$
10	$=AD^2+DC^2+BC^2+AB^2$	$AM^2+DM^2=AD^2$ & $BN^2+CN^2=BC^2$

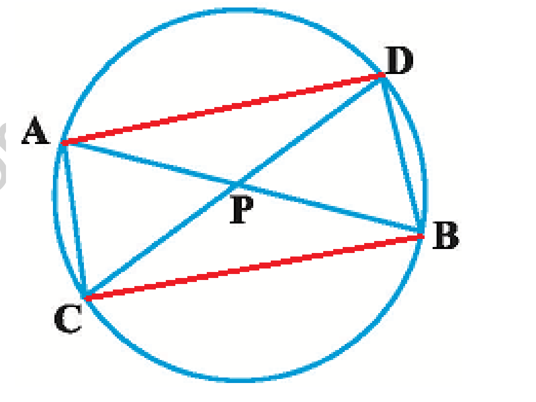


2.6.7. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಜ್ಯಾ ಗಳು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಆದರೆ .

i) $\Delta APC \sim \Delta DPB$

ii) AP.PB = CP.DP ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	**ನಿರೂಪಣೆ**	**ಕಾರಣಗಳು**
	ΔAPC ಮತ್ತು ΔDPB ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$\angle APC = \angle DPB$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
2	$\angle CAP = \angle BDP$	ಒಂದೇ ವೃತ್ತಖಂಡದ (BC) ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳು
3	$\Delta APC \sim \Delta DPB$	ಕೋ.ಕೋ. ಸಮರೂಪಿ ಸಿದ್ಧಾಂತ
4	$\frac{AP}{DP} = \frac{CP}{PB}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ
5	$\Rightarrow$ AP.PB=CP.DP	

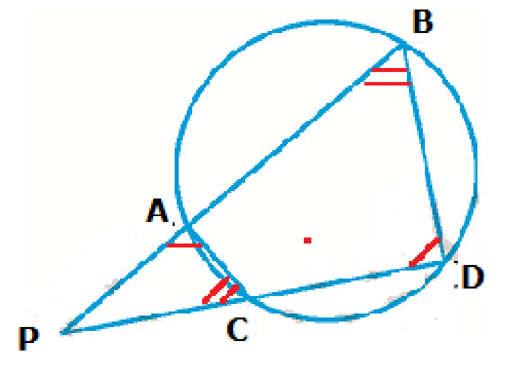


2.6.8. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವೃತ್ತದ AB ಮತ್ತು CD ಜ್ಯಾಗಳು ವೃತ್ತದ ಹೊರಭಾಗದ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಆದರೆ (ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ)

i) $\Delta PAC \sim \Delta PDB$

ii) PA.PB = PC.PD ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

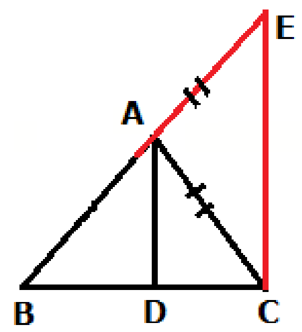
ಹಂತ.	**ನಿರೂಪಣೆ**	**ಕಾರಣಗಳು**
	Δ PAC ಮತ್ತು Δ PDB ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$\angle PAC = \angle PDB$ & $\angle PCA = \angle PBD$	ABCD ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಹೊರಗಿನ ಕೋನವು ಅಂತಸ್ಥ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮ
2	$\Delta PAC \sim \Delta PDB$	ಕೋ.ಕೋ. ಸಮರೂಪಿ ಸಿದ್ಧಾಂತ
3	$\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ
4	$\Rightarrow$ PA.PB=PC.PD	



2.6.9. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\frac{BD}{CD}=\frac{AB}{AC}$ ಆಗುವಂತೆ ΔABC ಯ BC ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು D ಆದರೆ AD ಯು $\angle$BAC ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ರಚನೆ: AC=AE ಆಗುವಂತೆ BA ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. EC ಜೋಡಿಸಿದೆ.

ಹಂತ.	**ನಿರೂಪಣೆ**	**ಕಾರಣಗಳು**
1	$\frac{BD}{CD}=\frac{AB}{AC}$	(ದತ್ತ)
2	$=\frac{AB}{AE}$	AC=AE (ರಚನೆ)
3	AD||CE	ΔBCE ನಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ.
4	$\angle$CAD = $\angle$ACE	(3) ರಿಂದ - ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು
5	$\angle$ACE = $\angle$AEC	AC=AE (ರಚನೆ) & ಸಮಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮ
6	$\angle$AEC= $\angle$BAD	(3) ರಿಂದ - ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು
7	$\angle$CAD = $\angle$BAD	(4),(5),(6) ಗಳಿಂದ



2.6.10 ನಜೀಮ ಒಂದು ಚಿಕ್ಕನದಿಯಲ್ಲಿ ಗಾಳ ಹಾಕಿ ಮೀನ ಹಿಡಿಯುತ್ತಿರುತ್ತಾಳೆ. ಗಾಳದ ಸಲಾಕೆಯ ತುದಿಯು ನೀರಿನ ಮಟ್ಟದಿಂದ 1.8m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು ದಾರದ ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಗಾಳವು ಅವಳಿಂದ ನೀರಿನ ಮೇಲ್ಮೈ ಮೇಲೆ 3.6m ದೂರದಲ್ಲಿದೆ ಹಾಗೂ ಗಾಳದ ಸಲಾಕೆಯ ತುದಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ನೀರಿನ ಮೇಲ್ಮೈಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2.4 ದೂರದಲ್ಲಿದೆ. ಗಾಳದ ದಾರವು (ಸಲಾಕೆಯ ತುದಿಯಿಂದ ಗಾಳದವರೆಗೆ) ಬಿಗಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದಾಗ ಅವಳು ಎಷ್ಟು ಉದ್ದದ ದಾರ ಹೊರ ಹಾಕಬೇಕು? ಅವಳು ದಾರವನ್ನು ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 5cm ವೇಗದಲ್ಲಿ ಎಳೆದರೆ 12 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಅವಳಿಂದ ಗಾಳಕ್ಕೆ ಇರುವ ಕ್ಷಿತಿಜೀಯ ದೂರವೇನು?

ರಚನೆ: ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜವಾಗುವಂತೆ ಕರಡು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ D ಬಿಂದುವು 12 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಗಾಳದ ಬುಡ ಆಗಿದೆ. DE ಯು ಇಲ್ಲಿಂದ ನೀರಿನ ಮೇಲ್ಮೈಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಆಗಿದೆ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AC^2=AB^2+BC^2$	ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ
2	$AC^2=1.8^2+2.4^2=3.24+5.76=9$ $\therefore AC=3m$	CB=2.4m & AB= 1.8m(ದತ್ತ),
3	CD=5*12cm = 0.6m	ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 5cm ವೇಗದಲ್ಲಿ ಗಾಳವನ್ನು ಎಳೆದರೆ 12 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಗಾಳದ ಬುಡ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಏರುವ ದೂರ
4	AD=AC-CD=3-0.6=2.4m	
5	DE||CB	ರಚನೆ
6	$\therefore \frac{AE}{AB}=\frac{AD}{AC}$	ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ
7	$AE=AB*\frac{AD}{AC}=1.8*\frac{2.4}{3}=1.44$	
8	DF= DE+EF= 1.44+1.2=2.64m	12 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಅವಳಿಂದ ಗಾಳಕ್ಕೆ ಇರುವ ಕ್ಷಿತಿಜೀಯ ದೂರ 2.64m