

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

4.1.1. ವೃತ್ತವು ಹೊಂದಿರಬಹುದಾದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು? ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಬಿಂದುಗಳಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ **ಅಸಂಖ್ಯಾತ**

4.1.2. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ:

i) ವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕವೊಂದು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ **ಒಂದು** (\because ಸ್ಪರ್ಶಕವು ವೃತ್ತವನ್ನು ಕಡಿಯದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು.)

ii) ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯೇ **ಛೇದಕ**

iii) ಒಂದು ವೃತ್ತವು ಹೊಂದಿರಬಹುದಾದ ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **ಎರಡು**

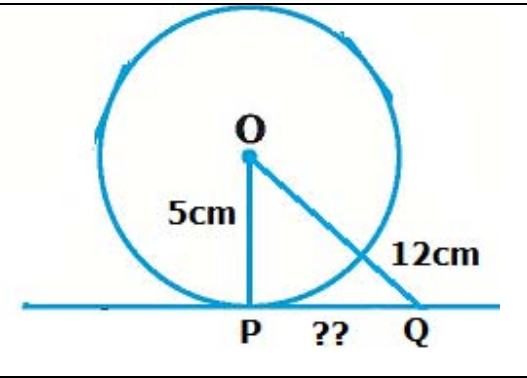
(\because ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಹಾಗೂ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿನ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತವನ್ನು ಕಡಿಯದಂತೆ ಎಳೆಯಬಹುದು.)

iv) ಒಂದು ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ವೃತ್ತ ಹೊಂದಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವೇ **ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು**

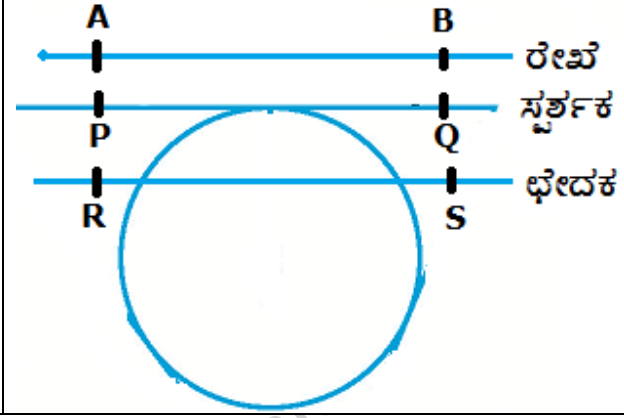
4.1.3. 5cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕ PQ. ಇದು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ O ದಿಂದ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯನ್ನು Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. OQ = 12cm ಆದರೆ PQ ಉದ್ದವು

(a) 12cm (b) 13cm (c) 8.5cm (d) $\sqrt{119}$ cm

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle OPQ = 90^\circ$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$	
3	$12^2 = 5^2 + PQ^2$	
4	$144 = 25 + PQ^2$	
5	$PQ^2 = 144 - 25 = 119$	
6	$PQ = \sqrt{119}$	



4.1.4 ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ರೇಖೆಯು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ರೇಖೆಯು ಛೇದಕವಾಗಿರುವಂತೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



A Project of www.eShah.com

ಅಭ್ಯಾಸ 4.2

4.2.1. ಒಂದು ಬಿಂದು Q ದಿಂದ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು 24 cm ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ Q ಬಿಂದು ನಡುವಿನ ದೂರ 25 cm ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು a) 7 cm b) 12 cm c) 15 cm d) 24.5 cm

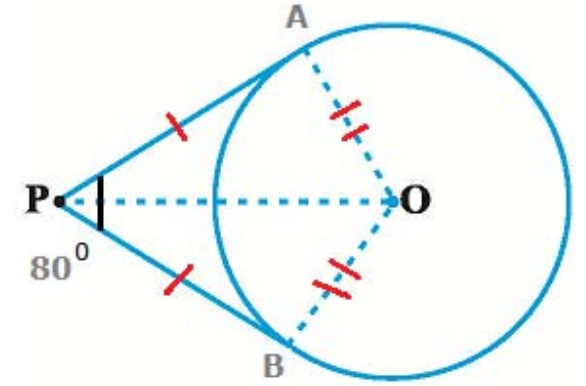
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$\angle OPQ = 90^\circ$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ	
2	$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$		
3	$25^2 = OP^2 + 24^2$		
4	$625 = OP^2 + 576$		
5	$OP^2 = 625 - 576 = 49$		
6	$OP = 7\text{cm}$		

4.2.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle POQ = 110^\circ$ ಆಗಿರುವಂತೆ, O ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle PTQ$ ದ ಅಳತೆಯು a) 60° b) 70° c) 80° d) 90°

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$\angle POQ + \angle PTQ = 180^\circ$	POQT ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ & ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°	
2	$\angle PTQ = 180^\circ - \angle POQ$		
3	$= 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$		

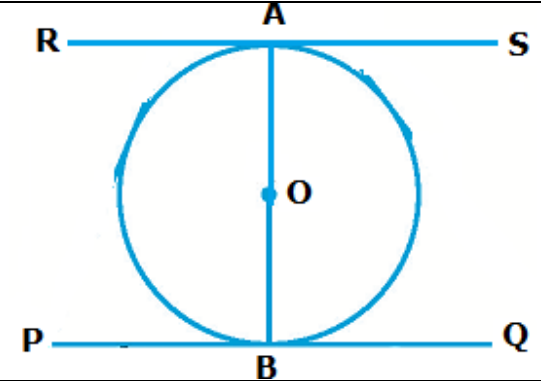
4.2.3. 'O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾದ PA ಮತ್ತು PB ಗಳ ನಡುವಿನ \angle 80° ಆದರೆ \angle POA ದ ಅಳತೆಯು
a) 50° b) 60° c) 70° d) 80°

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle APB + \angle BOA = 180^\circ$	POQT ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ & ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
2	$\angle BOA = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$	
3	$\angle AOP = \angle BOP$	$\triangle POA$ ಮತ್ತು $\triangle POB$ ಗಳು ಸರ್ವಸಮ (ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ)
4	$\angle BOA = 2\angle AOP$	(4) ರಿಂದ
5	$\angle AOP = 50^\circ$	(3) ರಿಂದ



4.2.4. ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವ್ಯಾಸದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

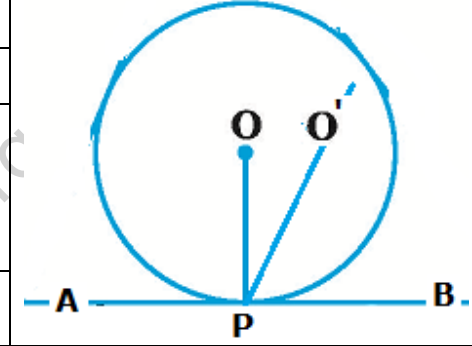
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$OA \perp RS$ & $OB \perp PQ$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$\angle OAR = \angle OAS = \angle OBP = \angle OBQ = 90^\circ$	(1) ರಿಂದ
3	$\angle OAR = \angle OBQ$ & $\angle OAS = \angle OBP$	(2) ರಿಂದ
4	$PQ \parallel RS$	(3) ರಿಂದ ಒಳ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ.



4.2.5. ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

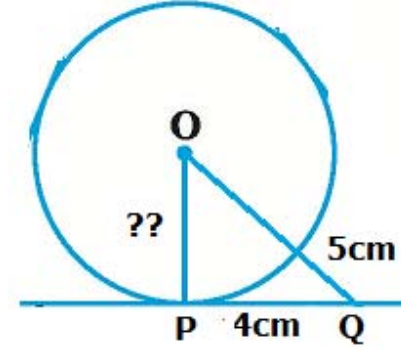
ರಚನೆ: P ಯಿಂದ AB ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ನಿಂದ ಹಾದು ಹೋಗದೇ O' ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವಂತೆ PO' ಎಳೆದಿದೆ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle O'PB = 90^\circ$	ರಚನೆ
2	$\angle OPB = 90^\circ$	OP ತ್ರಿಜ್ಯವು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು P ಯಿಂದ ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ರೇಖೆ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
3	OP ಮತ್ತು O'P ಐಕ್ಯ ಆಗಲೇ ಬೇಕು	$\angle O'PB = \angle OPB$ ಕೋನಗಳು ಸಮ



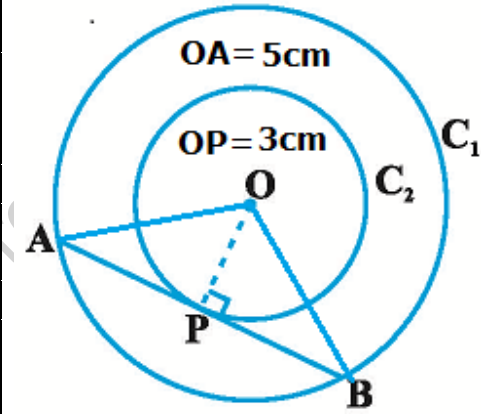
4.2.6. ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 5 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ A ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು 4 cm ಇದೆ. ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle OPQ = 90^\circ$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$	
3	$5^2 = OP^2 + 4^2$	
4	$25 = OP^2 + 16$	
5	$OP^2 = 25 - 16 = 9$	
6	$OP = 3\text{cm}$	



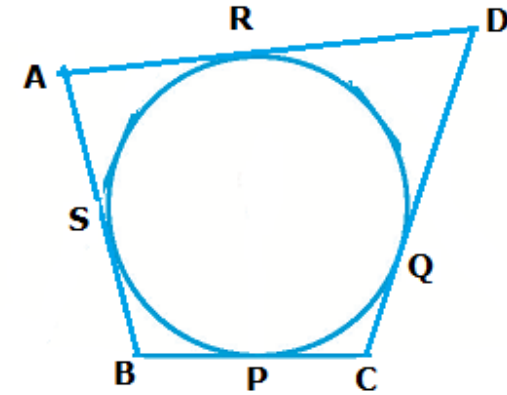
4.2.7. ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರಿಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 5 cm ಮತ್ತು 3 cm ಆಗಿವೆ. ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle OPA = 90^\circ$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$OA^2 = OP^2 + PA^2$	
3	$PA^2 = OA^2 - OP^2$ $= 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 = 4^2$	
4	$\therefore PA = 4\text{cm}$	
5	$PA = PB$	$\triangle POA$ ಮತ್ತು $\triangle POB$ ಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ಲಂ.ಕ.ಬಾ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
6	$AB = AP + PB = 4 + 4 = 8\text{cm}$	(5) ರಿಂದ



4.2.8. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ). $AB + CD = AD + BC$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

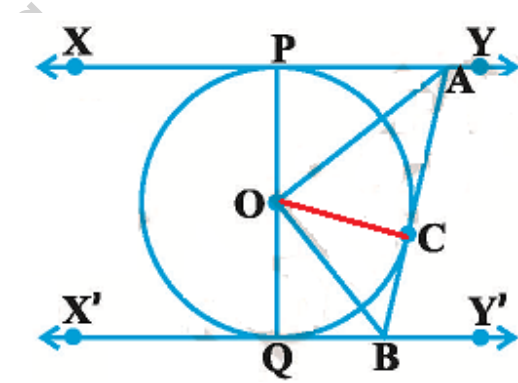
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AS = AR$	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (A) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
2	$DQ = DR$	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (D) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
3	$QC = CP$	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (C) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
4	$BS = BP$	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (B) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
5	$AS + DQ + QC + BS = AR + DR + CP + BP$	(1) + (2) + (3) + (4)
6	$\therefore AB + DC = AD + BC$	



4.2.9. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, 'O' ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ XY ಮತ್ತು X'Y' ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು C ನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಮತ್ತೊಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ AB ಯು XY ಅನ್ನು A ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು X'Y' ಅನ್ನು B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle AOB = 90^\circ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

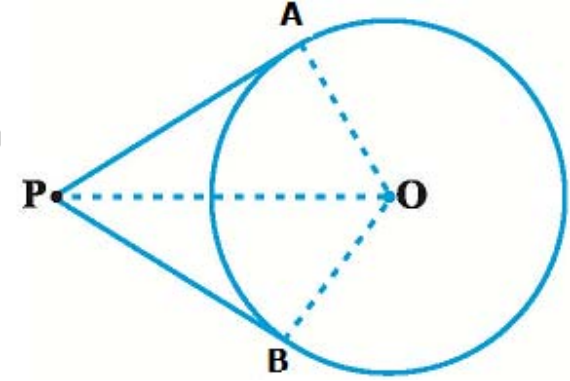
ರಚನೆ: O ಮತ್ತು C ಸೇರಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1		ΔOAP & ΔOAC ಗಳಲ್ಲಿ
2	$OP = OC$	ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು
3	$AP = AC$	ಸ್ಪರ್ಶಕ
4	$AO = OA$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
5	$\Delta OAP \cong \Delta OAC$	ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
6	$\angle POA = \angle COA$	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
7	$\angle QOB = \angle COB$	ಮೇಲಿನಂತೆ $\Delta OQB \cong \Delta OCB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ
7	$\angle POA + \angle COA + \angle QOB + \angle COB = 180^\circ$	ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
8	$\therefore 2\angle COA + 2\angle COB = 180^\circ \Rightarrow \angle COA + 2\angle COB = 90^\circ \Rightarrow \angle AOB = 90^\circ$	



4.2.10. ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ ಹಾಗೂ ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವಂತೆ ಎಳೆದ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

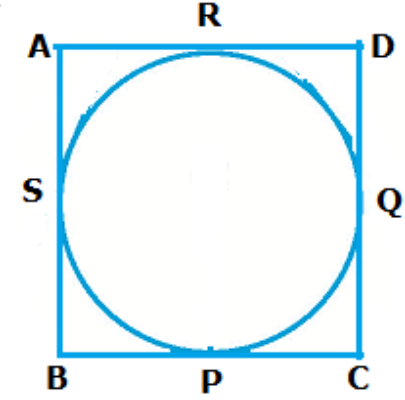
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle OAP = \angle PBO = 90^\circ$	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	$\angle OAP + \angle APB + \angle PBO + \angle BOA = 360^\circ$	ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕೂ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360°
3	$90^\circ + \angle APB + 90^\circ + \angle BOA = 360^\circ$	(2) ರಿಂದ
4	$\angle APB + \angle BOA = 180^\circ$	



A Project of www.eShale

4.2.11. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾದಾಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

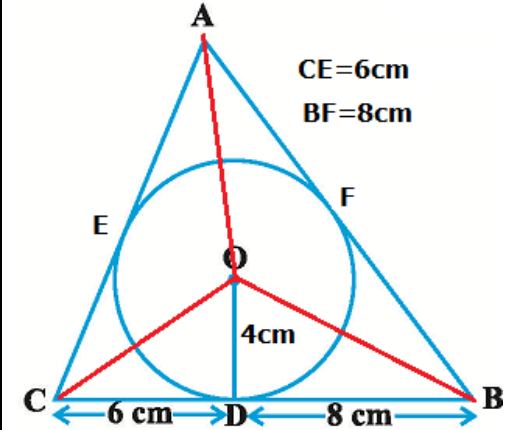
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AS = AR$	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (A) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
2	$DQ = DR$	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (D) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
3	$QC = CP$	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (C) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
4	$BS = BP$	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (B) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
5	$AS + DQ + QC + BS = AR + DR + CP + BP$	(1) + (2) + (3) + (4)
6	$\therefore AB + DC = AD + BC$	
7	$AB = CD$ & $AD = BC$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
7	$\therefore 2AB = 2AD \Rightarrow AB = AD$	(6) ರಿಂದ
8	$\Rightarrow AB = BC = CD = DA$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಕನಿಷ್ಠ ಎಂದರೆ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.



4.2.12. ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು D ಯು BC ಬಾಹುವನ್ನು BD ಮತ್ತು DC ಯ ಉದ್ದ ಕ್ರಮವಾಗಿ 8 cm ಮತ್ತು 6 cm ಇರುವಂತೆ 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವು ΔABC ನಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತಗೊಳಿಸಲು ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. [ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ], AB ಮತ್ತು AC ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ x ಆಗಿರಲಿ. $AE=AF=x$

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$CE=CD=6$ & $BF=BD=8$	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮ
2	$AC=AE+CE=x+6$ & $AB=AF+FB=x+8$	
3	$2s=AC+CB+BA=(x+6)+14+(x+8)=x+28$ $\therefore s=x+14$	ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದ $2s$
4	ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$	
5	$\sqrt{(x+14)[x+14-(x+6)](x+14-14)[x+14-(x+8)]} = \sqrt{(x+14)*8*x*6}$ $= \sqrt{48x(x+14)}$	
6	$\frac{1}{2} AC * OE = \frac{1}{2} (x+6) * 4 = 2x+12$	ΔAOC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
7	$\frac{1}{2} BC * OD = \frac{1}{2} 14 * 4 = 28$	ΔBOC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
8	$\frac{1}{2} AB * OF = \frac{1}{2} (x+8) * 4 = 2x+16$	ΔAOB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
9	$\sqrt{48x(x+14)} = (2x+12) + 28 + (2x+16) = 4x+56$	ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ΔAOC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ΔBOC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ΔAOB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (4) = (5) + (6) + (7)
10	$48x(x+14) = (4x+56)^2 = 4(x+14)^2 * 4(x+14)$ $\Rightarrow 48x = 16(x+14)$ $\therefore 32x = 16 * 14 \Rightarrow x=7$	(9)ನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ & $(4x+56)^2 = [4(x+14)]^2$
11	$AC=x+6=7+6=13\text{cm}$ & $AB=x+8=7+8=14\text{cm}$	



4.2.13. ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾದಾಗ, ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳು ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಅಂದರೆ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$ & $\angle BOC + \angle AOD = 180^\circ$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬೇಕು

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
ΔAOP & ΔAOS ಗಳಲ್ಲಿ		
1	$OP = OS$	ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು
2	$AP = AS$	ಸ್ಪರ್ಶಕ
3	$AO = OA$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
4	$\Delta AOP \cong \Delta AOS$	ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
5	$\angle AOP = \angle AOS$; $\angle 1 = \angle 8$	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
6	$\angle 2 = \angle 3$, $\angle 4 = \angle 5$, $\angle 6 = \angle 7$	ಮೇಲಿನಂತೆ $\Delta BOP \cong \Delta BOQ$, $\Delta COQ \cong \Delta COR$ & $\Delta DOR \cong \Delta DOS$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ
7	$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 +$ $\angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 = 360^\circ$	ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನ = 360°
8	$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 2 + \angle 5 +$ $\angle 5 + \angle 6 + \angle 6 + \angle 1 = 360^\circ$	(6)ರಿಂದ
9	$\Rightarrow 2(\angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 6) = 360^\circ$	
10	$\therefore (\angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 6) = 180^\circ \Rightarrow \angle AOB + \angle COD = 180^\circ$ ಹೀಗೆಯೇ $\angle BOC + \angle AOD = 180^\circ$	

