

ಅಭ್ಯಾಸ 15.1

15.1.1. 64 cm^3 ಘನಫಲವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 2 ವರ್ಗ ಘನಗಳ ಮುಖಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿ ಮಾಡಿದೆ. ಈ ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎರಡು ಘನಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಅಥವಾ ಪಕ್ಕ ಇಟ್ಟಾಗ ಅದು ಆಯತ ಘನವಾಗುತ್ತದೆ

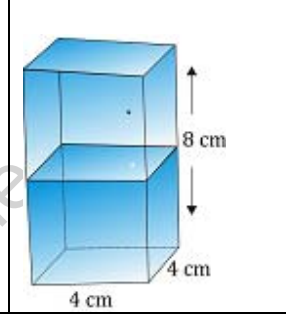
ಘನದ ಘನಫಲ $l^3=64=4*4*4 \therefore l=4$

ಆಯತ ಘನದ ಬಾಹುಗಳು:

$b= 4\text{cm}, l=4\text{cm}$ & $h=8\text{cm}$

ಆಯತ ಘನದ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ:

$$2(lb+bh+hl)=2(4*4+4*8+8*4)=2(16+32+32)=2*80=160\text{cm}^2$$



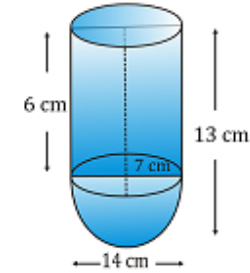
15.1.2. ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯ ಆಕಾರವು ಟೊಳ್ಳಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಒಂದು ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಟೊಳ್ಳಾದ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಮಾಡಿದೆ. ಅರ್ಧಗೋಳದ ವ್ಯಾಸವು 14 cm ಮತ್ತು ಪಾತ್ರೆಯ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರವು 13 cm ಇದೆ. ಈ ಪಾತ್ರೆಯ ಒಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಅರ್ಧಗೋಳದ ವ್ಯಾಸ $d=14\text{cm} \Rightarrow r=7\text{cm}$

ಟೊಳ್ಳಾದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ $h=13-7=6\text{cm}$

ಒಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h+r) = 2 * \frac{22}{7} * 7 * 13 = 572\text{cm}^2$$



15.1.3. ಒಂದು ಅರ್ಧಗೋಳದ ಮೇಲೆ ಅದೇ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಒಂದು ಆಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ಅವೆರಡರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 3.5 cm ಆಗಿದೆ. ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರವು 15.5 cm ಆದರೆ ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

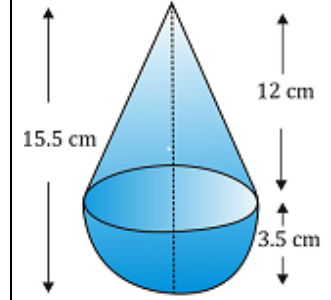
$$r = \frac{7}{2} \text{ cm}; \text{ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ } h = 12 \text{ cm}$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ } l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 12^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + 144} = \sqrt{\frac{625}{4}} = \frac{25}{2}$$

ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ = ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = r

ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \pi r l + 2 \pi r^2 = \pi r (l + 2r) = \frac{22}{7} * \frac{7}{2} * \left(\frac{25}{2} + 7\right) = \frac{22}{7} * \frac{7}{2} * \frac{39}{2} = \frac{11 * 7 * 39}{2} = 214.5 \text{ cm}^2$$



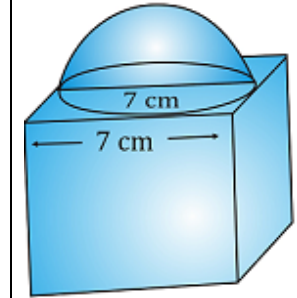
15.1.4. ಪ್ರತಿ ಅಂಚು 7 cm ಹೊಂದಿರುವ ವರ್ಗ ಘನಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲ್ಮೈಭದ ಮೇಲೆ ಅರ್ಧಗೋಳವು ಇರಿಸಿದೆ. ಅರ್ಧಗೋಳದ ಗರಿಷ್ಠ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ಪೂರ್ಣ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅರ್ಧಗೋಳದ ವ್ಯಾಸ $d = 14 \text{ cm} \Rightarrow r = 7 \text{ cm}$ ಘನದ ಮೇಲೆ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಕವುಚಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ

ಘನಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =

ವರ್ಗ ಘನಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= 6l^2 + 2 \pi r^2 - \pi r^2 = 6l^2 + \pi r^2 = 6 * 7^2 + \pi r^2 = 6 * 49 + \frac{22}{7} * \left(\frac{7}{2}\right)^2 = 294 + \frac{22}{7} * \frac{7}{2} * \frac{7}{2} = 294 + 38.5 = 332.5 \text{ cm}^2$$



15.1.5. ವರ್ಗ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮರದ ವಸ್ತುವಿನ ಒಂದು ಮುಖದ ಒಳಭಾಗವು ತಗ್ಗಾಗುವಂತೆ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಕೊರೆಯಲಾಗಿದೆ. ವರ್ಗ ಘನದ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದವು ಅರ್ಧಗೋಳದ ವ್ಯಾಸ l ಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ನೂತನವಾಗಿ ಉಂಟಾದ ಘನದ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

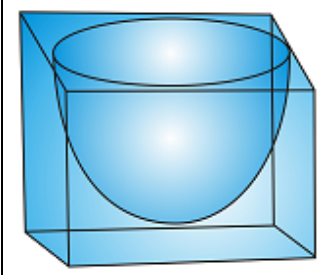
$$\text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ವ್ಯಾಸ } d=l \therefore r=\frac{l}{2}$$

ಘನದ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದವು ಗೋಳದ ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಮ. ಘನದಿಂದ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಕತ್ತಿ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ

ವರ್ಗ ಘನಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =

ಘನದ ಹೊರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$=6l^2+2\pi r^2-\pi r^2=6l^2+\pi r^2=6l^2+\pi\left(\frac{l}{2}\right)^2=6l^2+\pi\frac{l^2}{4}=\frac{24l^2+\pi l^2}{4}$$
 ಚ.ಮಾನಗಳು



15.1.6. ಒಂದು ಔಷದದ ಮಾತ್ರೆಯ ಆಕಾರವು ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪ್ರತಿ ಪಾದಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಅಂಟಿಸಿದಂತಿದೆ, ಮಾತ್ರೆಯ ಸಂಪೂರ್ಣ ಉದ್ದವು 14 mm ಮತ್ತು ಅದರ ವ್ಯಾಸವು 5 mm ಇದೆ. ಅದರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಅರ್ಧಗೋಳದ ವ್ಯಾಸ $d=5\text{mm} \therefore r=\frac{5}{2}$ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮ.

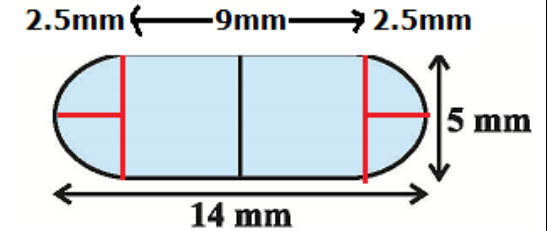
ಮಾತ್ರೆಯ ಉದ್ದ = ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ + ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಉದ್ದ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ

$$=2.5\text{mm}+9\text{mm}+2.5\text{mm}=14\text{mm}$$

ಮಾತ್ರೆಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಅರ್ಧಗೋಳದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$=2\pi r^2+2\pi rh+2\pi r^2=2\pi rh+4\pi r^2=2\pi r(h+2r)=2*\frac{22}{7}*\frac{5}{2}*(9+5)$$

$$=2*\frac{22}{7}*\frac{5}{2}*14=220\text{sqmm}$$



15.1.7. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದವನ್ನು ಶಂಕುವು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಡೇರೆಯು ಇದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸವು 2.1 m ಮತ್ತು 4 m ಕ್ರಮವಾಗಿ ಇದೆ ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ 2.8 m ಆದರೆ, ಡೇರೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಬಳಸಿದ ತಾಡಪತ್ರಿ (canvas) ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಹಾಗೆಯೇ, ತಾಡಪತ್ರಿಯ ದರವು ರೂ. 500 ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ಆದರೆ, ತಾಡಪತ್ರಿಯನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ಬೇಕಾಗುವ ಹಣವೆಷ್ಟು? (ಡೇರೆಯ ಪಾದವನ್ನು ತಾಡಪತ್ರಿಯಿಂದ ಹಾಸಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).

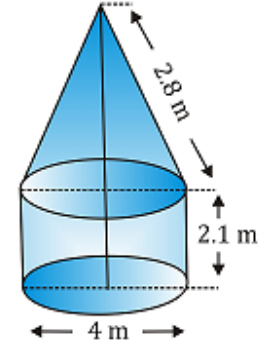
ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಶಂಕು ಆಕಾರದ ಡೇರೆ ಇದೆ.

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ವ್ಯಾಸ $d=4m$ $\therefore r=2$ ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ $l=2.8m$. ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ $h=2.1m$

ಕ್ಯಾನ್ವಾಸ್ ನ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \pi rl + 2\pi rh = \pi r(l+2h) = \frac{22}{7} * 2 * (2.8+4.2) = \frac{22}{7} * 2 * 7 = 44m^2$$

ಒಂದು ಚ.ಮೀಟರ್ ಗೆ ರೂ 500 ರಂತೆ 44 ಚ.ಮೀ ಕ್ಯಾನ್ವಾಸ್ ನ ಬೆಲೆ = $44 * 500 = 22000$ ರೂ



15.1.8. ಒಂದು ಘನ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ 2.4 m ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸ 1.4 m ಇದೆ. ಇದರಿಂದ ಒಂದೇ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಹಳ್ಳವನ್ನು ಕೊರೆದು ಟೊಳ್ಳಗಿಸಿದೆ. ನೂತನ ಘನದ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅತ್ಯಂತ ಸಮೀಪದ ಬೆಲೆಗೆ cm^2 ನಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಒಳಗಡೆಯಿಂದ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಭಾಗವನ್ನು ಕತ್ತಿ ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ.

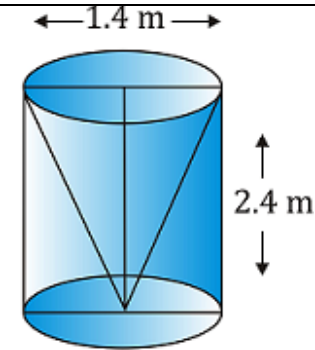
ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ವ್ಯಾಸ $d=1.4m$ $\therefore r=0.7m$ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ $h=2.4m$

ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(0.7)^2 + 2.4^2} = \sqrt{0.49 + 5.76} = \sqrt{6.25} = 2.5m$

ನೂತನ ವಸ್ತುವಿನ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= 2\pi rh + \pi rl + \pi r^2 = \pi r(2h+l+r) = \frac{22}{7} * 0.7 * (4.8+2.5+0.7) = 22 * 0.1 * 8 = 17.6m^2$$



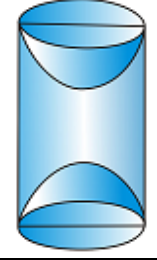
15.1.9. ಮರದಿಂದ ಮಾಡಿದ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಕೊರೆದು ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ 10 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 3.5 cm ಆದರೆ, ವಸ್ತುವಿನ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎರಡೂ ತುದಿಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕಾರದ ಮರವನ್ನು ಕತ್ತಿ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ $r=3.5\text{cm}$. ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ $h=10\text{cm}$

ಆಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + 2 ಅರ್ಧಗೋಳಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= 2\pi rh + 2 * 2\pi r^2 = 2\pi r(h+2r) = 2 * \frac{22}{7} * 3.5 * (10+7) = 2 * 22 * 0.5 * 17 = 374\text{cm}^2$$



A Project of www.eShale.org

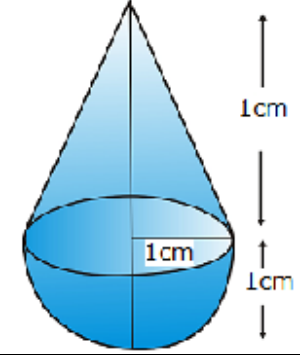
ಅಭ್ಯಾಸ 15.2

15.2.1. ಒಂದು ಘನದಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಗೋಳದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುವಂತೆ ಶಂಕುವು ನಿಂತಿದೆ. ಅವುಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 1 cm ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರವು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದೆ. ಈ ಘನದ ಘನಫಲವನ್ನು π ಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿರಿ.

ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ = ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $r=1\text{cm}$; ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = $h=1\text{cm}$

ವಸ್ತುವಿನ ಘನಫಲ = ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ

$$= \frac{2}{3} \pi r^3 + \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 (2r+h) = \frac{1}{3} \pi 1^2 (2+1) = \pi \text{ ಘನ.ಸೆ.ಮೀ}$$



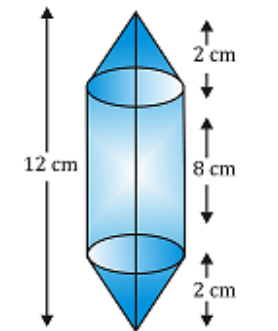
15.2.2. ರೇಚೆಲ್ ಒಬ್ಬ ಇಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ. ಅವರು ತೆಳುವಾದ ಅಲ್ಯುಮಿನಿಯಂ ಹಾಳೆಯಿಂದ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎರಡು ವೃತ್ತ ಪಾದಗಳಲ್ಲಿ ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ತಯಾರು ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾದರಿಯ ವ್ಯಾಸವು 3 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಒಟ್ಟಾರೆ ಉದ್ದವು 12 cm ಇದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರವು 2 cm ಆದರೆ ರೇಚೆಲ್ ಮಾಡಿದ ಈ ಮಾದರಿಯೊಳಗಿನ ಗಾಳಿಯ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಮಾದರಿಯ ಹೊರ ಹಾಗೂ ಒಳ ಮೇಲ್ಮೈ ಅಳತೆಗಳು ಸರಿಸುಮಾರಾಗಿ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)

ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಮೇಲೊಂದು ಮತ್ತು ಕೆಳಗೊಂದು ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದ ಶಂಕುಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ $h=2\text{cm}$

ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ $d=3\text{cm} \Rightarrow r=\frac{3}{2}\text{cm}$ & ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ

ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿನ ಗಾಳಿಯ ಗಾತ್ರ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ + 2 ಶಂಕುಗಳ ಘನಫಲ

$$= \pi r^2 h_{\text{cyl}} + 2 * \frac{1}{3} * \pi r^2 h_{\text{cone}} = \pi r^2 (h_{\text{cyl}} + 2 * \frac{1}{3} * h_{\text{cone}}) = \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 * \left(8 + \frac{2}{3} * 2\right) = \frac{22}{7} * \frac{9}{4} * \frac{28}{3} = 66\text{cm}^2$$



15.2.3. ಒಂದು ಗುಲಾಬ್ ಜ್ಯಾಮೂನ್‌ನಲ್ಲಿ ಅದರ ಘನಫಲದ ಶೇ 30 ರಷ್ಟು ಸಕ್ಕರೆಯ ಪಾಕವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಗುಲಾಬ್ ಜ್ಯಾಮೂನು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇದ್ದು, ಅದರ ಎರಡು ಅಂತ್ಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಗೋಳಗಳಿವೆ. ಗುಲಾಬ್ ಜಾಮುನಿನ ಒಟ್ಟಾರೆ ಉದ್ದ 5 cm ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸವು 2.8 cm ಆದರೆ, 45 ಗುಲಾಬ್ ಜ್ಯಾಮೂನ್‌ನಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಕ್ಕರೆ ಪಾಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ).

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ = ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $r = 1.4 \text{ cm}$; ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಉದ್ದ = $5 - 1.4 - 1.4 = 2.2 \text{ cm}$

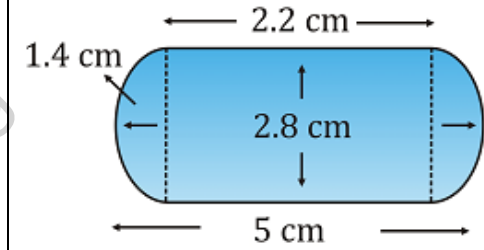
ಗುಲಾಬ್ ಜಾಮೂನ್ ನ ಘನಫಲ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ + 2 ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ.

$$= \pi r^2 h + 2 * \frac{2}{3} * \pi r^3 = \pi r^2 (h + \frac{4}{3} r) = \frac{22}{7} * 1.4 * 1.4 (2.2 + \frac{4}{3} * 1.4)$$

$$= 22 * 0.2 * 1.4 (2.2 + 1.86) = 22 * 0.2 * 1.4 * 4.06 = 25.01 \text{ cm}^3$$

$$45 \text{ ಗುಲಾಬ್ ಜಾಮೂನ್ ಗಳ ಘನಫಲ} = 45 * 25.01 \text{ cm}^3 = 1125.45 \text{ cm}^3$$

$$\text{ಸಕ್ಕರೆ ಪಾಕದ ಪ್ರಮಾಣ} = 45 \text{ ಜಾಮೂನ್ ಗಳ ಘನಫಲದ } 30\% \text{ ರಷ್ಟು} = 0.3 * 1125.45 = 337.635 \text{ cm}^3$$



15.2.4. ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಆಕಾರದ ಮರದ ಲೇಖನಿಧಾರಕ (Pen stand)ದಲ್ಲಿ ಲೇಖನಿಗಳನ್ನು ಇಡಲು ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ನಾಲ್ಕು ತಗ್ಗುಗಳನ್ನು ಕೊರೆದಿದೆ. ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಅಳತೆಯು 15 cm x 10 cm x 3.5 cm ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಹಳ್ಳದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 0.5 cm ಮತ್ತು ಆಳವು 1.4 cm ಇದೆ. ಲೇಖನಿಧಾರಕದಲ್ಲಿನ ಮರದ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ).

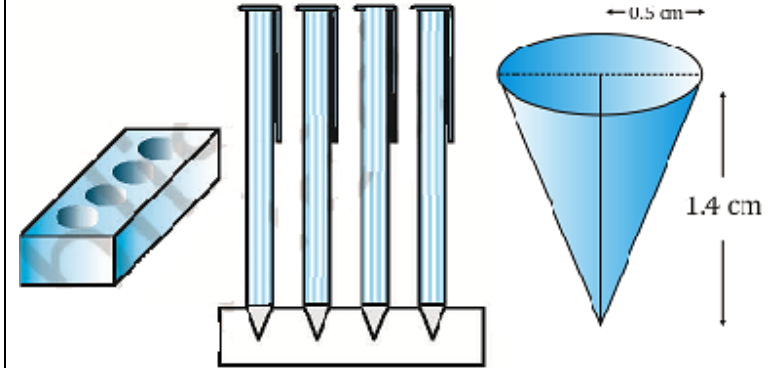
ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಗುಳಿಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯ = 0.5 cm ಆಳ (ಎತ್ತರ) = 1.4 cm

4 ಗುಳಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪೆನ್ ಸ್ಟಾಂಡ್ ನ ಘನಫಲ

= ಆಯತಾಕಾರದ ಮರದ ಘನಫಲ - 4 ಶಂಕುಗಳ ಘನಫಲ

$$= lbh - 4 * \frac{1}{3} * \pi r^2 h$$

$$= 15 * 10 * 3.5 - 4 * \frac{1}{3} * \frac{22}{7} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * 1.4 = 525 - 1.47 = 523.53 \text{ cm}^3$$



15.2.5. ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯು ತಲೆಕೆಳಗಾದ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ಎತ್ತರ 8 cm ಮತ್ತು ತೆರೆದ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 5 cm ಇದೆ. ಅದರ ಅಂಚಿನವರೆಗೆ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ 0.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳನ್ನು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದಾಗ, **ನಾಲ್ಕನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗದಷ್ಟು** ನೀರು ಹೊರ ಚೆಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದ ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳೆಷ್ಟು?

ಶಂಕುವಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ=5cm & ಎತ್ತರ=8cm ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯ=0.5cm

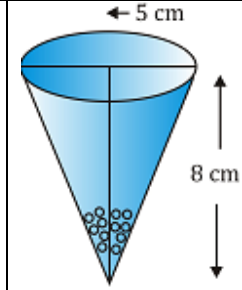
ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n ಆಗಿರಲಿ

ಹೊರಚೆಲ್ಲಿದ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರ = n ಗೋಳಗಳ ಘನಫಲ

$\frac{1}{4}$ ರಷ್ಟು ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = n ಗೋಳಗಳ ಘನಫಲ

$$\frac{1}{4} * \frac{1}{3} * \pi * r_{Cone}^2 * h = n * \frac{4}{3} * \pi * r_{Marble}^3 \Rightarrow \frac{1}{12} * 5 * 5 * 8 = n * \frac{4}{3} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} \Rightarrow 200 = 2n \therefore n = 100$$

ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 100



15.2.6. ಒಂದು ಕಬ್ಬಿಣದ ಕಂಬದ ಎತ್ತರವು 220 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸವು 24 cm ಆಗಿರುವ ಘನ ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಇದರ ಮೇಲೆ 60 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ತ್ರಿಜ್ಯ 8 cm ಇರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. 1 cm ಕಬ್ಬಿಣದ ಸರಿಸುಮಾರು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು 8g ಆದರೆ ಕಂಬದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

ದೊಡ್ಡ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ=12cm & ಎತ್ತರ=220cm

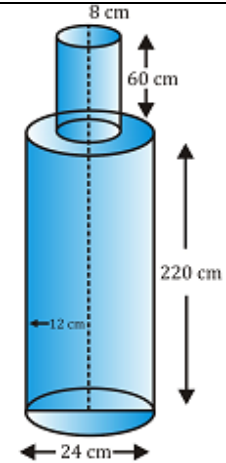
ಸಣ್ಣ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ=8cm & ಎತ್ತರ=60cm

ಕಂಬದ ಘನಫಲ = ದೊಡ್ಡ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ + ಸಣ್ಣ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ.

$$= \pi r_{Cylinder}^2 h_{Big} + \pi r_{Cone}^2 h_{Small} = \pi r_{Cylinder}^2 h_{Big} + \pi r_{Cone}^2 h_{Small}$$

$$= \pi (12^2 * 220 + 8^2 * 60) = 3.14(144 * 220 + 64 * 60) = 3.14 * 35520 = 1,11,532.8 \text{ cm}^3$$

$1,11,532.8 \text{ cm}^3$ ಕಬ್ಬಿಣದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ = $111532.8 * 8 = 892.62 \text{ kg}$



15.2.7. 60 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ 120 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 60 cm ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಿದ ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ತಳವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಈ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮುಳುಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯವು 60 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರವು 180 cm ಆದರೆ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Cylinder}$ = ಶಂಕುವಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ r_{Cone} = ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ r_{Half_Sphere} = 60cm;

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ $h_{Cylinder}$ = ಅರ್ಧ ಗೋಳದ ಎತ್ತರ + ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = 60+120=180cm

ನೀರಿನ ಉಳಿದ ಪ್ರಮಾಣ

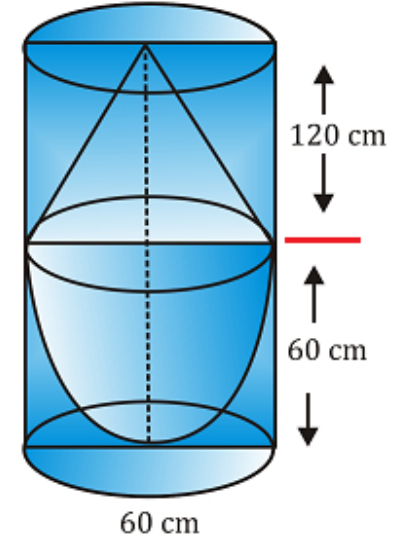
= ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ - ಘನಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ - (ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ)

$$= \pi r_{Cylinder}^2 h_{Cylinder} - \left\{ \frac{1}{3} * \pi r_{Cone}^2 * h_{Cone} + \frac{2}{3} * \pi r_{Half_Sphere}^3 \right\}$$

$$= \pi r_{Cylinder = Cone = Half_Sphere}^2 \left\{ h_{Cylinder} - \left(\frac{1}{3} * h_{Cone} + \frac{2}{3} * r_{Half_Sphere} \right) \right\}$$

$$= 3.14 * 60 * 60 * \left\{ 180 - \left(\frac{1}{3} * 120 + \frac{2}{3} * 60 \right) \right\} = 3.14 * 3600 * \left\{ 180 - (40 + 40) \right\}$$

$$= 3.14 * 3600 * 100 = 1131428.57 \text{cm}^3 = 1.131 \text{cubic meter.}$$



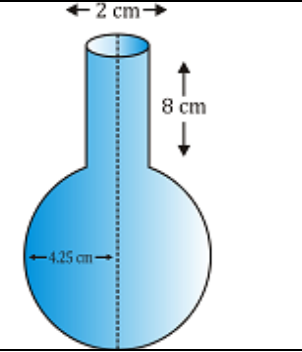
15.2.8. 8.5 cm ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ಒಂದು ಗೋಳಾಕಾರದ ಗಾಜಿನ ಪಾತ್ರೆಯು 8 cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು 2 cm ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದ ಕೊರಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಒಂದು ಮಗುವು ಅದರಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯುವ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಅದರ ಘನಫಲವು 345 cm^3 ಇದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾಳೆ. ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳು ಅದರ ಒಳಭಾಗದ ಅಳತೆಗಳು ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ, ಅವಳ ಉತ್ತರವು ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ($\pi = 3.14$).

ಗೋಳದ ವ್ಯಾಸ $d=8.5\text{cm} \Rightarrow r_{\text{Sphere}}=\frac{8.5}{2}\text{ cm}$ & ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{\text{Cylinder}}=1\text{cm}$ & ಎತ್ತರ= 8 cm

ಗಾಜಿನ ಪಾತ್ರೆಯ ಘನಫಲ = ಗೋಳದ ಘನಫಲ+ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ

$$= \frac{4}{3} * \pi r_{\text{Sphere}}^3 + \pi r_{\text{Cylinder}}^2 h_{\text{Cylinder}} = \pi \left\{ \frac{4}{3} * r_{\text{Sphere}}^3 + r_{\text{Cylinder}}^2 h_{\text{Cylinder}} \right\}$$

$$= \pi \left\{ \frac{4}{3} * 4.25 * 4.25 * 4.25 + 1 * 1 * 8 \right\} = 3.14 * 110.35 = 346.50 \text{ cm}^3$$



A Project of www.eShale.org

ಅಭ್ಯಾಸ 15.3

15.3.1. 4.2 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಲೋಹದ ಗೋಳವನ್ನು ಕರಗಿಸಿ ಅದನ್ನು 6 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಮರುರೂಪ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{\text{Sphere}}=4.2\text{cm}$

ಕರಗಿಸಿದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{\text{Cylinder}}=6\text{cm}$. ಅದರ ಎತ್ತರ h ಆಗಿರಲಿ

ಗೋಳದ ಘನಫಲ = ಕರಗಿಸಿದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ

$$\frac{4}{3} * \pi r_{\text{Sphere}}^3 = \pi r_{\text{Cylinder}}^2 h \Rightarrow \frac{4}{3} * 4.2 * 4.2 * 4.2 = 6 * 6 * h \therefore h = \frac{4 * 4.2 * 4.2 * 4.2}{3 * 6 * 6} = 2.74\text{cm}$$

15.3.2. 6 cm, 8 cm ಮತ್ತು 10 cm ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಲೋಹದ ಮೂರು ಗೋಳಗಳನ್ನು ಕರಗಿಸಿ ಒಂದು ಲೋಟದ ಗೋಳವನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ಹೀಗೆ ಉಂಟಾದ ನವೀನ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಬಂದನೇ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_1=6\text{cm}$; ಎರಡನೇ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_2=8\text{cm}$; ಮೂರನೇ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_3=10\text{cm}$;

ಹೊಸ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ R ಆಗಿರಲಿ

ಈ ಮೂರೂ ಗೋಳಗಳನ್ನು ಕರಗಿಸಿ ಒಂದು ಹೊಸ ಗೋಳವನ್ನು ಮಾಡಿದೆ.

ಕರಗಿಸಿದ ಹೊಸ ಗೋಳದ ಘನಫಲ = ಮೂರು ಗೋಳಗಳ ಘನಫಲ

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3) = \frac{4}{3} \pi (6^3 + 8^3 + 10^3) \Rightarrow R^3 = (6^3 + 8^3 + 10^3) = 1728 = 12^3 \therefore \text{ನವೀನ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ } R = 12\text{cm}$$

15.3.3. 20 m ಆಳ ಮತ್ತು 7 m ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಬಾವಿಯನ್ನು ತೋಡಿದೆ ಮತ್ತು ಭೂಮಿಯಿಂದ ತೆಗೆದ ಮಣ್ಣನ್ನು ಸಮವಾಗಿ ಹರಡಿ 22 m x 14 m ವೇದಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ವೇದಿಕೆಯ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತೋಡಿದ ಬಾವಿ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯ (r) = $\frac{7}{2}$ m ಮತ್ತು ಎತ್ತರ $h_{Well} = 20$ m

ವೇದಿಕೆಯ ಉದ್ದ (l) 22m ಮತ್ತು ಅಗಲ (b) 14m . ಈ ವೇದಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಹರಡಿದ ಮಣ್ಣಿನ ಎತ್ತರ h_{Stage} ಆಗಿರಲಿ

ತೋಡಿದ ಮಣ್ಣಿನ ಘನಫಲ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ = ವೇದಿಕೆ ಮಾಡಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಮಣ್ಣಿನ ಗಾತ್ರ lbh

$$\pi r^2 h_{Well} = lbh_{Stage} \Rightarrow \frac{22}{7} * \frac{7}{2} * \frac{7}{2} * 20 = 22 * 14 * h_{Stage} \Rightarrow 5 = 2 h_{Stage} \therefore \text{ವೇದಿಕೆಯ ಎತ್ತರ } h_{Stage} = 2.5 \text{ m}$$

15.3.4. ಒಂದು ಬಾವಿಯ ವ್ಯಾಸ 3 m ಮತ್ತು ಆಳ 14 m ಇರುವಂತೆ ತೋಡಿದೆ. ಭೂಮಿಯಿಂದ ತೆಗೆದ ಮಣ್ಣನ್ನು ಬಾವಿಯ ಸುತ್ತಲು ಸಮವಾಗಿ ಹರಡಿ 4 m ಅಗಲವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕಟ್ಟೆಯನ್ನು ಕಟ್ಟಿದೆ. ಕಟ್ಟೆಯ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಬಾವಿ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯ (r_{Well}) = $\frac{3}{2}$ m ಮತ್ತು ಆಳ(ಎತ್ತರ) $h_{Well} = 14$ m

ಬಾವಿಯಿಂದ ತೆಗೆದ ಮಣ್ಣನ್ನು ಬಾವಿಯ ಸುತ್ತ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟೆಯ ಮಾಡರಿಯಲ್ಲಿ ಹರಡಿದೆ. ಈ ಕಟ್ಟೆಯನ್ನು ಮಧ್ಯೆ ಟೊಳ್ಳು ಅಗಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರ್ ರೀತಿ ಇದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದು.

ಕಟ್ಟೆಯ ಅಗಲ 4m. ಕಟ್ಟೆಯ ಎತ್ತರ H ಆಗಿರಲಿ

ಕಟ್ಟೆಯ ಒಳಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ (r_{Inner}) = $\frac{3}{2}$ m

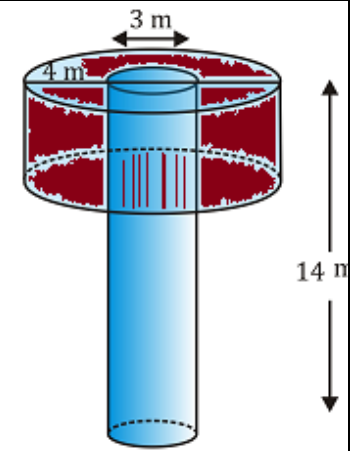
ಕಟ್ಟೆಯ ಹೊರಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ (r_{Outer}) = 4(ಕಟ್ಟೆಯ ಅಗಲ) + $\frac{3}{2}$ m = $\frac{11}{2}$ m

ಬಾವಿಯಿಂದ ತೆಗೆದ ಮಣ್ಣಿನ ಘನಫಲ = ಕಟ್ಟೆಯ ಸುತ್ತ ಹರಡಿದ ಮಣ್ಣಿನ ಘನಫಲ

$$\pi r_{Well}^2 h_{Well} = \pi r_{Outer}^2 H - \pi r_{Inner}^2 H = \pi (r_{Outer}^2 - r_{Inner}^2) H \Rightarrow r_{Well}^2 h_{Well} = (r_{Outer}^2 - r_{Inner}^2) H$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} * \frac{3}{2} * 14 = \left(\frac{11}{2} * \frac{11}{2} - \frac{3}{2} * \frac{3}{2} \right) H = \frac{112}{4} H$$

$$\Rightarrow 9 * 14 = 14 * 8H \therefore H = \frac{9}{8} \text{ m} = 1.125 \text{ m (ಕಟ್ಟೆಯ ಎತ್ತರ)}$$



15.3.5. ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯು ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ವ್ಯಾಸ 12 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 15 cm ಇದ್ದು, ಅದರ ತುಂಬ ಐಸ್ ಕ್ರೀಮ್ ಇದೆ. ಈ ಐಸ್ ಕ್ರೀಮನ್ನು 12 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 6 cm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ಶಂಕುವಿನಲ್ಲಿ, ಅದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಅರ್ಧಗೋಳವಿರುವಂತೆ ತುಂಬಬೇಕಾಗಿದೆ, ಈ ಐಸ್ ಕ್ರೀಮನ್ನು ಎಷ್ಟು ಶಂಕುಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಬಹುದು?

ಪಾತ್ರೆಯು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಪಾತ್ರೆಯ ಎತ್ತರ $h_{Bowl}=15\text{cm}$ ಮತ್ತು ಪಾತ್ರೆಯ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Bowl}=6\text{cm}$

ಐಸ್ ಕ್ರೀಮ್ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ಅದರ ಮೇಲೆ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಐಸ್ ಕ್ರೀಮ್ ತುಂಬಿದೆ.

ಈ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ. $h_{Cone} = 12\text{cm}$

ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Cone} =$ ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Half_Sphere} = 3\text{cm}$

ತುಂಬ ಬೇಕಾದ ಐಸ್ ಕ್ರೀಮ್ ಕೋನ್ ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n ಆಗಿರಲಿ

ಐಸ್ ಕ್ರೀಮ್ ತುಂಬಿರುವ ಪಾತ್ರೆಯ ಘನಫಲ = $n \times$ (ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಒಂದು ಐಸ್ ಕ್ರೀಮ್ ಕೋನ್ ನ ಘನಫಲ + ಅದರ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ)

$$\pi r_{Bowl}^2 h_{Bowl} = n \left(\frac{1}{3} * \pi r_{Cone}^2 * h_{Cone} + \frac{2}{3} * \pi r_{Half_Sphere}^3 \right)$$

$$\pi 6^2 * 15 = n * \pi \left(\frac{1}{3} * 3^2 * 12 + \frac{2}{3} * 3^3 \right) = n(36 + 18) = 54n \Rightarrow 540 = 54n \therefore n = 10 \text{ (ತುಂಬ ಬೇಕಾದ ಐಸ್ ಕ್ರೀಮ್ ಕೋನ್ ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ)}$$

15.3.6. 1.75 cm ವ್ಯಾಸ ಹಾಗೂ 2 mm ದಪ್ಪ ಇರುವ ಬೆಳ್ಳಿ ನಾಣ್ಯಗಳಿವೆ. ಈ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಕರಗಿಸಿ 5.5 cm x 10 cm x 3.5 cm ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಆಯತ ಘನವನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಬೆಳ್ಳಿಯ ನಾಣ್ಯಗಳು ಬೇಕು?

ನಾಣ್ಯಗಳು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ನಾಣ್ಯದ ಎತ್ತರ (ದಪ್ಪ) = 2mm ನಾಣ್ಯದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = \frac{1.75}{2} = 0.875\text{mm}$.

ಕರಗಿಸಲಿರುವ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n ಆಗಿರಲಿ

n ನಾಣ್ಯಗಳ ಘನಫಲ = ಆಯತಾಕಾರದ ಲೋಹದ ಗಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ ($l=5.5\text{cm}$, $b=10\text{cm}$, $h=3.5\text{cm}$)

$$n \pi r^2 h = lbh$$

$$n * \frac{22}{7} * 0.875 * 0.875 * 0.2 = 5.5 * 10 * 3.5 = 192.5$$

$$\Rightarrow 3.36875n = 192.5 * 7 \therefore n = 400 \text{ (ಕರಗಿಸಬೇಕಾಗಿರುವ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ)}$$

15.3.7. 32 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 18 cm ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರದ ಬಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಮರಳನ್ನು ತುಂಬಿದೆ. ಬಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಮರಳನ್ನು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಸುರಿದಾಗ ಅದು ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಮರಳಿನ ರಾಶಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದೆ. ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ರಾಶಿಯ ಎತ್ತರವು 24 cm ಆದರೆ, ಮರಳಿನ ರಾಶಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ ಹಾಗೂ ಓರೆ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಮರಳು ತುಂಬಿದ ಬಕೆಟ್ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ.

ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{\text{Bucket}} = 18\text{cm}$ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ $h_{\text{Bucket}} = 32\text{cm}$

ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಮರಳು ರಾಶಿಯ ಎತ್ತರ 24cm. ಮರಳು ರಾಶಿಯ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ r ಆಗಿರಲಿ

ಬಕೆಟ್ ನ ಘನಫಲ = ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಮರಳು ರಾಶಿಯ ಘನಫಲ

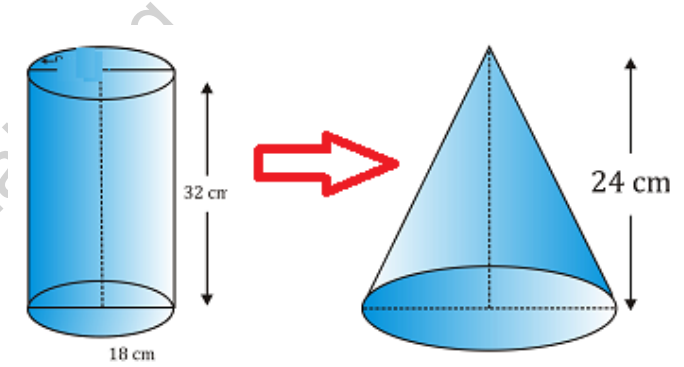
$$\pi r_{\text{Bucket}}^2 h_{\text{Bucket}} = \frac{1}{3} * \pi r^2 h_{\text{Sand}}$$

$$\Rightarrow 3 r_{\text{Bucket}}^2 h_{\text{Bucket}} = r^2 h_{\text{Sand}} \Rightarrow 3 * 18 * 18 * 32 = r^2 * 24$$

$$18 * 18 * 64 = 24 r^2 \quad \therefore \text{ಮರಳಿನ ರಾಶಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ } r = 36\text{cm}$$

ಮರಳಿನ ರಾಶಿಯ ಓರೆ ಎತ್ತರ

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{36^2 + 24^2} = \sqrt{36^2 + 24^2} = \sqrt{1872} = 12\sqrt{13} \text{ cm}$$



A Project of www.esh...

15.3.8. 6 m ಅಗಲ ಮತ್ತು 1.5 m ಆಳ ಇರುವ ಕಾಲುವೆಯಲ್ಲಿ ನೀರು 10 km/h ಜವದಲ್ಲಿ ಹರಿಯುತ್ತಿದೆ. 8 cm ನೀರು ನಿಲ್ಲುವ ಹಾಗೆ, 30 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಹರಿಯುವ ನೀರಿನಿಂದ ಎಷ್ಟು ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನೀರಾವರಿ ಮಾಡಬಹುದು?

ನೀರಿನ ಜವ ಗಂಟೆಗೆ 10 ಕಿ.ಮೀ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಅರ್ಧ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ 5000 ಮೀ ದೂರ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಕಾಲುವೆಯ ಅಗಲ 6 ಮೀ ಮತ್ತು ಆಳ 1.5ಮೀ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅರ್ಧ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಅದು ಒಯ್ಯುವ ನೀರು 5000 ಮೀ ಉದ್ದ 6 ಮೀ ಅಗಲ ಮತ್ತು 1.5 ಆಳ ಇರುವ ಒಂದು ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯುವಷ್ಟು ನೀರು ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದು.

$$\text{ಒಯ್ಯುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ} = lbh = 5000 * 6 * 1.5 = 45000 \text{m}^3$$

ಇಷ್ಟು ನೀರನ್ನು ನಾವು 8 ಸೆ.ಮೀ ನೀರು ನಿಲ್ಲುವ ಹಾಗೆ ಒಂದು ಹೊಲದಲ್ಲಿ ಹರಡ ಬೇಕು ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದು. ಎಲ್ಲಾ ಆಳತೆಗಳು ಒಂದೇ ಮಾನದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ನಾವು 0.08 ಮೀ ಎತ್ತರದಷ್ಟು ನೀರು ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕಿದೆ.

$$\text{ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕಾದ ಜಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{45000}{0.08} = 562,500 \text{m}^2 = 56.25 \text{ ಹೆಕ್ಟೇರ್} \quad (10,000 \text{m}^2 = 1 \text{ ಹೆಕ್ಟೇರ್})$$

15.3.9. 20 cm ಒಳ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಕೊಳವೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ, ಕಾಲುವೆಯಿಂದ ತನ್ನ ಹೊಲದಲ್ಲಿರುವ 10 m ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು 2 m ಆಳ ಇರುವ ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರದ ತೊಟ್ಟಿಗೆ ಒಬ್ಬ ರೈತ ನೀರನ್ನು ಹರಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಕೊಳವೆಯ ಮೂಲಕ ನೀರು 3 km/h ದರದಲ್ಲಿ ಹರಿದರೆ, ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಅವಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ 't' ನಿಮಿಷಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಕೊಳವೆಯಲ್ಲಿ ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಜವ ಗಂಟೆಗೆ 3 ಕಿ.ಮೀ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಒಂದು ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುವ ದೂರ $\frac{3000}{60} = 50$ ಮೀ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ 't' ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ನೀರು ಕ್ರಮಿಸುವ ದೂರ 50t ಮೀ. ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಕೊಳವೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯ $\frac{20}{2} = 10$ ಸೆ.ಮೀ = 0.1 ಮೀ. ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ತೊಟ್ಟಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ $\frac{10}{2} = 5$ ಮೀ.

't' ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಕೊಳವೆಯಲ್ಲಿ ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರ(ಘನಫಲ) $\pi r^2 h = \pi * 0.01 * 0.01 * 50t$ -----(1)

ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ತೊಟ್ಟಿಯ ಪೂರ್ತಿ ತುಂಬಿದಾಗ ಹಿಡಿದಿಡಬಹುದಾದ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರ $\pi r^2 h = \pi * 5 * 5 * 2$ -----(2)

(1) ಮತ್ತು (2) ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\pi * 0.1 * 0.1 * 50t = \pi * 5 * 5 * 2 = 50 \Rightarrow .05t = 50 \therefore t = 1000$

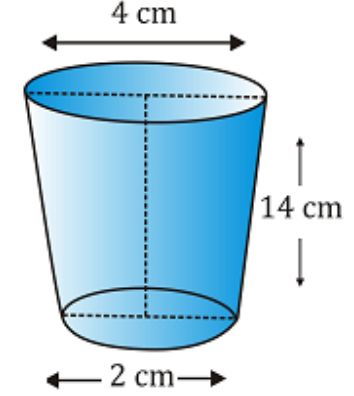
\therefore ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ 1000 ನಿಮಿಷಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ 15.4

15.4.1. 14 cm ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ಕುಡಿಯುವ ನೀರಿನ ಗಾಜಿನ ಲೋಟವು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದಗಳ ವ್ಯಾಸಗಳು 4 cm ಮತ್ತು 2 cm ಗಳಾಗಿವೆ. ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಸಾಮಥ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೇಲ್ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 2cm & ಕೆಳಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 1cm

$$\begin{aligned} \text{ಗಾಜು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಗಾತ್ರ} &= \frac{1}{3} * \pi * h_{\text{Glass}} [r_{\text{Top}}^2 + r_{\text{Bottom}}^2 + r_{\text{Top}} * r_{\text{Bottom}}] \\ &= \frac{1}{3} * \frac{22}{7} * 14 [2^2 + 1^2 + 2 * 1] = \frac{308}{3} = 102 \frac{2}{3} \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



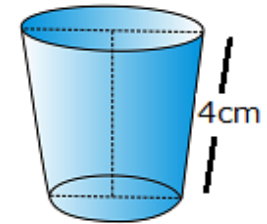
15.4.2. ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರವು 4 cm ಮತ್ತು ಅದರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ - (ಪರಿಧಿ)ಗಳು 18 cm ಮತ್ತು 6 cm ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$\text{ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಸುತ್ತಳತೆ} = 18\text{cm} = 2\pi r_{\text{Top}} \Rightarrow r_{\text{Top}} = \frac{9}{\pi}$$

$$\text{ಕೆಳಭಾಗದ ಸುತ್ತಳತೆ} = 6\text{cm} = 2\pi r_{\text{Bottom}} \Rightarrow r_{\text{Bottom}} = \frac{3}{\pi}$$

ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರ = 4cm

$$\text{ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \pi [r_{\text{Top}} + r_{\text{Bottom}}] * l = \pi \left(\frac{9}{\pi} + \frac{3}{\pi} \right) * 4 = 48\text{cm}^2$$



15.4.3. ಟರ್ನಿ ದೇಶದ ಪ್ರಜೆಗಳು ಧರಿಸುವ ಟೋಪಿಗೆ 'ಫೆಜ್' ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ). ಅದರ ತೆರೆದ ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 10 cm ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 4 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಓರೆ ಎತ್ತರವು 15 cm ಆದರೆ ಅದನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು 10ಕ್ಕೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ವಸ್ತುವಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೇಲ್ಭಾಗದ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Top} = 4\text{cm}$

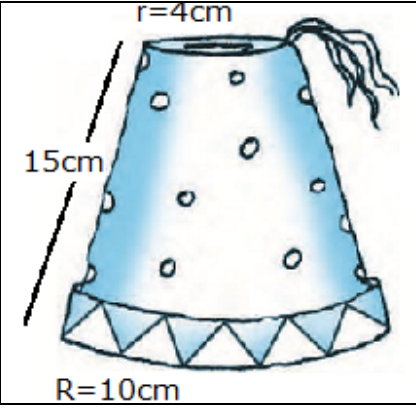
ಕೆಳಭಾಗದ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Bottom} = 10\text{cm}$

ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರ = 15cm

ಫೆಜ್ ತಯಾರಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಬಟ್ಟೆ = ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಮೇಲ್ಭಾಗದ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \pi [r_{Top} + r_{Bottom}] * l + \pi r^2$$

$$= \pi [4+10] * 15 + \pi 4 * 4 = \pi [210+16] = \frac{22}{7} * 226 = \frac{4972}{7} = 710 \frac{2}{7} \text{ cm}^2$$



A Project of www.eShale.org

15.4.4. ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ತೆರೆದಿರುವ ಮತ್ತು ಒಂದು ಲೋಹದ ಹಾಳೆಯಿಂದ ಮಾಡಿದ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕರ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಎತ್ತರ 16 cm, ಅದರ ಕೆಳಭಾಗದ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 8 cm ಮತ್ತು 20 cm ಕ್ರಮವಾಗಿ ಇದೆ. ಈ ಪಾತ್ರೆಯನ್ನು ಹಾಲಿನಿಂದ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. 1 ಲೀಟರ್ ಹಾಲಿನ ಬೆಲೆಯು ರೂ 20 ರಂತೆ ಹಾಲನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ಎಷ್ಟು ಹಣಬೇಕು? ಲೋಹದ ಹಾಳೆಯ ದರ ರೂ 8 ಪ್ರತಿ 100 cm² ಆದರೆ, ಇಡೀ ಪಾತ್ರೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಹಣ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ? ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ)

ಮೇಲ್ಭಾಗದ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Top} = 20\text{cm}$ ಕೆಳಭಾಗದ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Bottom} = 8\text{cm}$ ಭಿನ್ನಕದ ಎತ್ತರ = 16cm
 ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರ = $\sqrt{(r_1 - r_2)^2 + h^2} = \sqrt{(20 - 8)^2 + 16^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20\text{cm}$
 ಪಾತ್ರೆಯ ಗಾತ್ರ = ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ

$$= \frac{1}{3} * \pi * h_{\text{patre}} [r_{Top}^2 + r_{Bottom}^2 + r_{Top} * r_{Bottom}]$$

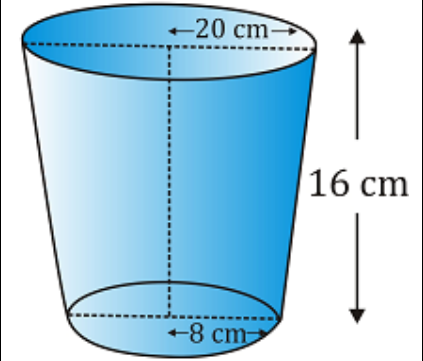
$$= \frac{1}{3} * \frac{22}{7} * 16 [20^2 + 8^2 + 20 * 8] = \frac{1}{3} * \frac{22}{7} * 16 * 624 = \frac{22 * 16 * 208}{7} = 10459.42\text{cm}^3 = 10.45 \text{ ಲೀಟರ್}$$

ಈ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ತಿ ತುಂಬ ಇರುವ ಹಾಲಿನ ಬೆಲೆ = 10.45 * 20 = 209 ರೂ.

ಪಾತ್ರೆಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಹಾಳೆ = ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಹೊರಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಪಾತ್ರೆಯ ತಳದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \pi [r_{Top} + r_{Bottom}] * l + \pi r_{Bottom}^2 = \pi [20 + 8] * 20 + \pi * 8 * 8 = \pi [560 + 64] = \frac{22}{7} * 624\text{cm}^2$$

ಪ್ರತಿ 100cm² ಗೆ 8 ರೂ. ನಂತೆ ಪಾತ್ರೆಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಹಾಳೆಯ ಬೆಲೆ = $\frac{22}{7} * 624 * \frac{8}{100} = 156.75$ ರೂ.



15.4.5. ಒಂದು ಲೋಹದಿಂದ ಮಾಡಿದ ವೃತ್ತಪಾದ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 20 cm ಮತ್ತು ಶೃಂಗ ಕೋನವು 60° . ಈ ಶಂಕುವನ್ನು ಅದರ ಎತ್ತರದ ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ, ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಸಮತಲದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಪಡೆದ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕವನ್ನು ತಂತಿಯ ವ್ಯಾಸ $\frac{1}{16}$ cm ಇರುವಂತೆ ತಂತಿಯಾಗಿ ಎಳೆದರೆ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta ABP \text{ ಯಲ್ಲಿ } \tan 30^\circ = \frac{PB}{AB} = \frac{PB}{10} = \frac{1}{\sqrt{3}} \therefore PB = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ ----- } (= r_{Top})$$

$$\Delta ACR \text{ ಯಲ್ಲಿ } \tan 30^\circ = \frac{RC}{AC} = \frac{RC}{20} = \frac{1}{\sqrt{3}} \therefore RC = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ ----- } (= r_{Bottom})$$

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ

$$= \frac{1}{3} * \pi * h_{Cone} [r_{Top}^2 + r_{Bottom}^2 + r_{Top} * r_{Bottom}]$$

$$= \frac{1}{3} * \frac{22}{7} * 10 \left[\left(\frac{10\sqrt{3}}{3} \right)^2 + \left(\frac{20\sqrt{3}}{3} \right)^2 + \frac{10\sqrt{3}}{3} * \frac{20\sqrt{3}}{3} \right]$$

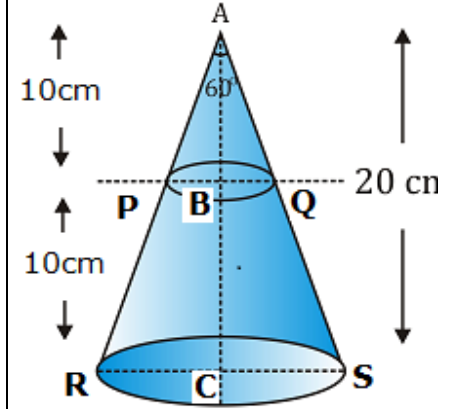
$$= \frac{1}{3} * \pi * 10 * \left[\frac{300 + 1200 + 600}{9} \right] = \pi \frac{7000}{9} \text{ cm}^3 \text{ -----(1)}$$

ವೈರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ = $\frac{1}{2} * \frac{1}{16} = \frac{1}{32}$ cm & ಬೇಕಾಗಿರುವ ವೈರ್ ನ ಉದ್ದ l ಆಗಿರಲಿ

$$\text{ಆಗ ವೈರ್ ನ ಗಾತ್ರ} = \pi r^2 l = \pi * \frac{1}{32} * \frac{1}{32} * l \text{ -----(2)}$$

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ = ವೈರ್ ನ ಗಾತ್ರ \Rightarrow (1) ಮತ್ತು (2) ಸಮ

$$\pi \frac{7000}{9} \text{ cm}^3 = \pi * \frac{1}{32} * \frac{1}{32} * l \therefore l = \frac{7000}{9} * 32 * 32 = 796,444.44 \text{ cm} = 7964.44 \text{ mtrs (ತಂತಿಯಾಗಿ ಎಳೆದ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ)}$$



ಅಭ್ಯಾಸ 15.5

15.5.1. 12 cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸ 10 cm ವ್ಯಾಸ ಇರುವ ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಇದೆ. ಇದರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮುಖವನ್ನು ಒಂದು ತಾಮ್ರದ ತಂತಿಯಿಂದ ಸುತ್ತಿ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಮುಚ್ಚಲಾಗಿದೆ. ತಾಮ್ರದ ತಂತಿಯ ವ್ಯಾಸ 3 mm ಮತ್ತು ಸಾಂದ್ರತೆಯು 8.88 g/cm^3 ಆದರೆ, ತಂತಿಯ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ $R=5\text{cm}$

ತಾಮ್ರದ ತಂತಿಯ ವ್ಯಾಸ 3mm ಆಗಿದ್ದು ಅದು 12cm ಎತ್ತರದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ್ನು ಪೂರ್ತಿ ಸುತ್ತಿದೆ.

$$\text{ಹೀಗಾಗಿ ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = \frac{120\text{mm}}{3\text{mm}} = 12$$

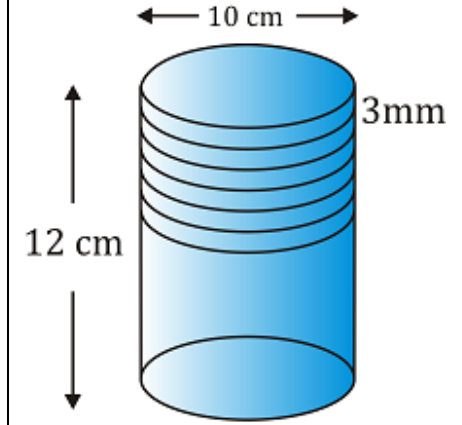
$$1 \text{ ಸುತ್ತನ್ನು ಹಾಕಲು ಬೇಕಾಗುವ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವು ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಸುತ್ತಳತೆಗೆ ಸಮ} = 2\pi R = 2\pi * 5 = 10\pi$$

$$40 \text{ ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಹಾಕಲು ಬೇಕಾಗುವ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ} = 40 * 10\pi = 400 * \frac{22}{7} = 1257.14\text{cm}$$

$$\text{ತಂತಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ } r = \frac{0.3}{2} \text{cm} = 0.15\text{cm}$$

$$\therefore \text{ವೈರ್ ನ ಗಾತ್ರ} = \pi r^2 l = \frac{22}{7} * 0.15 * 0.15 * 1257.14 = 88.897\text{cm}^3$$

$$\text{ಗಾತ್ರಕ್ಕೆ ಸಾಂದ್ರತೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ. } \therefore \text{ವೈರ್ ನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ} = 88.897 * 8.8 = 782.29\text{gm}$$



15.5.2. ಒಂದು ನೇರಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಬಾಹುವನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಬಾಹುಗಳು 3 cm ಮತ್ತು 4 cm ಇದೆ. ಈ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಎರಡು ಶಂಕುಗಳ ಘನಫಲ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [π ಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅಯ್ಯುಕೊಳ್ಳಿ]

ವಿಕರ್ಣದ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸುತ್ತು ಹಾಕಿದಾಗ ನಮಗೆ ಎರಡು ಶಂಕುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದು. ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಳತೆಯವು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಶಂಕುಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗಾತ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ABC ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ

AC ವಿಕರ್ಣವಾಗಿದೆ ಹೀಗಾಗಿ ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2 \quad \therefore AC = 5 = OA + OC$$

$$\text{ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ } 2s = AB + BC + AC = 4 + 3 + 5 = 12 \quad \therefore s = 6$$

$$\begin{aligned} \text{ABC ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{6(6-4)(6-3)(6-5)} = \sqrt{6*2*3*1} = \sqrt{36} = 6\text{cm}^2 \text{ -----(1)} \end{aligned}$$

$$\text{ABC ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} * AC * OB = \frac{1}{2} * 5 * OB \text{ -----(2)}$$

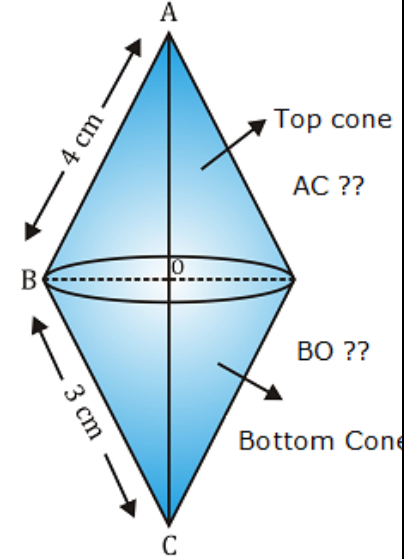
$$(1) \text{ ಮತ್ತು } (2) \text{ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ } 6 = \frac{1}{2} * 5 * OB \quad \therefore OB = \frac{12}{5} \text{cm} = 2.4\text{cm} = r_{\text{Top_Cone}} = r_{\text{Bottom_Cone}}$$

$$\text{ಎರಡು ಶಂಕುಗಳ ಘನಫಲ} = \frac{1}{3} * \pi * (r_{\text{Top_Cone}}^2) * h_{\text{Top_cone}} + \frac{1}{3} * \pi * (r_{\text{Top_Cone}}^2) * h_{\text{Bottom_cone}}$$

$$= \frac{1}{3} * \pi * (r_{\text{Top_Cone}}^2) * \{h_{\text{Top_cone}} + h_{\text{Bottom_cone}}\}$$

$$= \frac{1}{3} * 3.14 * 2.4 * 2.4 * \{OA + OC\} = \frac{1}{3} * 3.14 * 2.4 * 2.4 * \{5\} = 30.14\text{cm}^3$$

$$\text{ಎರಡು ಶಂಕುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \pi r l_{\text{Top_Cone}} + \pi r l_{\text{Bottom_Cone}} = \pi r (l_{\text{Top_Cone}} + l_{\text{Bottom_Cone}}) = 3.14 * 2.4 * (4 + 3) = 52.75\text{cm}^2$$



15.5.3. ಒಂದು ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯ ಒಳಭಾಗದ ಅಳತೆಯು 150 cm x 120 cm x 110 cm ಇದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ 129600 cm³ ನಷ್ಟು ನೀರು ಇದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿನ ಅಂಚಿನವರೆಗೂ ನೀರು ಬರುವ ಹಾಗೆ ರಂದ್ರವಿರುವ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಇದರಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಇಟ್ಟಿಗೆಯು ಅದರ ಏಳನೇಯ ಒಂದು ಭಾಗದಷ್ಟು ನೀರನ್ನು ಹೀರಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಇಟ್ಟಿಗೆಯ ಅಳತೆಯು 22.5 cm x 7.5 cm x 6.5 cm ಇದ್ದರೆ, ನೀರು ತುಂಬಿ ಹೊರಚಲ್ಲದಂತೆ ಎಷ್ಟು ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಅದರಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು?

ತೊಟ್ಟಿಯ ಗಾತ್ರ(ಘನಫಲ) = $lbh = 150 \times 120 \times 110 = 1980000 \text{ cm}^3$ ಈಗ ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ನೀರು = 129600 cm^3

ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ಉಳಿದಿರುವ ಜಾಗ(ಗಾತ್ರ) : $1980000 - 129600 = 1850400 \text{ cm}^3$

1 ಇಟ್ಟಿಗೆಯ ಗಾತ್ರ(ಘನಫಲ) = $lbh = 22.5 \times 7.5 \times 6.5 = 1096.875 \text{ cm}^3$ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n ಅಗಿರಲಿ.

\therefore n ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಗಾತ್ರ(ಘನಫಲ) = $1096.875 \times n \text{ cm}^3$

n ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ನೀರನ್ನು ಹೀರಿಕೊಳ್ಳುವ ಗಾತ್ರ = $n \times \frac{1}{7} \times 1096.875$ -----(1)

ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ನೀರನ್ನು ಹೀರುವುದರಿಂದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟ ಇಳಿಯುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ ಮೇಲಿನಷ್ಟು (1) ಜಾಸ್ತಿ ಜಾಗ ತೊಟ್ಟಿತುಂಬಲು, ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಕಟ್ಟಿಗೆಗಳಿಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

$$\Rightarrow 1850400 + n \times \frac{1}{7} \times 1096.875 = 1096.875 \times n$$

$$\therefore 1850400 = n \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) \times 1096.875 = n \times \frac{6}{7} \times 1096.875 \Rightarrow n = 1792.41 \therefore 1792 \text{ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಬಹುದು}$$

1980000 - 12960
= 1850400

12960

15.5.4. ತಿಂಗಳಿನ ಒಂದು ಪಕ್ಷದಲ್ಲಿ, ನದಿಯ ಕಣಿವೆಯ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ 10 cm ನಷ್ಟು ಮಳೆ ಆಗಿದೆ. ಆ ಕಣಿವೆಯ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 7280 km² ಆಗಿದೆ. ಈ ಕಣಿವೆಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಒಂದೇ ಉದ್ದ, ಅಗಲ, ಅಳವಿರುವ ನದಿಗಳಿವೆ. ಆ ನದಿಗಳ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಅಳಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 1072 km, 75 m ಮತ್ತು 3 m ಆಗಿವೆ. ಮಳೆಯಿಂದ ಮೂರು ನದಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾದ ಒಟ್ಟಾರೆ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವು ಇಡೀ ಕಣಿವೆಯ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ಬಂದ ಮಳೆಯ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರಾಗಿ ಸಮ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಕಣಿವೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $lb=7280\text{km}^2$

ಮಳೆ ಬಿದ್ದ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಣಿವೆಯ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟ(ಎತ್ತರ) ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. ಕಣಿವೆಯಲ್ಲಿ ಬಿದ್ದ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರ $lbh=$

$$7280\text{km}^2 * \frac{10}{100 * 1000} \text{km} = 0.728\text{km}^3 \text{ -----(1)}$$

$$\text{ಮೂರು ನದಿಗಳಲ್ಲಿನ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರ } lbh = 3 * 1072\text{km} * \frac{75}{100} \text{km} * \frac{3}{100} \text{km} = 0.7236\text{km}^3 \text{ -----(2)} \Rightarrow (1) \approx (2)$$

15.5.5. ಒಂದು ತೈಲದ ಅಲಿಕೆಯನ್ನು ತಗಡು (Tin) ಹಾಳೆಯಿಂದ ಮಾಡಿದೆ. ಅದರ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರವು 22 ಛಿಮಿ ಆಗಿದೆ. ಅಲಿಕೆಯ ಕೆಳಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಉದ್ದವು 10 cm ಆಗಿದ್ದು, ಅದರ ವ್ಯಾಸವು 8 cm ಆಗಿದೆ. ಅಲಿಕೆಯ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ವ್ಯಾಸವು 18 cm ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಅಲಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಬೇಕಾದ ತಗಡಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಳಿಕೆಯ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ವೃತ್ತಾಕಾರ ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{\text{Top}}=9\text{cm}$

ನಳಿಕೆಯ ಕೆಳಭಾಗದ ವೃತ್ತಾಕಾರ ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{\text{Bottom}}=4\text{cm}$

ನಳಿಕೆಯ ಕೆಳಭಾಗದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{\text{Cylinder}}=4\text{cm}$ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ $h_{\text{Cylinder}}=10\text{cm}$

ನಳಿಕೆಯು ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದಲ್ಲಿದ್ದು ಅದರ ಎತ್ತರ $h=22-10=12\text{cm}$

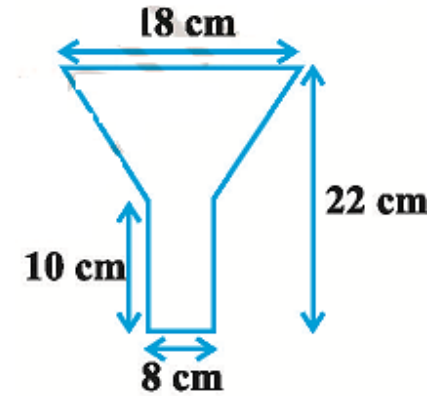
$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ } l = \sqrt{(r_{\text{Top}} - r_{\text{Bottom}})^2 + h^2} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$$

ನಳಿಕೆ ಮತ್ತು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ತಗಡು

= ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

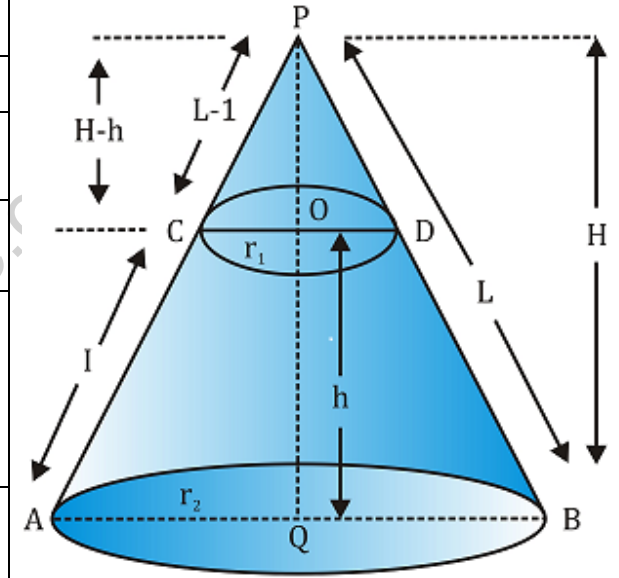
$$= \pi(r_{\text{Top}} + r_{\text{Bottom}})l + 2\pi r_{\text{Cylinder}}h_{\text{Cylinder}} = \pi\{(r_{\text{Top}} + r_{\text{Bottom}})l + 2r_{\text{Cylinder}}h_{\text{Cylinder}}\}$$

$$= \pi\{(9+4)*13 + 2*4*10\} = \frac{22}{7}\{169+80\} = 782\frac{4}{7}\text{cm}^2$$



15.5.6. ವಿಭಾಗ 15.5 ರಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿದ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವ್ಯುತ್ಪತ್ತಿಸಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\Delta PCO \sim \Delta PAQ$	$CO \parallel AQ$ & ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
2	$\frac{CO}{AQ} = \frac{PC}{PA} = \frac{PO}{PQ}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ
3	$\frac{r_1}{r_2} = \frac{L-l}{L} (= \frac{H-h}{H}) \Rightarrow r_1 L = r_2(L-l) = r_2 L - r_2 l$	
4	ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ ABDC ಯ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = PAB ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - PCD ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi r_2 L - \pi r_1(L-l) = \pi \{ r_2 L - r_1 L + r_1 l \} = \pi \{ r_2 L - (r_2 L - r_2 l) + r_1 l \}$ = $\pi (r_2 L - r_2 L + r_2 l + r_1 l) = \pi (r_1 + r_2) l$	
5	ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ವೃತ್ತಶಿರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ವೃತ್ತಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi (r_1 + r_2) l + \pi (r_1)^2 + \pi (r_2)^2 = \pi \{ (r_1 + r_2) l + (r_1)^2 + (r_2)^2 \}$	



15.5.7. ವಿಭಾಗ 15.5 ರಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲದ ಸೂತ್ರವನ್ನು ವಿವರಿಸಿದ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವ್ಯುತ್ಪತ್ತಿಸಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\triangle PCO \sim \triangle PAQ$	$CO \parallel AQ$ & ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
2	$\frac{CO}{AQ} = \frac{PC}{PA} = \frac{PO}{PQ}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ
3	$\frac{r_1}{r_2} = \frac{H-h}{H} (= \frac{L-l}{L}) \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{H-h}{H} = 1 - \frac{h}{H} \Rightarrow \frac{h}{H} = 1 - \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_2 - r_1}{r_2}$ $\therefore H = \left(\frac{r_2 h}{r_2 - r_1} \right) \Rightarrow H-h = \left(\frac{r_2 h}{r_2 - r_1} \right) - h = \left(\frac{r_2 h - r_2 h + r_1 h}{r_2 - r_1} \right) = \left(\frac{r_1 h}{r_2 - r_1} \right)$	
4	$AK = AQ - KQ = r_2 - r_1$ AKC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $AC^2 = AK^2 + KC^2 \Rightarrow l = \sqrt{(r_2 - r_1)^2 + h^2}$	
5	ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ $ABDC$ ಯ ಘನಫಲ = PAB ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ - PCD ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ $= \frac{1}{3} * \pi * r_2^2 * H - \frac{1}{3} * \pi * r_1^2 * (H-h) = \frac{1}{3} * \pi \left\{ r_2^2 * H - r_1^2 * (H-h) \right\} = \frac{1}{3} * \pi \left\{ r_2^2 * \left(\frac{r_2 h}{r_2 - r_1} \right) - r_1^2 * \left(\frac{r_1 h}{r_2 - r_1} \right) \right\}$ $= \frac{1}{3} * \pi h \left\{ r_2^2 * \left(\frac{r_2}{r_2 - r_1} \right) - r_1^2 * \left(\frac{r_1}{r_2 - r_1} \right) \right\} = \frac{1}{3} * \pi h \left(\frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2 - r_1} \right) = \frac{1}{3} * \pi h \left(\frac{(r_2 - r_1)(r_2^2 + r_1^2 + r_2 r_1)}{r_2 - r_1} \right) = \frac{1}{3} * \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$	

