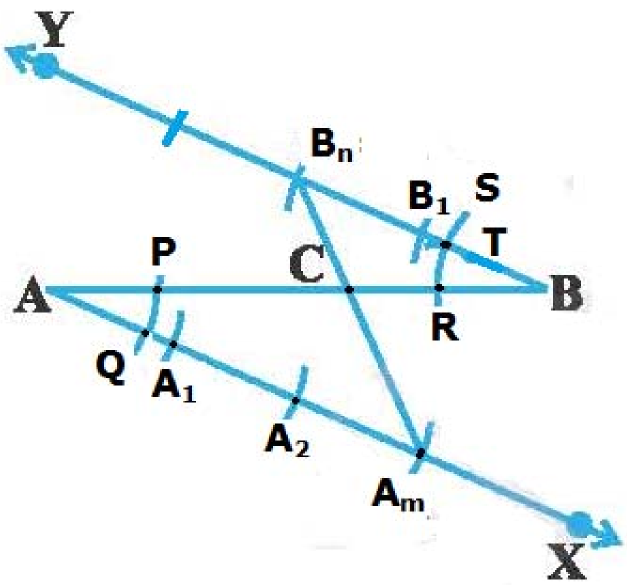
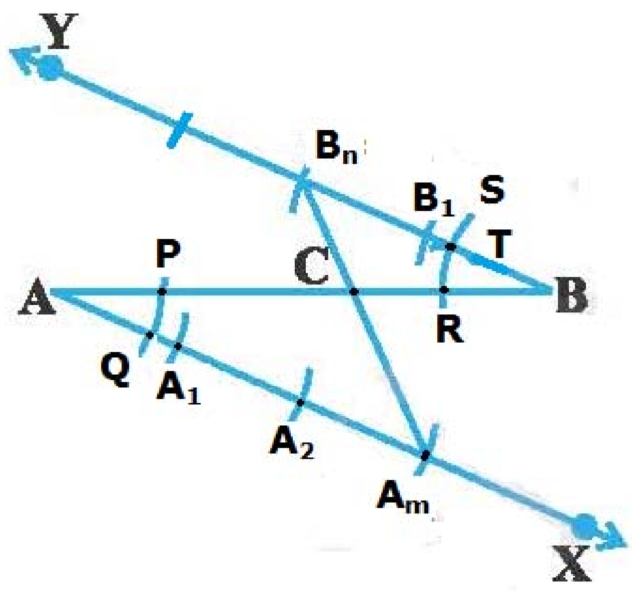
7.2 ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಮತ್ತು ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ (Distance between 2 points and Section Formula):

7.2.1 ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ರೇಖೆಯನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವುದು:

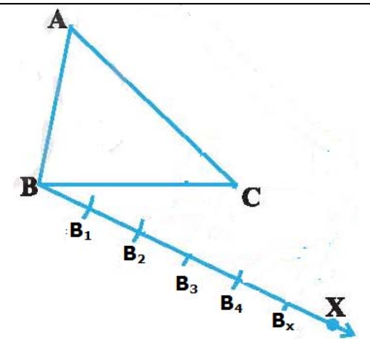
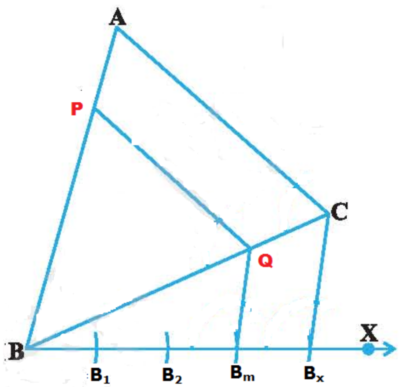
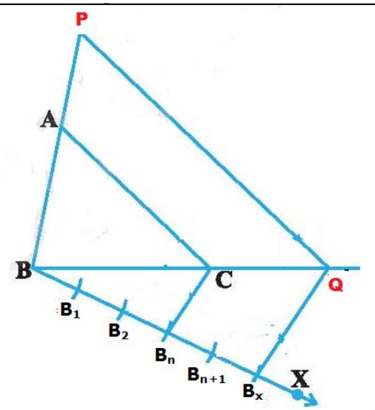
10 cms ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ 3:4 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ**?.** ಹೀಗೆ ಮಾಡಲು ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು ಸಮನಾಗಿ 7 ಭಾಗ ಮಾಡಿ ಅದರಲ್ಲಿ ರೇಖೆಯ ಆದಿಭಾಗದಿಂದ ಮೊದಲ ಮೂರು ಭಾಗ ಮತ್ತು ನಂತರದ 4 ಭಾಗ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು $\frac{10}{7}*3$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. $\frac{10}{7}*3$ ರ ಬೆಲೆ 4.28571...... . ಸಹಜವಾಗಿ ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಿಖರವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಆಧಾರದಿಂದ ನಿಖರವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯ.

ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು m:n ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕ್ರಮ**:**

ಸಂ	ಹಂತಗಳು	ಚಿತ್ರ
1	AB ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವಾಗಿರಲಿ(11CM ಉದ್ದ ಇದೆ ಎನ್ನೋಣ). ಇದನ್ನು m:n ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ(ಉದಾಹರಣೆಗೆ 3:2) ವಿಭಾಗಿಸಬೇಕು	
2	AB ಯೊಂದಿಗೆ ಲಘುಕೋನ ಆಗುವಂತೆ AX ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ(ಉದಾ 30^0 ಅಥವಾ 45^o)	
3	AX ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆಯುವ ಕ್ರಮ: (i) ಕೈವಾರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸೂಕ್ತ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯಿಂದ ಕಂಸ PQ ವನ್ನು A ಯಿಂದ AX ಮೇಲೆ ಎಳೆಯಿರಿ. (ii) ಅದೇ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಕಂಸ RS ನ್ನು B ಯಿಂದ BA ಮೇಲೆ ಎಳೆಯಿರಿ. (iii) PQ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಕಂಸ RS ನ್ನು T ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಿರಿ (iV) B ಮತ್ತು T ಯನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ Y ತನಕ ವಿಸ್ತರಿಸಿ. BY ಯು AX ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.	
4	$AA_1=A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=...A_{m-1}A_m$ ಆಗಿರುವಂತೆ ಸಹಾಯದಿಂದ AX ರೇಖೆಯನ್ನು ‘m’ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮನಾದ ಭಾಗಗಳಾಗುವಂತೆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು AX ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ(ಉದಾ: m=3).	

5	ಅದೇ ಅಳತೆಯಿಂದ(=AA1) BB1=$B_1B_2=B_2B_3=B_3B_4=...B_{n-1}B_n(=AA_1)$ ಆಗಿರುವಂತೆ BY ರೇಖೆಯನ್ನು 'n' ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮನಾದ ಭಾಗಗಳಾಗುವಂತೆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು BY ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ(ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ n= 2).	
6	A_m ಮತ್ತು B_n ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ(ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ A_3 ಮತ್ತು B_2). ಈ ರೇಖೆಯು AB ಯನ್ನು C ಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಲಿ. ಆಗ AC:CB=m:n(ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ 3:2).	
7	ಪ್ರಮಾಣ: ΔAA_mC ಮತ್ತು ΔBB_nC ಗಳಲ್ಲಿನ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ. $\therefore \Delta AA_mC \cong \Delta BB_nC$ (ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ) $\therefore \frac{AA_m}{BB_n} = \frac{AC}{BC}$ ($\because$ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ) ಆದರೆ $\frac{AA_m}{BB_n} = \frac{m}{n}$ (ರಚನೆಯಂತೆ)(ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ $\frac{3}{2}$) $\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{m}{n}$	
	ಗಮನಿಸಿ : ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ AB=11Cm; m=3 ಮತ್ತು n=2 ಮತ್ತು A_m= A_3 ಮತ್ತು B_n= B_2	

ದತ್ತ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿದ್ದು ಅನುರೂಪಬಾಹುಗಳ $\frac{m}{n}$ ರಷ್ಟು ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ರಚನೆಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಧಾನ:

ಸಂ	ಹಂತಗಳು	ಚಿತ್ರ
1	ABC ದತ್ತ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿರಲಿ. ಇದರ ಬಾಹುಗಳ $\frac{m}{n}$ ರಷ್ಟು ಇರುವ ಸಮರೂಪಿ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.	
2	BC ಯ ಕೆಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇದಕ್ಕೆ ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ (30^0 ಅಥವಾ 45^o) BX ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.	
3	$BB_1=B_1B_2=B_2B_3=B_3B_4=...B_{x-1}B_x$ ಆಗುವಂತೆ BX ರೇಖೆಯನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ x= ('m' ಮತ್ತು 'n' ಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ).	
	ಸಂದರ್ಭ 1: $\frac{m}{n}<1$; m<n: ಆಗ x=n (ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟು ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ರಚನೆ) 1. B_x (=B_n) ನ್ನು C ಜೊತೆಗೆ ಸೇರಿಸಿ. 2. B_m ನಿಂದ B_xC ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು BC ಯನ್ನು Q ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಲಿ. 3. Q ನಿಂದ AC ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು BA ಯನ್ನು P ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಲಿ Δ BPQ ಎನ್ನುವುದು Δ BAC ಯ ಬಾಹುಗಳ $\frac{m}{n}$ ರಷ್ಟು ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನ. Δ BPQ ವು Δ BAC ಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ	
	ಸಂದರ್ಭ 2: $\frac{m}{n}>1$ m>n: then x=m (ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟು ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ರಚನೆ) 1. B_n ನ್ನು C ಜೊತೆಗೆ ಸೇರಿಸಿ 2. B_x(=B_m) ನಿಂದ B_nC ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BC ಯನ್ನು Q ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಲಿ 4. Q ನಿಂದ AC ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BA ಯನ್ನು P ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಲಿ Δ BPQ ಎನ್ನುವುದು Δ BAC ಯ ಬಾಹುಗಳ $\frac{m}{n}$ ರಷ್ಟು ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನ	

ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಕೋನವು $\frac{m}{n} < 1$ ಆದಾಗ ದತ್ತ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಆಗಿದ್ದು $\frac{m}{n} > 1$ ಆದಾಗ ದತ್ತ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

7.2.2 ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ: ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸುವುದನ್ನು ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಆಗಾಗ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು(ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಕಂಡದ ಉದ್ದ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು x ಮತ್ತು y ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ಮೂಲಕ ಗುರುತಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ

P (x_1,y_1) ಮತ್ತು Q (x_2,y_2) ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಾಗಿರಲಿ.

ನಾವು PQ ರೇಖಾಖಂಡದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

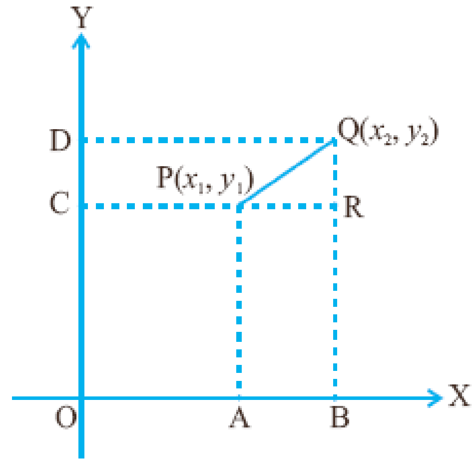
P ಮತ್ತು Q ಗಳಿಂದ X ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ PA ಮತ್ತು QB ಎನ್ನುವ ಲಂಬಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಎಳೆಯಿರಿ.

OA = x_1 ಮತ್ತು OB = x_2 ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

P ಮತ್ತು Q ಗಳಿಂದ Y ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ PC ಮತ್ತು QD ಎನ್ನುವ ಲಂಬಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಎಳೆಯಿರಿ.

OC = y_1 ಮತ್ತು OD = y_2 ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

CP ಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ ಅದು BQ ಯನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.



PR = OB-OA = x_2-x_1 QR = OD-OC = y_2-y_1

ΔPRQ ಎನ್ನುವುದು ಲಂಬಕೋನತ್ರಿಕೋನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ

$PQ^2 = PR^2+RQ^2 = (x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2 \therefore PQ = \sqrt{\{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2\}}$

ಇದನ್ನೇ ದೂರದ ಸೂತ್ರ('Distance formula') ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಉಪಪ್ರಮೇಯ : ಒಂದು ಬಿಂದು ಮೂಲಬಿಂದು(0,0) ಆದರೆ ಸೂತ್ರ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಆಗ ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ O(0,0) P (x,y) ಗೆ ಇರುವ ದೂರ OP = $\sqrt{(x^2+y^2)}$

7.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $P(0,2)$ ಬಿಂದುವು $Q(3,k)$ ಮತ್ತು $R(k,5)$ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ k ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$PQ = \sqrt{\{(3-0)^2+(k-2)^2\}} = \sqrt{(9+k^2-4k+4)}$

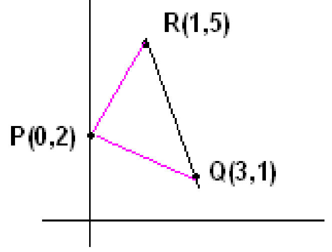
$PR = \sqrt{\{(k-0)^2+(5-2)^2\}} = \sqrt{(k^2+9)}$

PQ=PR ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$9+k^2-4k+4 = k^2+9$

ಇದನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ $k = 1$

$P(0,2)$ ಬಿಂದುವು $Q(3,1)$ ಮತ್ತು $R(1,5)$ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನದೂರದಲ್ಲಿದೆ.



7.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2: $A(10,-18)$, $B(3,6)$ ಮತ್ತು $C(-5,2)$ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಶೇಷತೆ ಏನು?

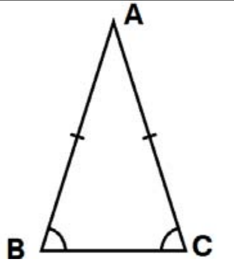
ಪರಿಹಾರ:

$AB = \sqrt{\{(3-10)^2+(6-(-18))^2\}} = \sqrt{(49+576)} = \sqrt{(625)} = 25$

$AC = \sqrt{\{(-5-10)^2+(2-(-18))^2\}} = \sqrt{(225+400)} = \sqrt{(625)} = 25$

$BC = \sqrt{\{(-5-3)^2+(2-6)^2\}} = \sqrt{(64+16)} = \sqrt{(80)}$

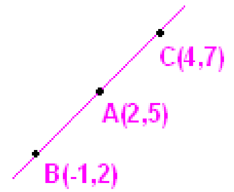
AB=AC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ದತ್ತ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಕೋನ



7.2 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ದೂರದ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ A(2,5), B(-1,2) ಮತ್ತು C(4,7) ಬಿಂದುಗಳು ಏಕ ರೇಖಾಗತ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಸುಳಿವು: BA+AC = BC ಎಂದು ತೋರಿಸಿ

(ಆನಂತರ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಅವು ಏಕ ರೇಖಾಗತ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ)



7.2 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ABC ಯ ಮೂರು ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳು A(4,6),B(0,4) ಮತ್ತು C(6,2) ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ಪರಿಕೇಂದ್ರದ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

O(x,y) ಪರಿಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಲಿ. ಆಗ OA=OB=OC. ಆದುದರಿಂದ $OA^2 = OB^2 = OC^2$

$OA^2 = (x-4)^2+(y-6)^2 = x^2-8x+16+y^2-12y+36$

$OB^2 = (x-0)^2+(y-4)^2 = x^2+y^2-8y+16$

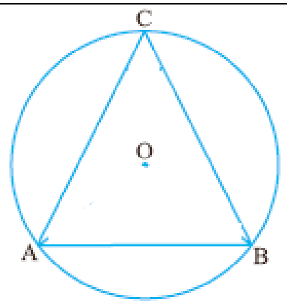
$OC^2 = (x-6)^2+(y-2)^2 = x^2-12x+36+y^2-4y+4$

$OA^2 = OB^2$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $2x+y = 9$ ------(1)

$OA^2 = OC^2$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $x-2y = -3$ ------(2)

ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ x=3 ಮತ್ತು y=3 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ O(3,3) ಯು ΔABC ಯ ಪರಿಕೇಂದ್ರ.



7.2.2 ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ:

ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ನೀಡಿದ ಅನುಪಾತದಂತೆ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರದ ಕುರಿತು ಇಲ್ಲಿ ಕಲಿಯಲಿದ್ದೇವೆ.

AB ಯು A (x_1, y_1) ಮತ್ತು B(x_2, y_2) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿರಲಿ.

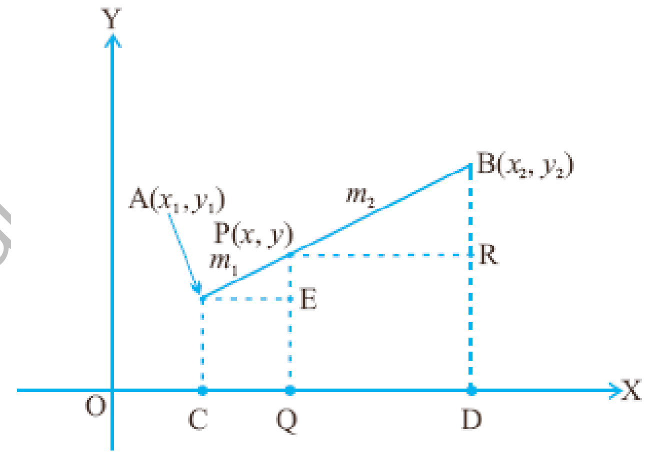
AB ಯನ್ನು ನೀಡಿದ $m_1:m_2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ P(x, y) ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ

A, P ಮತ್ತು B ಗಳಿಂದ x-ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳು x- ಅಕ್ಷವನ್ನು C,Q ಮತ್ತು D ಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.

A ಮತ್ತು P ಗಳಿಂದ x-ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು PQ ಯನ್ನು E ಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತು BD ಯನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.

P ಬಿಂದುವು AB ಯನ್ನು $m_1:m_2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಿದರೆ ಆಗ AP/PB = $\frac{m_1}{m_2}$

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ Δ AEP ಮತ್ತು Δ PRB ಸಮರೂಪಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳು (ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ).



$\therefore$ AE/PR = PE/BR = AP/PB = $\frac{m_1}{m_2}$ --------→(1)

AE = OQ-OC = $x-x_1$; PR = OD-OQ = x_2-x; PE = QP-QE(=CA) = $y-y_1$; BR = DB-DR = y_2-y ಈ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

AE/PR = $(x-x_1)/(x_2-x)$ = PE/PR = $(y-y_1)/(y_2-y)$ = $\frac{m_1}{m_2}$ --------→(2)

$\therefore$ $(x-x_1)/(x_2-x) = m_1/m_2$; $\therefore$ $m_2(x-x_1) = m_1(x_2-x)$ (ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ); $\therefore$ $m_2x - m_2x_1 = m_1x_2 - m_1x$ (ಬಿಡಿಸಿದಾಗ)

$\therefore$ $x(m_2+m_1) = m_1x_2 + m_2x_1$(ಪಕ್ಷಾಂತರದಿಂದ); $\therefore$ $x = (m_1x_2 + m_2x_1)/(m_2+m_1)$(ಭಾಗಿಸಿದಾಗ)

ಅದೇ ರೀತಿ (2) ರಿಂದ $y = (m_1y_2 + m_2y_1)/(m_2+m_1)$

A(x_1, y_1) ಮತ್ತು B(x_2, y_2) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು P ಯು $m_1:m_2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವುದಾದರೆ ಅದರ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು :

$\{(m_1x_2 + m_2x_1)/(m_1+m_2), (m_1y_2 + m_2y_1)/(m_1+m_2)\}$

ಇದೇ ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ 'section formula'.

1. AB ರೇಖೆಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ($m_1 : m_2$ = 1:1) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಯಾವುವು?

ಅದು $\{(x_2+x_1)/2), (y_2+ y_1)/2\}$: (**ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಸೂತ್ರ**)

ಗಮನಿಸಿ: ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದು

2. ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು k:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಯಾವುವು?

ಅವು : $\{(kx_2+x_1)/(k+1), (ky_2+ y_1)/(k+1)\}$

ಗಮನಿಸಿ: ಅನುಪಾತ $m_1 : m_2$ನ್ನು $\frac{m_1}{m_2}:1$ ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು. ಇನ್ನೂ ಸುಲಭವಾಗಿ k:1 ಆಗ $k=\frac{m_1}{m_2}$.

7.2 ಸಮಸ್ಯೆ 5: A (15,5) ಮತ್ತು B(9,20) ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ P(11,15) ಬಿಂದುವು ಆ ರೇಖೆಯನ್ನು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಿದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

P(x,y) ಯು AB ಯನ್ನು k:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಲಿ.

$x_1=15,\ y_1=5,\ x_2=9,\ y_2=20, x=11,\ y=15$

ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದಂತೆ, ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು k:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\{(kx_2+x_1)/(k+1), (ky_2+ y_1)/(k+1)\}$

$\therefore$ $x = (kx_2+x_1)/(k+1)$ ಮತ್ತು $y = (ky_2+ y_1)/(k+1)$

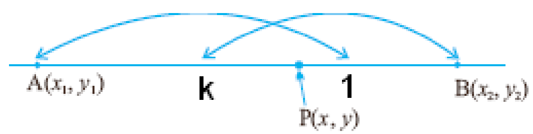
$\therefore\ x = 9k+15/(k+1)$

$\therefore 11 = 9k+15/(k+1)$ ($\because$ x=11 ದತ್ತ)

$\therefore\ 11k+11 = 9k+15$

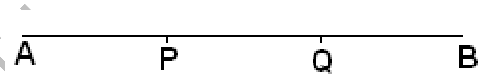
$\therefore 2k=4$ or $k=2$

ಆದುದರಿಂದ P ಯು ರೇಖೆಯನ್ನು 2:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಿದೆ.



7.2 ಸಮಸ್ಯೆ 6: A(6,-2) ಮತ್ತು B(-8,10) ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಮೂರು ಭಾಗ ಮಾಡುವ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿನ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ.

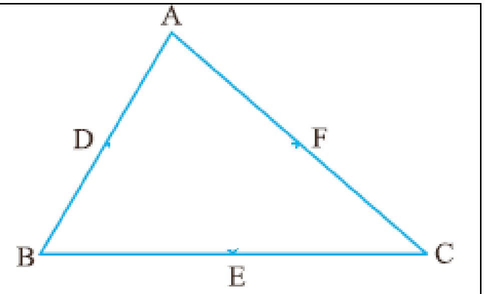
ಪರಿಹಾರ:

AP=PQ=QB (1:1:1) ಎಂದಿರುವಂತೆ P ಮತ್ತು Q ಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಹಂತದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಬೇಕು: 1. AP:PB = 1:2 ಎಂದಿರುವಂತೆ $P(x_1,y_1)$ ಕಂಡುಹಿಡಿ. 2. AQ:QB = 2:1 ಎಂದಿರುವಂತೆ $Q(x_2,y_2)$ ಕಂಡುಹಿಡಿ. ಅವು P (4/3,2) ಮತ್ತು Q (-10/3,6).	

7.2 ಸಮಸ್ಯೆ 7: ತ್ರಿಕೋನ ABC ಯಲ್ಲಿ D(-2,5) ಯು AB ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು. E(2,4) ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಮತ್ತು F(-1,2) ಯು AC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು. A, B ಮತ್ತು C ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

A $=(x_1,y_1)$, B$=(x_2,y_2)$ ಮತ್ತು C$=(x_3,y_3)$ ಆಗಿರಲಿ.



D(-2,5) ಯು AB ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $(x_1+x_2)/2 = -2$ ಮತ್ತು $(y_1+y_2)/2 = 5$ ---(1)

E(2,4) ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $(x_2+x_3)/2 = 2$ ಮತ್ತು $(y_2+y_3)/2 = 4$ ----(2)

F(-1,2) ಯು AC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $(x_1+x_3)/2 = -1$ ಮತ್ತು $(y_1+y_3)/2 = 2$ ---(3)

ಈ ಮೂರೂ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ

$x_1= -5$, $x_2=1$, $x_3= 3$ ಮತ್ತು

$y_1= 3$, $y_2=7$, $y_3= 1$

ಮೂರು ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳು: A(-5,3), B(1,7) ಮತ್ತು C(3,1).

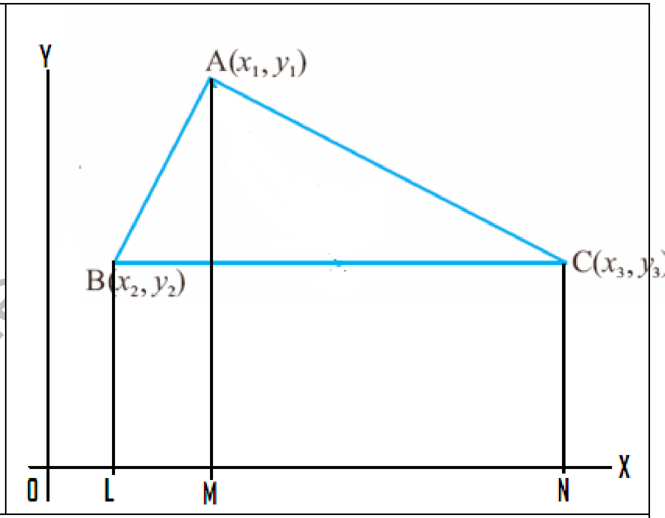
7.2.4 ತ್ರಿಕೋನದ ಶೃಂಗಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ A (x_1, y_1), B(x_2, y_2) ಮತ್ತು C(x_3, y_3) ಗಳು ತ್ರಿಬುಜದ ಬಾಹುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಾಗಿರಲಿ.

BL, AM ಮತ್ತು CN ಗಳು B, A ಮತ್ತು C ಶೃಂಗಗಳಿಂದ x ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳಾಗಿರಲಿ.

$\therefore$ OL = x_2, OM = x_1, ON = x_3 ಮತ್ತು

BL = y_2, AM = y_1, CN = y_3



$\triangle$ABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ BLMA ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ AMNC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ BLNC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

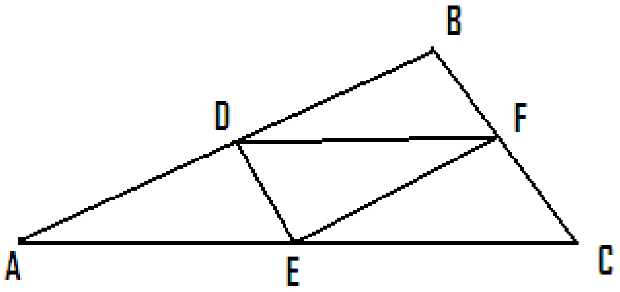
$= \frac{1}{2}(BL+AM)LM + \frac{1}{2}(AM+NC)MN - \frac{1}{2}(BL+NC)LN$

$= \frac{1}{2}(y_2+y_1)(x_1-x_2) + \frac{1}{2}(y_1+y_3)(x_3-x_1) - \frac{1}{2}(y_2+y_3)(x_3-x_2)$

$= \frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_1-y_2)]$ --------- (ಪದಗಳ ಮರುಹೊಂದಾಣಿಕೆ)

A B ಮತ್ತು C ಗಳು ಏಕರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

7.2 ಸಮಸ್ಯೆ 8: D(3,-1), E(2,6) ಮತ್ತು F(-5,7) ಗಳು $\triangle$ABC ಯ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ $\triangle$ABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು**?**

<table>
<tr>
<td>
$\triangle$DEF ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
$= \frac{1}{2}\ [3(6-7)+2(7-(-1))+(-5)(-1-6)]$
$= \frac{1}{2}\ [-3+16+35] = \frac{1}{2}\ (48) = 24$ ಚದರ ಮಾನಗಳು
$\triangle$ABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\triangle$DEF ನ ನಾಲ್ಕರಷ್ಟು ಅಗಿದೆ.
($\because$ ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ- ಪಾಠ 6.13ನೋಡಿ)
$\therefore \triangle$ABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 4*24 = 96$ ಚದರ ಮಾನಗಳು
</td>
<td>


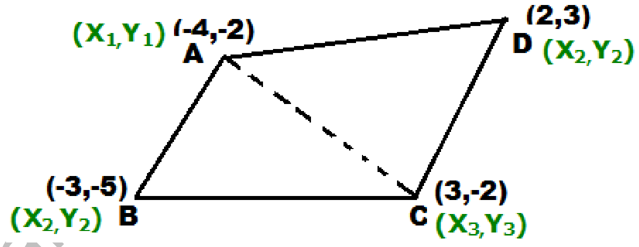
</td>
</tr>
</table>

7.2 ಸಮಸ್ಯೆ 9: ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ ಬಾಹುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (-4,-2), (-3,-5),(3,-2), ಮತ್ತು (2,3) ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ. A ಮತ್ತು C ಸೇರಿಸಿ.

ಆಗ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}[x_1(y_2- y_3) + x_2(y_3- y_1) + x_3(y_1- y_2)]$



$\triangle$ABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}[-4*(-5-(-2))+ -3*(-2-(-2))+ 3*(-2-(-5))] = \frac{1}{2}[12+0+9]= \frac{1}{2}*21$

$\triangle$ACD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}[-4*(3-(-2))+ 2*(-2-(-2))+ 3*(-2-3)] = \frac{1}{2}[-20+0-15]= \frac{1}{2}*(-35)=\frac{1}{2}*(+35)$

($\because$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಋಣವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ)

ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 2 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}(21+35)$ = 28 ಚದರ ಮಾನಗಳು