

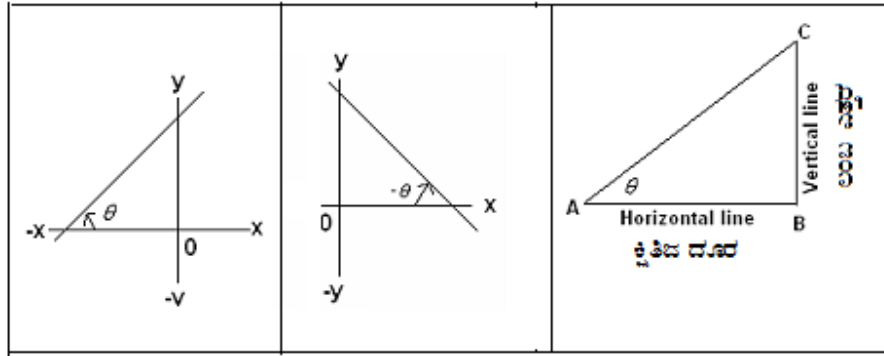
7.3 ರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣ :

ಪೀಠಿಕೆ:

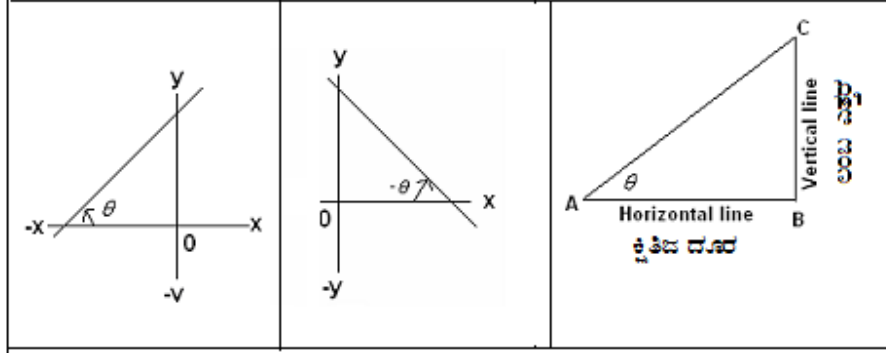
ಪಾಠ 7.1 ರಲ್ಲಿ ಸರಳರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣ $y=mx+c$ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

ಹಾಗೆಯೇ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವೂ ರೇಖಾಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸಿದರೆ ಆ ಬಿಂದುವು ಆ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ.

ಯಾವುದೇ ಸರಳ ರೇಖೆಯು x ಅಕ್ಷದ ಜೊತೆಗೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನವನ್ನು 'ರೇಖೆಯ ಓರೆ' ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.



ಚಿತ್ರ 1	ಚಿತ್ರ 2	ಚಿತ್ರ 3
ರೇಖೆಯ ಓರೆ ಯನ್ನು ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಅಳತೆ ಮಾಡಿದರೆ ಅದು ಧನವಾಗಿರುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 1), $\theta +ve$	ರೇಖೆಯ ಓರೆ ಯನ್ನು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಅಳತೆ ಮಾಡಿದರೆ ಅದು ಋಣವಾಗಿರುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 2), $\theta -ve$	<p>ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು ಎನ್ನುವುದು ಲಂಬ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜ ದೂರ ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವಾಗಿರುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 3)</p> <p>ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು = ಲಂಬ ಎತ್ತರ / ಕ್ಷಿತಿಜ ದೂರ</p> $= \frac{BC}{AB} = \tan \theta$ <p>(8.1 ಪಾಠ ನೋಡಿ) ಈ ಅನುಪಾತವನ್ನು m ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಗುರುತಿಸುತ್ತೇವೆ.</p>



ಚಿತ್ರ 1

ಚಿತ್ರ 2

ಚಿತ್ರ 3

ಗಮನಿಸಿ:

1. X ಅಕ್ಷ ದ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' = 0 ($\tan \theta = 0$ as $\theta = 0^\circ$)
2. Y ಅಕ್ಷ ದ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' = ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ($\tan \theta = \infty \because \theta = 90^\circ$)
3. ಯಾವುದೇ ರೇಖೆಯು, ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ X ಅಕ್ಷ ದೊಡನೆ ಲಘುಕೋನ ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ ಆಗ ಆ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಧನವಾಗಿರುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 1)
4. ಯಾವುದೇ ರೇಖೆಯು, ಪ್ರದಕ್ಷಿಣ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ X ಅಕ್ಷ ದೊಡನೆ ಲಘುಕೋನ ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ ಅಥವಾ ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ X ಅಕ್ಷ ದೊಡನೆ ವಿಶಾಲಕೋನ ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ ಆಗ ಆ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಋಣವಾಗಿರುತ್ತದೆ ($-\tan \theta = \tan(-\theta)$) (ಚಿತ್ರ 2)

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು

P (x_1, y_1) ಮತ್ತು Q (x_2, y_2) ಎರಡು ದತ್ತ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿರಲಿ.

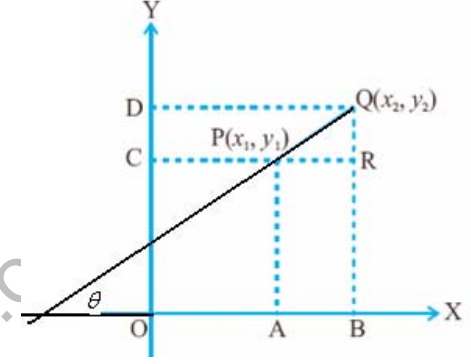
PQ ರೇಖೆಯ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

QP ಯನ್ನು x-ಅಕ್ಷವನ್ನು ಸಂಧಿಸುವಂತೆ ಅದನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಅದು x-ಅಕ್ಷ ದೊಡನೆ θ ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಲಿ

$\therefore CR \parallel$ x-ಅಕ್ಷವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\theta = \angle QPR$

\therefore ಇಳಿಜಾರು = ಲಂಬ ಎತ್ತರ/ಕ್ಷಿತಿಜ ಎತ್ತರ (m) = $\tan \theta = \frac{QR}{PR}$

= $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ = ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ÷ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು



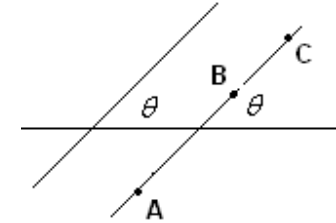
ಗಮನಿಸಿ:

1. ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

(\therefore ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು x-ಅಕ್ಷದೊಡನೆ ಒಂದೇ 'ರೇಖೆಯ ಓರೆ' ಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ)

ವಿಲೋಮವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ ಅವು ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

2. ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಿಂದ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.



ಎರಡು ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಗಳ ಸಂಬಂಧ:

$BA \perp AC$ ಆಗಿರಲಿ. θ ವು AB ಯು x ಅಕ್ಷದೊಡನೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ 'ರೇಖೆಯ ಓರೆ' ಆಗಿರಲಿ.

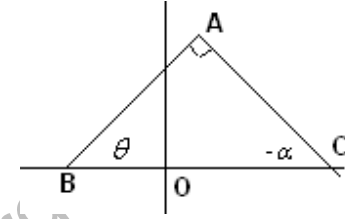
$-\alpha$ ವು AC ಯು x ಅಕ್ಷದೊಡನೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ 'ರೇಖೆಯ ಓರೆ' ಆಗಿರಲಿ. (ಪ್ರದಕ್ಷಿಣವಾಗಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಲಘುಕೋನ)

$$AB \text{ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು'} = \tan \theta = \frac{AC}{AB}$$

$$CA \text{ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು'} = -\tan \alpha = -\frac{AB}{AC}$$

$$\therefore AB \text{ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು'} * CA \text{ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು'} = \left(\frac{AC}{AB}\right) * \left(-\frac{AB}{AC}\right) = -1.$$

3. ಆದುದರಿಂದ ಎರಡು ಲಂಬರೇಖೆಗಳ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ -1 , ವಿಲೋಮವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ -1 ಆಗಿದ್ದರೆ ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬರೇಖೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ



A Project of www.Eshale.org

7.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1: A(5,4), B(-3,-2) ಮತ್ತು C(1,-8) ಗಳು ತ್ರಿಕೋನ ABC ಯ ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳು.

(I) AB ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಎಷ್ಟು?.

(II) ಮಧ್ಯ ರೇಖೆ AD 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಎಷ್ಟು?.

(III) AC ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಎಷ್ಟು?.

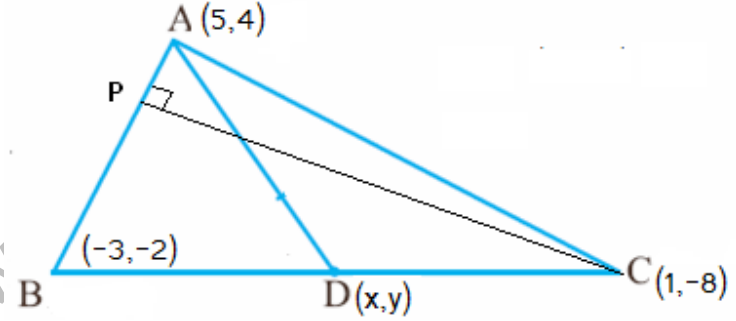
ಪರಿಹಾರ:

$$(I) AB \text{ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು'} = \frac{4 - (-2)}{5 - (-3)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

ಎರಡು ಲಂಬರೇಖೆಗಳ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ -1 ಮತ್ತು

$AB \perp CP$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$$CP \text{ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು'} = -\frac{4}{3}$$



(II) AD ಯ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮೊದಲು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು D(x,y) ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

D ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$$x = \frac{-3+1}{2} = -1 ; y = \frac{-2+(-8)}{2} = -5 \quad \frac{3}{4}$$

$\therefore D(-1, -5)$.

$$AD \text{ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು'} = \frac{4 - (-5)}{5 - (-1)} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$(III) AC \text{ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು'} = \frac{4 - (-8)}{5 - 1} = \frac{12}{4} = 3$$

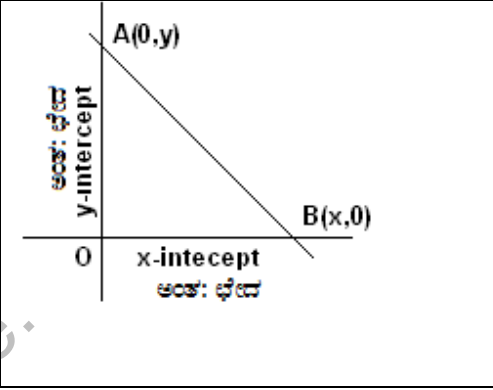
AC ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಸರಳ ರೇಖೆಯ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' = 3

ಅಂತಃ ಛೇದಗಳು:

ಪಾಠ 7.1 ರಲ್ಲಿ ಅಂತಃ ಛೇದ ದ ಕುರಿತು ಕಲಿತಿರುವೆವು:

ಯಾವುದೇ ಸರಳರೇಖೆಯು x ಅಕ್ಷವನ್ನು ಎಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವುದೋ ಆ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ $O(0,0)$ ಗೆ ಇರುವ ದೂರವೇ x - ಅಂತಃ ಛೇದ (x ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ).

ಯಾವುದೇ ಸರಳರೇಖೆಯು x ಅಕ್ಷವನ್ನು ಎಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವುದೋ ಆ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ $O(0,0)$ ಗೆ ಇರುವ ಎತ್ತರವೇ y - ಅಂತಃ ಛೇದ (y ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ).



ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣ:

ಯಾವುದೇ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವು $y=mx+c$ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಮತ್ತು 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಎಂದರೆ ಎನು ಎಂದೂ ನಾವು ಕಲಿತಿರುವೆವು.

1. ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು- ಅಂತಃ ಛೇದ ರೂಪದಲ್ಲಿ

P ಎನ್ನುವುದು ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ (x,y) ಹೊಂದಿರುವ ಬಿಂದುವಾಗಿರಲಿ.

AB ಎನ್ನುವ ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿರಲಿ ಮತ್ತು θ ಅದರ 'ರೇಖೆಯ ಓರೆ' ಆಗಿರಲಿ.

ಅದರ y - ಅಂತಃ ಛೇದ c ಆಗಿರಲಿ, $\therefore OB=c=RQ$

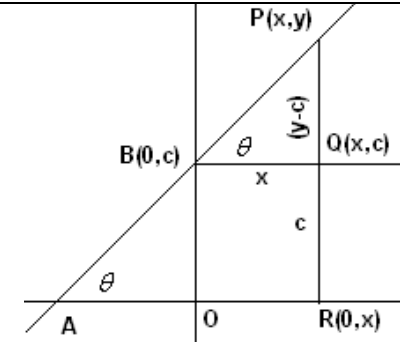
$\therefore PQ = PR - QR = y - c$

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ $\angle PBQ = \theta$

$\therefore m = \tan \theta = \frac{PQ}{BQ} = \frac{(y-c)}{x}$

$\therefore mx = y - c$

ಅಂದರೆ $y = mx + c$ ಎನ್ನುವುದು AB ರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣ.



7.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ರೇಖೆ $2x-5y+4=0$ ನ 'ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು' ಮತ್ತು y ಅಂತಃ ಭೇದ ಕಂಡುಹಿಡಿ

ಪರಿಹಾರ:

ದತ್ತ ರೇಖೆ $2x-5y+4=0$ ($\because y = \left(\frac{2}{5}\right)x + \left(\frac{4}{5}\right)$ { $y=mx+c$ })

ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು $\frac{2}{5}$

ರೇಖೆಯ y ಅಂತಃ ಭೇದ $\frac{4}{5}$

A Project of www.eShale.org