

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

3.1.1. ಅಫ್ತಾಬ್ ತಮ್ಮ ಮಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ, "ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಆಗಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಏಳು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿತ್ತು. ಇನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಕೂಡಾ ಅವತ್ತಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ". (ಈ ಸಂಗತಿಯು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೆ?) ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ .

ಈಗ ಅಫ್ತಾಬ್ ವಯಸ್ಸು x ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಅವರ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು y ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅವರುಗಳ ವಯಸ್ಸು.	ಕ್ರಮವಾಗಿ $x-7$ ಮತ್ತು $y-7$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
2	ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಮಗಳ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ತಂದೆ ವಯಸ್ಸು ಏಳು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿತ್ತು	$x-7 = 7(y-7) = 7y-49$
3	$7y$ ಯನ್ನು ಎಡಗಡೆ ಮತ್ತು -7 ನ್ನು ಬಲಗಡೆ ಕೊಂಡುಹೋಗಿದೆ(ಪಕ್ಷಾಂತರಿಸಿದಾಗ)	$x-7y = -49+7 = -42$ ----- (1)
4	ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವರುಗಳ ವಯಸ್ಸು	ಕ್ರಮವಾಗಿ $x+3$ ಮತ್ತು $y+3$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
5	ಕೊಟ್ಟಿರುವಂತೆ	$x+3 = 3(y+3) = 3y+9$
6	$3y$ ಯನ್ನು ಎಡಗಡೆ ಮತ್ತು $+3$ ನ್ನು ಬಲಗಡೆ ಬಲಗಡೆ ಕೊಂಡುಹೋಗಿದೆ (ಪಕ್ಷಾಂತರ)	$x-3y = +9-3 = 6$ -----(2)
7	ಸಮೀಕರಣ (1) - ಸಮೀಕರಣ(2)	$-7y+3y = -42-6 = -48 \therefore -4y = -48$ $\therefore y = 12$
8	y ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x-36 = 6 \Rightarrow x = 6+36 = 42$
ಈಗಿನ ಅಫ್ತಾಬ್ ರವರ ವಯಸ್ಸು 42 ಮತ್ತು ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು 12 ವರ್ಷಗಳು		

3.1.1. ಅಫ್ತಾಬ್ ತಮ್ಮ ಮಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ, "ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಆಗಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಏಳು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿತ್ತು. ಇನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಕೂಡಾ ಅವತ್ತಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ". (ಈ ಸಂಗತಿಯು ಅಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೆ?) ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ನಮಗೆ ದೊರೆತ ಸಮೀಕರಣಗಳು:

$$x-7y= -42 \text{ \& } x-3y= 6$$

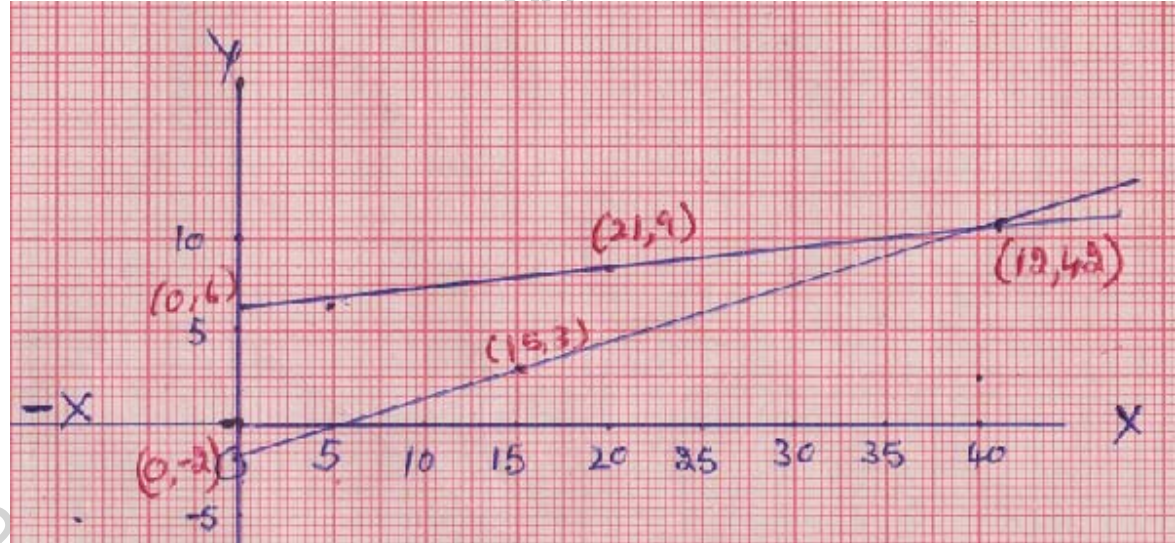
ಸಮೀಕರಣಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ x ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

$$x-7y= -42 \Rightarrow 7y=x+42 \therefore y=\left(\frac{x+42}{7}\right)$$

$x=$	0	21
$\Rightarrow y=$	6	9

$$x-3y= 6 \Rightarrow 3y=x-6 \therefore y=\left(\frac{x-6}{3}\right)$$

$x=$	0	15
$\Rightarrow y=$	-2	3



ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದು $(x,y)=(12,4.2)$ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ ಈಗಿನ ಅಫ್ತಾಬ್ ರವರ ವಯಸ್ಸು 42 ಮತ್ತು ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು 12 ವರ್ಷಗಳು.

3.1.2. ಒಂದು ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡದ ತರಬೇತುಗಾರ್ತಿ 3 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ. 3900 ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಆ ಬಳಿಕ ಅದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೊಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಇನ್ನೂ 3 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ 1300ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ .ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ .

ಒಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ನ ಬೆಲೆ x ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಬಾಲ್ ನ ಬೆಲೆ y ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	3 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆ	$3x+6y= 3900$
2	ಬಲಗಡೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ	$x+2y=1300$ ----- (1)
3	1 ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು 3 ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆ	$x+3y=1300$ -----(2)
4	ಸಮೀಕರಣ (1) - ಸಮೀಕರಣ(2)	$x+3y=x+2y$
5	ಎರಡೂ ಕಡೆಯಿಂದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದವನ್ನು ಕಳೆದಾಗ	$3y=2y \Rightarrow y=0$

ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದಾಗ 1 ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು 2 ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆ = 1 ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು 3 ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆ. ಹೀಗೆ ಇರಲು ವ್ಯಾಪಕಾರಿಕವಾಗಿ ಅಸಾಧ್ಯವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಚೆಂಡುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ x ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

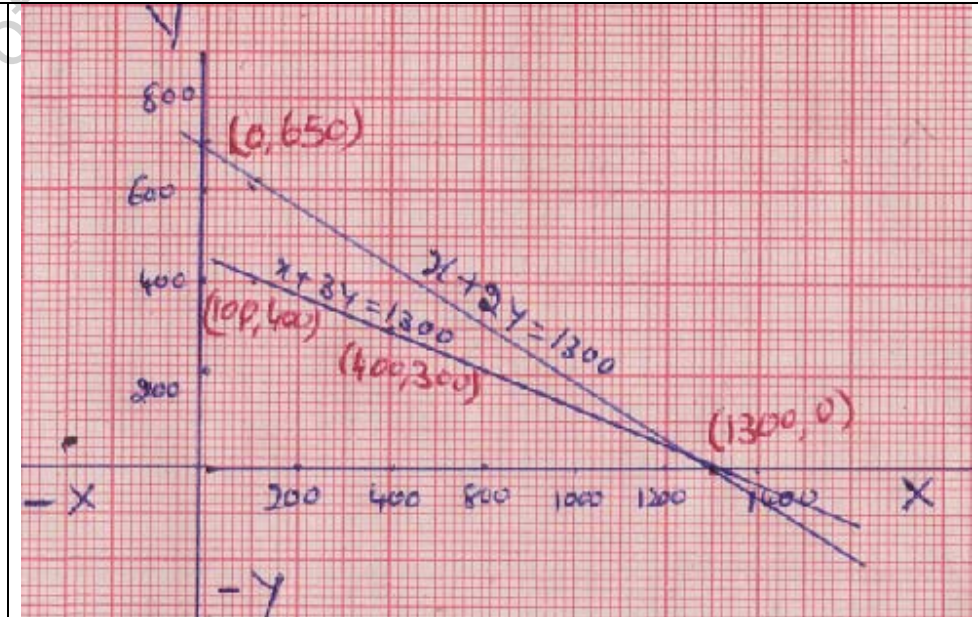
$$x+2y=1300 \therefore y=\left(\frac{1300-x}{2}\right)$$

$x=$	0	1300
$\Rightarrow y=$	650	0

$$x+3y=1300 \therefore y=\left(\frac{1300-x}{3}\right)$$

$x=$	100	400
$\Rightarrow y=$	400	300

ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿದರೂ ಕೂಡ ವ್ಯಾಪಕಾರಿಕವಾಗಿ ಪರಿಹಾರ ಸರಿ ಇಲ್ಲ



3.1.3. ಒಂದು ದಿನ 2 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 1 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಯ ಬೆಲೆಯು ರೂ. 160 ಆಗಿರುವುದು ಕಂಡುಬಂತು ಒಂದು ತಿಂಗಳ ಬಳಿಕ 4 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 2 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಗಳ ಬೆಲೆಯು 300 ಆಗಿತ್ತು. ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಒಂದು ಕೆ.ಜಿ. ಸೇಬಿನ ಬೆಲೆ ಬೆಲೆ x ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೆ.ಜಿ. ದ್ರಾಕ್ಷಿ ಯ ಬೆಲೆ y ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	2 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 1 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಯ ಬೆಲೆಯು ರೂ. 160	$2x+y=160$ ---(1)
2	ಒಂದು ತಿಂಗಳ ಬಳಿಕ 4 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 2 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಗಳ ಬೆಲೆಯು	$4x+2y=300$ ----- (2)
3	ಸಮೀಕರಣ(2) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ	$2x+y=150$ ----- (3)
4	ಸಮೀಕರಣ (1) = ಸಮೀಕರಣ(3)	$160=150$

ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದಾಗ ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಒಂದೇ ಅಗಿದ್ದು 2 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 1 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿರುವುದರಿಂದ ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ x ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

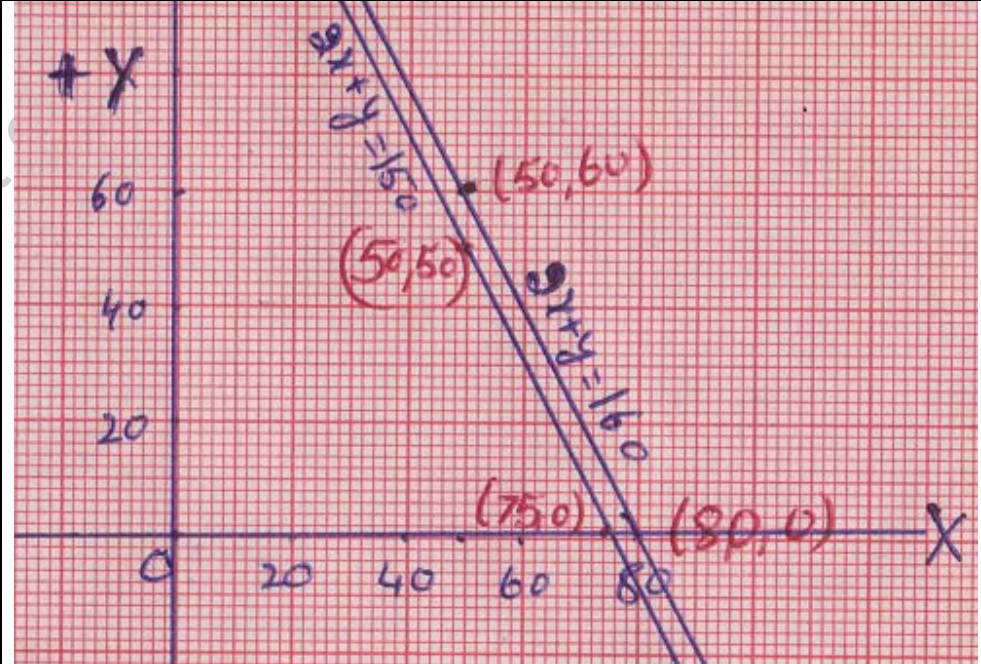
$$2x+y=160 \therefore y=160-2x$$

$x=$	80	50
$\Rightarrow y=$	0	60

$$2x+y=150 \therefore y=150-2x$$

$x=$	75	50
$\Rightarrow y=$	0	50

ರೇಖೆಗಳು ಸಂಧಿಸದೇ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಇರುವುದರಿಂದ ಪರಿಹಾರ ಇಲ್ಲ.



ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

3.2.1. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ನಕ್ಷಾಕ್ರಮದಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

3.2.1.(i) X ತರಗತಿಯ 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದರು. ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ., ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ ಹುಡುಗರ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದರು	$x+y=10$ -----(1)
2	ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ, ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ	$y=x+4$ -----(2)
3	y ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x+x+4=10$
4	4 ನ್ನು ಬಲಗಡೆ ಬಲಗಡೆ ಕೊಂಡುಹೋಗಿದೆ (ಪಕ್ಷಾಂತರಿಸಿದಾಗ)	$2x=10-4=6 \quad \therefore x=3$
5	x ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$y=3+4=7$

A Project of www.kannada.org

ಸಮೀಕರಣಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ x ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

$$x+y=10 \Rightarrow y=10-x$$

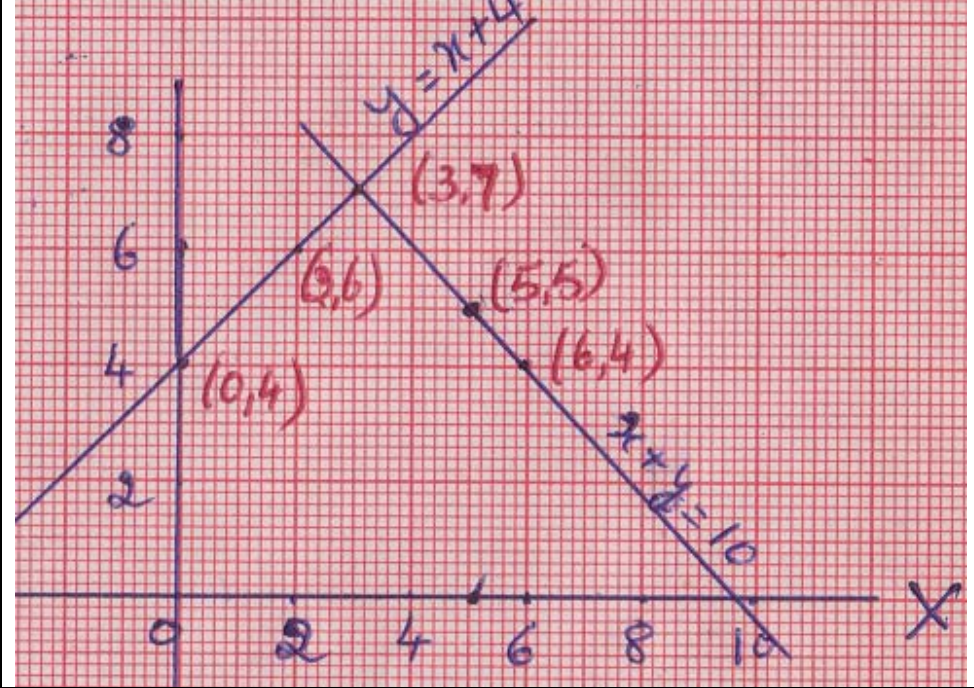
$x=$	5	6
$\Rightarrow y=$	5	4

$$y=x+4$$

$x=$	0	2
$\Rightarrow y=$	4	6

ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದು $(x,y)=(3,7)$ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಮತ್ತು ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ 3.



3.2.1.(ii) 5 ಪೆನ್ನಿಲು ಮತ್ತು 7 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ.50. ಹಾಗೆಯೇ 7 ಪೆನ್ನಿಲು ಮತ್ತು 5 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ.46. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆನ್ನಿಲಿನ ಹಾಗೂ ಪೆನ್ನಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಒಂದು ಪೆನ್ನಿಲ್ ನ ಬೆಲೆ x ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಪೆನ್ ನ ಬೆಲೆ y ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	5 ಪೆನ್ನಿಲು ಮತ್ತು 7 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ	$5x+7y= 50$ -----(1)
2	7 ಪೆನ್ನಿಲು ಮತ್ತು 5 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ.46	$7x+5y=46$ ----- (2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	$35x+49y=350$ -----(3)
4	ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	$35x+25y=230$ -----(4)
5	ಸಮೀಕರಣ (3) - ಸಮೀಕರಣ (4)	$35x+49y-35x-25y=350-230 \Rightarrow 24y=120 \therefore y=5$
6	y ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$5x = 50-7y=50-35=15 \therefore x=3$

ಸಮೀಕರಣಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ x ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

$$5x+7y=50 \Rightarrow 7y=50-5x$$

$$\therefore y = \left(\frac{50-5x}{7} \right)$$

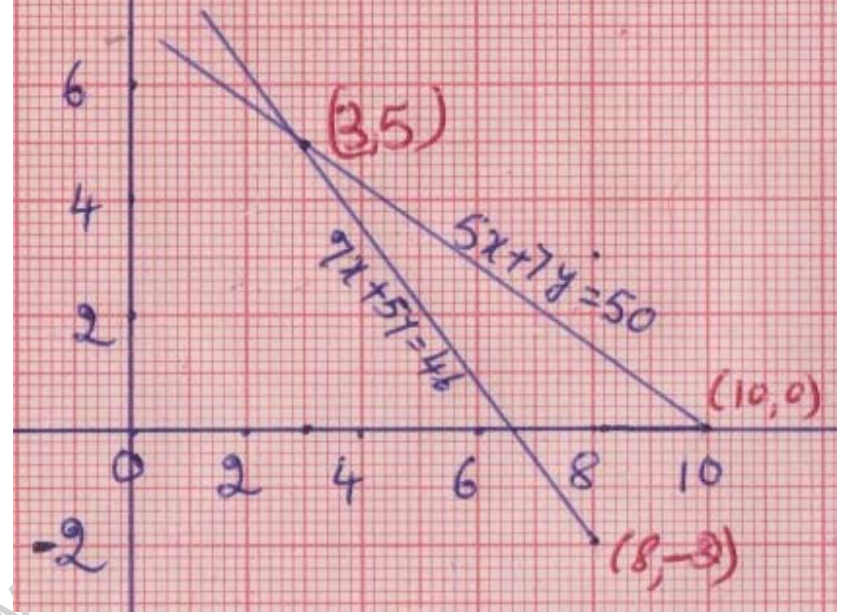
$x=$	10	3
$\Rightarrow y=$	0	5

$$7x+5y=46 \Rightarrow 5y=46-7x$$

$$\therefore y = \left(\frac{46-7x}{5} \right)$$

$x=$	8	3
$\Rightarrow y=$	-2	5

ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದು $(x,y)=(3,5)$ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಪೆನ್ಸಿಲ್ ನ ಬೆಲೆ ರೂ.3 ಮತ್ತು ಒಂದು ಪೆನ್ ನ ಬೆಲೆ ರೂ.5



3.2.2. $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2}$ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆಯೇ? ಅಥವಾ ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆಯೇ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

	ಹೇಳಿಕೆ	ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ	ತೀರ್ಮಾನ
(i)	$5x - 4y + 8 = 0$ $(a_1x+b_1y+c_1=0)$ $7x + 6y - 9 = 0$ $(a_2x+b_2y+c_2=0)$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{-9}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.
(ii)	$9x + 3y + 12 = 0$ $(a_1x+b_1y+c_1=0)$ $18x + 6y + 24 = 0$ $(a_2x+b_2y+c_2=0)$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{12}{24}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದರಲ್ಲಿಂದು ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆ. ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ
(iii)	$6x - 3y + 10 = 0$ $(a_1x+b_1y+c_1=0)$ $2x - y + 9 = 0$ $(a_2x+b_2y+c_2=0)$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$	$\frac{1}{2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರಗಳು. ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ.

3.2.3. $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2}$ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೇ? ಅಥವಾ ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೇ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

	ಹೇಳಿಕೆ	ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ	ತೀರ್ಮಾನ
(i)	$3x + 2y = 5$ ($a_1x + b_1y = -c_1$) $2x - 3y = 7$ ($a_2x + b_2y = -c_2$)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-3}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-7}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ.
(ii)	$2x - 3y = 8$ ($a_1x + b_1y = -c_1$) $4x - 6y = 9$ ($a_2x + b_2y = -c_2$)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9}$	$\frac{1}{2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರಗಳು. ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ
(iii)	$\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$ ($a_1x + b_1y = -c_1$) $9x - 10y = 14$ ($a_2x + b_2y = -c_2$)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2*9}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{5}{3*(-10)}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{7}{14}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ
(iv)	$5x - 3y = 11$ ($a_1x + b_1y = -c_1$) $-10x + 6y = -22$ ($a_2x + b_2y = -c_2$)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{-10}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{6}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{11}{-22}$	$-\frac{1}{2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದರಲ್ಲಿಂದು ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆ. ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ.
(v)	$\frac{4}{3}x + 2y = 8$ ($a_1x + b_1y = -c_1$) $2x + 3y = 12$ ($a_2x + b_2y = -c_2$)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{3*2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{3}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{12}$	$\frac{2}{3} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದರಲ್ಲಿಂದು ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆ. ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ

3.2.4. ಮುಂದೆ ನೀಡಿದವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ/ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ/? ಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ, ನಕ್ಷಾತ್ರಮದಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

	ಹೇಳಿಕೆ	ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ	ತೀರ್ಮಾನ
(i)	$x+y=5$ ($a_1x+b_1y=-c_1$) $2x+2y=10$ ($a_2x+b_2y=-c_2$)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದರಲ್ಲೊಂದು ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆ. ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ
(ii)	$x-y=8$ ($a_1x+b_1y=-c_1$) $3x-3y=16$ ($a_2x+b_2y=-c_2$)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{3} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರಗಳು. ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ
(iii)	$2x+y-6=0$ ($a_1x+b_1y+c_1=0$) $4x-2y-4=0$ ($a_2x+b_2y+c_2=0$)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-6}{-4}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ
(iv)	$2x-2y-2=0$ ($a_1x+b_1y+c_1=0$) $4x-4y-5=0$ ($a_2x+b_2y+c_2=0$)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-5}$	$\frac{1}{2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರಗಳು. ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ

ಸಮೀಕರಣಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು.

ಅಂದರೆ x ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

3.2.4. (i) $x+y=5$ & $2x+2y=10$

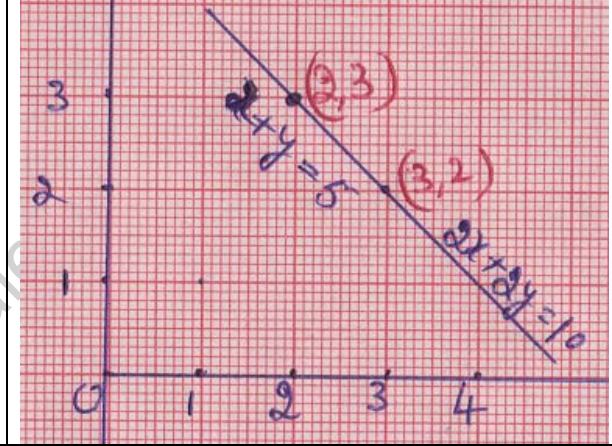
$$x+y=5 \Rightarrow y=5-x$$

$x=$	2	3
$\Rightarrow y=$	3	2

$$2x+2y=10 \Rightarrow 2y=10-2x \Rightarrow y=5-x$$

$x=$	2	3
$\Rightarrow y=$	3	2

ರೇಖೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ ಹಾಗಾಗಿ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ



3.2.4. (iii) $2x+y-6=0$ & $4x-2y-4=0$

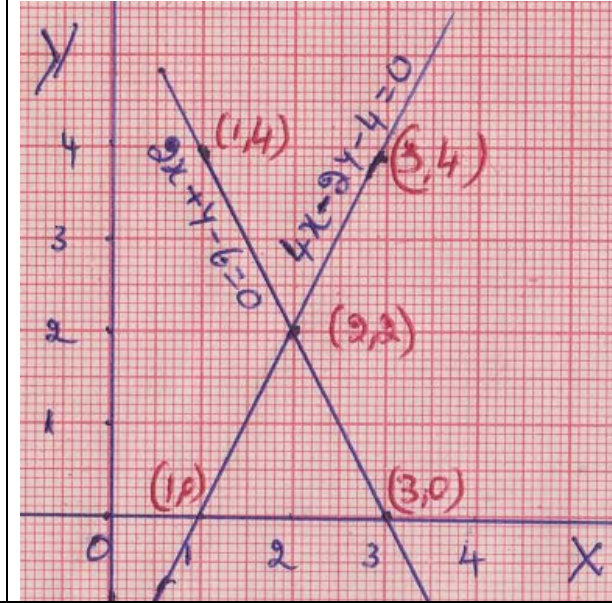
$$2x+y-6=0 \Rightarrow y=6-2x$$

$x=$	1	3
$\Rightarrow y=$	4	0

$$4x-2y-4=0 \Rightarrow 2y=4x-4 \Rightarrow y=2x-2$$

$x=$	1	3
$\Rightarrow y=$	0	4

ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದು $(x,y)=(2,2)$ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ.



3.2.5. ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 4m ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ಒಂದು ಹೂದೋಟದ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅರ್ಧವು 36m. ಹೂದೋಟದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಆಯತದ ಉದ್ದ y ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಅಗಲ x ಆಗಿರಲಿ.

ಹಂತ	ಕ್ರಿಯೆ/ಹೇಳಿಕೆ	ಪರಿಣಾಮ
1	ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 4m ಹೆಚ್ಚು	$y-x=4$ -----(1)
2	ಹೂದೋಟದ ಅರ್ಧ ಸುತ್ತಳತೆ 36m	$x+y=36$ ----- (2)
3	ಸಮೀಕರಣ (1) + ಸಮೀಕರಣ (2)	$2y=40 \therefore y=20$
4	y ಬೆಲೆಯನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ	$x+20=36 \therefore x=16$
ಆಯತದ ಉದ್ದ 20m ಮತ್ತು ಅಗಲ 16m.		

A Project of www.eShale.in

3.2.6. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ $2x + 3y - 8 = 0$ ಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ . ಹೊಸತಾದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ, ಹೇಗೆಂದರೆ ಉಂಟಾದಂತಹ ಜೋಡಿಗಳ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರಬೇಕು .

i)ಭೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು ii)ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು (iii) ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು

ನೀಡಿದ ಸಮೀಕರಣ $2x + 3y - 8 = 0$ ($a_1x + b_1y + c_1 = 0$) ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 2$, $b_1 = 3$ & $c_1 = -8$

ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಹೊಸತಾದ ಸಮೀಕರಣ ($a_2x + b_2y + c_2 = 0$) ಆಗಿರಲಿ. ಇದರ ಸಂಖ್ಯಾಸಹಗುಣಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಿದೆ.

	ಬೇಕಾದ ರೇಖೆಗಳು	ಪಾಲಿಸಬೇಕಾದ ನಿಯಮ	$a_2 = ?$ $b_2 = ?$ & $c_2 = ?$	ಪರಿಣಾಮ	ನೂತನ ಎರಡನೇ ಸಮೀಕರಣ
(i)	ಭೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	$a_1 = 2$, $b_1 = 3$ & $c_1 = -8$ $a_2 = 2$ $b_2 = 4$ & $c_2 = -5$ ಆದಾಗ	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{2} = 1$; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{4}$; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-8}{-5} = \frac{1}{2}$	$2x + 4y - 5 = 0$
(ii)	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	$a_1 = 2$, $b_1 = 3$ & $c_1 = -8$ $a_2 = 4$ $b_2 = 6$ & $c_2 = -8$ ಆದಾಗ	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-8}{-8} = 1$	$4x + 6y - 8 = 0$
(iii)	ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	$a_1 = 2$, $b_1 = 3$ & $c_1 = -8$ $a_2 = 6$ $b_2 = 9$ & $c_2 = -24$ ಆದಾಗ	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-8}{-24} = \frac{1}{3}$	$6x + 9y - 24 = 0$

3.2.7. $x - y + 1 = 0$ ಮತ್ತು $3x + 2y - 12 = 0$ ಸಮೀಕರಣಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು x- ಅಕ್ಷದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿರಿ ಹಾಗೂ ತ್ರಿಕೋನೀಯ ವಲಯವನ್ನು ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿರಿ.

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಅಂದರೆ x ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

$$x - y + 1 = 0 \Rightarrow y = x + 1$$

x=	1	-1
$\Rightarrow y=$	2	0

$$3x + 2y - 12 = 0 \Rightarrow 2y = 12 - 3x \therefore y = \left(\frac{12 - 3x}{2}\right)$$

x=	0	4
$\Rightarrow y=$	6	0

ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದು $(x,y)=(2,3)$.

ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಶೃಂಗಗಳು $(-1,0), (2,3)$ & $(4,0)$

