

7.4 ಏಕಕಾಲಿಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸುವುದು

ಏಕಕಾಲಿಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ನಮಗೆ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳು ಬೇಕು. ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಈಗಾಗಲೇ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ(ಪಾಠ 2.14).

ಈಗ ನಾವು ಏಕಕಾಲಿಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ತಿಳಿಯುವೆ.

ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರ ಸಿಗುವುದು ನೋಡೋಣ.

“ x ವಸ್ತುಗಳ ತಯಾರಿಕಾ ವೆಚ್ಚ $(50+3x)$ ರೂ. ಗಳು. x ವಸ್ತುಗಳ ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆ $4x$ ರೂ. ಎಷ್ಟು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದಾಗ ಲಾಭವೂ/ನಷ್ಟವೂ ಎರಡೂ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ?”

A Project of www.EStale.org

7.4 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ನಕ್ಷೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿ: $2x - y = 3$ ಮತ್ತು $x + 2y = 6$

ಪರಿಹಾರ:

ಹಂತ 1 : ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಬರೇ 'y' ಬರುವಂತೆ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ.

$$2x - y = 3 \quad \therefore y = 2x - 3 \text{ (ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾವಣೆ).}$$

ಹಂತ 2 : x ನ ಕೆಲವು ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ

x →	0	1	2	3
y →	-3	-1	1	3
(x, y)	(0, -3)	(1, -1)	(2, 1)	(3, 3)

ಹಂತ 3 : (x, y) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳುಳ್ಳ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ, ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಿಂದ ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು $2x - y = 3$.

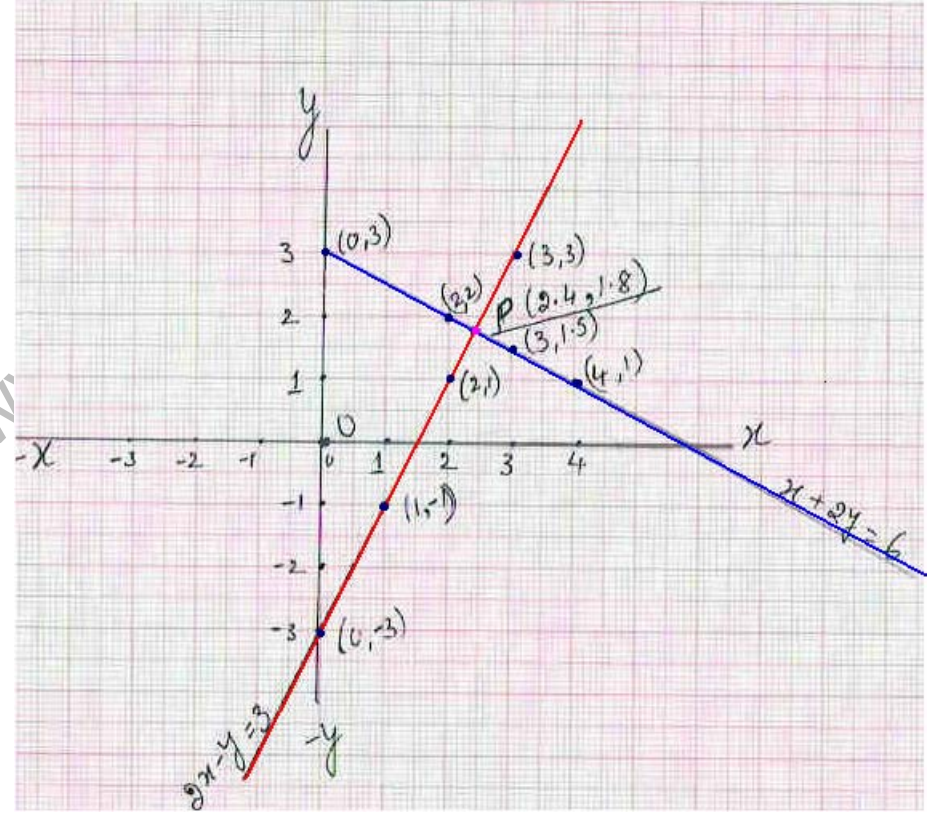
ಗಮನಿಸಿ:

1. ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಲು ಕೇವಲ 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕಾದರೂ ನಾವು (x, y) ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದ್ದೇವೆ. ಏಕೆಂದರೆ, $2x - y = 3$ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಸಲು.

2. ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕದೇ ಇರುವ ಇನ್ನೂ ಹಲವು ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (0.5, -2) $2x - y = 3$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುತ್ತವೆ.

ನಮಗೆ ಈಗ, ಮೇಲಿನ ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಇನ್ನೊಂದು ಸರಳರೇಖೆ ಬೇಕು. ಆ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳೇ x ಮತ್ತು y ಗಳ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆಗಳಾಗಿವೆ.

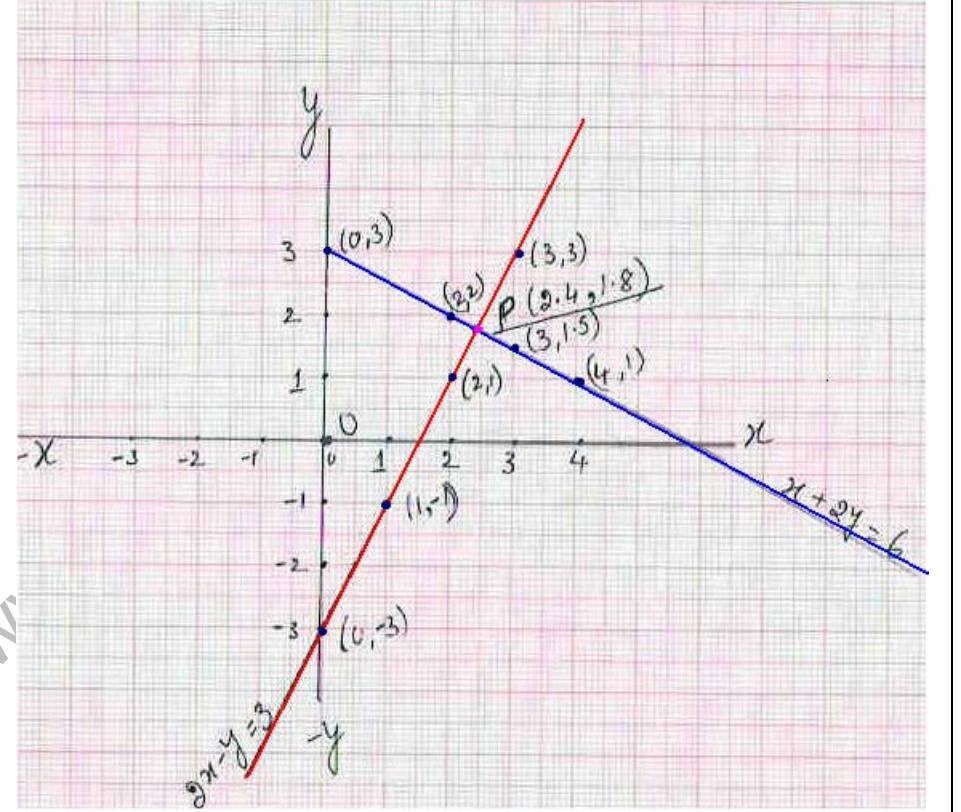
ಇದಕ್ಕಾಗಿ $x + 2y = 6$ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆ ಎಳೆಯುವಾ.



ಹಂತ 4: ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಬರೇ 'y' ಬರುವಂತೆ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ. $2y = 6-x \therefore y = \frac{(6-x)}{2}$
ಹಂತ 5 : x ನ ಕೆಲವು ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ

x →	0	2	3	4
y →	3	2	1.5	1
(x, y)	(0,3)	(2,2)	(3,1.5)	(4,1)

ಹಂತ 6 : (x, y) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳುಳ್ಳ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ, ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಿಂದ ಸೇರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು $x+2y = 6$



ಹಂತ 7 : ಎರಡೂ ಸರಳರೇಖೆಗಳು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ. (2 ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸದಿದ್ದರೆ, ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ.)

ಹಂತ 8 : P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ನೋಡಿ: (2.4, 1.8).

ತೀರ್ಮಾನ: ಸಮಸ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರ: $x = 2.4$, $y = 1.8$

ತಾಳೆ:

ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಹೋಗಲಾಡಿಸುವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿ:

$$2x-y = 3 \implies (1)$$

$$x+2y = 6 \implies (2)$$

(1) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ: $4x-2y = 6 \implies (3)$

(2) , (3) ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ 5x+0 = 12 \\ \text{-----} \end{array}$$

ಅಂದರೆ. $x = 2.4$

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ.

$$2.4+2y=6$$

$$2y = 3.6 (=6-2.4)$$

ಅಂದರೆ, $y=1.8$

ಈಗ ದೊರೆತ x, y ಗಳ ಬೆಲೆಗಳು ಮೇಲೆ ದೊರೆತ P ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳೇ ಆಗಿವೆ.

A Project Of www.eShale.org

7.4 ಸಮಸ್ಯೆ 2 : ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ: $2x+2y = 4$, ಮತ್ತು $x+y = 2$

ಪರಿಹಾರ :

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣ: $2x+2y = 4$

ಹಂತ 1: ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ y ಎಡಕ್ಕೆ ಇರುವಂತೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ:

$$y = 2-x \quad (\text{ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ})$$

ಹಂತ 2: x ನ ಕೆಲವು ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ

$x \rightarrow$	0	1	2	3
$y \rightarrow$	2	1	0	-1
(x, y)	(0,2)	(1,1)	(2,0)	(3,-1)

ಹಂತ 3: (x, y) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ

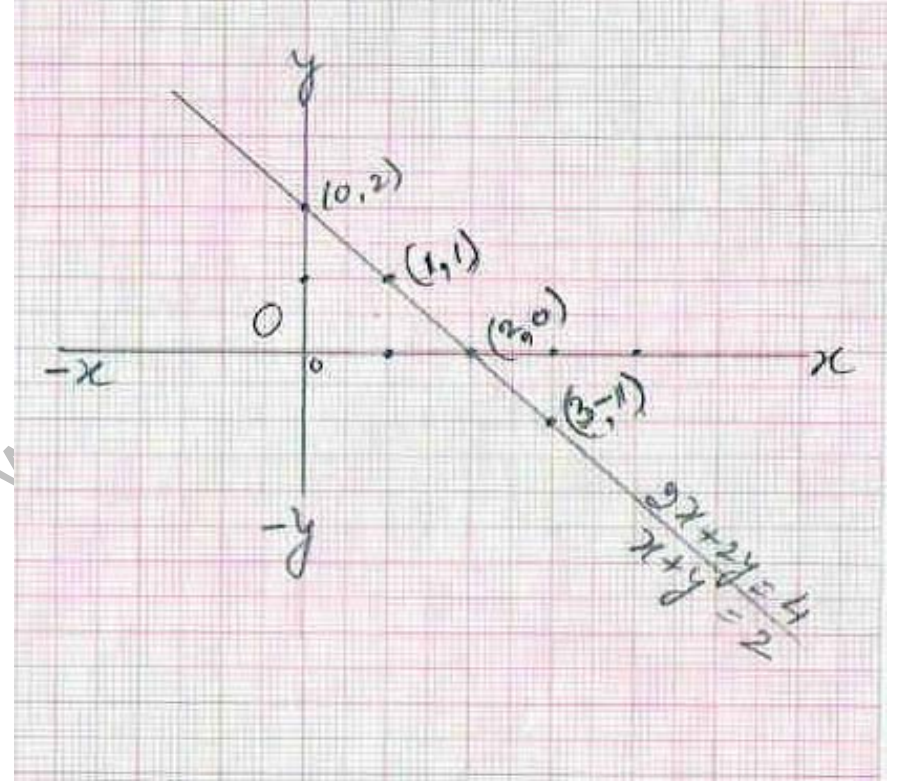
$2x+2y=4$ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ.

ಹಂತ 4: 2ನೇ ಸಮೀಕರಣವು $y = 2-x$ (ಪಕ್ಕಾಂತರಿಸಿದಾಗ)

ಹಂತ 5 : ಈ ಸಮೀಕರಣವು ಮೇಲಿನಂತೆಯೇ ಇದೆ (x,y) ಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಹಂತ 2 ರಂತಿದೆ.

$x \rightarrow$	0	1	2	3
$y \rightarrow$	2	1	0	-1
(x, y)	(0,2)	(1,1)	(2,0)	(3,-1)

ಹಂತ 6 : ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಹಂತ 2 ರಲ್ಲಿರುವಂತೆಯೇ ಇರುವುದರಿಂದ, ನಕ್ಷಾರೇಖೆಯು ಮೊದಲಿನ ರೇಖೆಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.



ತೀರ್ಮಾನ: ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯವಾಗುವಂತೆ (x, y) ಗಳ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಬೆಲೆಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. **ತಾಳೆ :** ಪಾಠ 2.14 ನಲ್ಲಿ 3 ನೇ ಲೆಕ್ಕ ನೋಡಿ.

7.4 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ನಕ್ಷಾಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿ: $2x+2y = 4$, $x+y = 3$.

ಪರಿಹಾರ:

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣ: $2x+2y = 4$

ಹಂತ 1: ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ y ಎಡಕ್ಕೆ ಇರುವಂತೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ:

$$y = 2-x \quad (\text{ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ})$$

ಹಂತ 2: x ನ ಕೆಲವು ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ.

$x \rightarrow$	0	1	2	3
$y \rightarrow$	2	1	0	-1
(x, y)	(0,2)	(1,1)	(2,0)	(3,-1)

ಹಂತ 3: (x, y) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ

$2x+2y=4$ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ

ಹಂತ 4: 2ನೇ ಸಮೀಕರಣವು $y = 3-x$ (ಪಕ್ಕಾಂತರಿಸಿದಾಗ)

ಹಂತ 5: x ನ ಕೆಲವು ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ y ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ

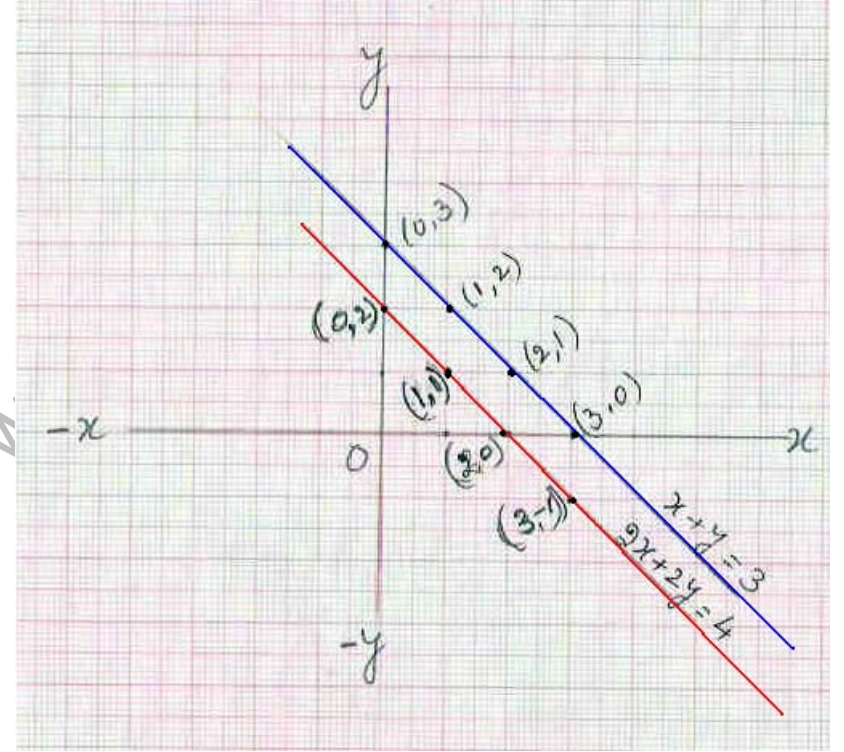
$x \rightarrow$	0	1	2	3
$y \rightarrow$	3	2	1	0
(x, y)	(0,3)	(1,2)	(2,1)	(3,0)

ಹಂತ 6: (x, y) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ $x+y=3$

ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ

ಹಂತ 7 : ಈ ಎರಡೂ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಇವು ಎಂದೂ ಸಂಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

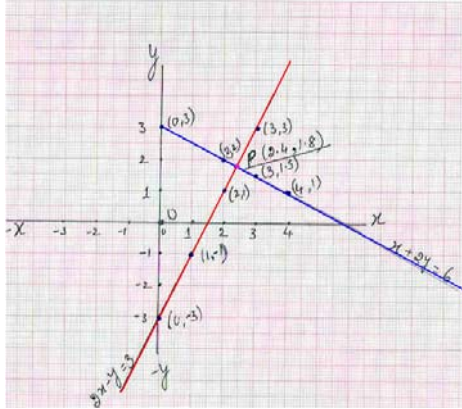
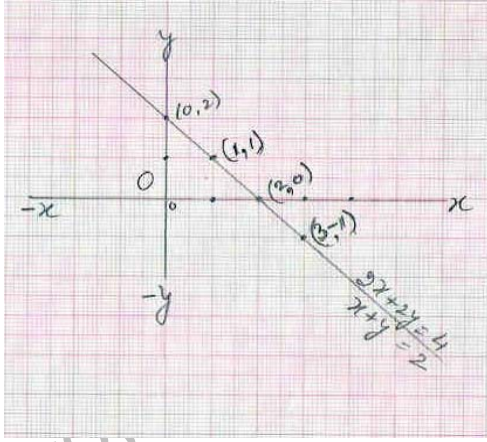
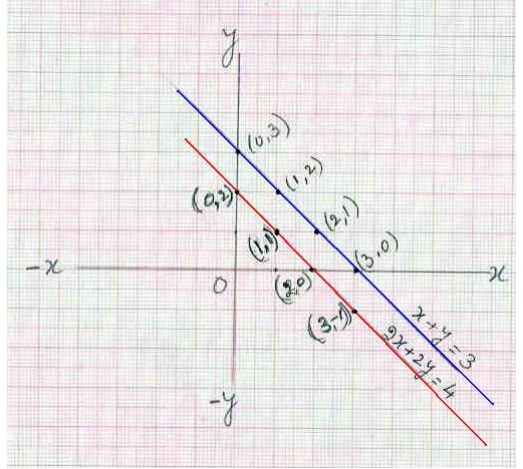


ಫಲಿತಾಂಶ: $2x+2y = 4$ ಮತ್ತು $x+y = 3$ ಈ ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯವಾಗುವ x ಮತ್ತು y ಬೆಲೆಗಳಿಲ್ಲ.

ತಾಳೆ: ಪಾಠ 2.14 ರಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆ 4 ನೋಡಿ.

ತೀರ್ಮಾನ:

$a_1 x + b_1 y = c_1$ ಮತ್ತು $a_2 x + b_2 y = c_2$ ಗಳು ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳಾದಾಗ (ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ) ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರ ಮತ್ತು ನಕ್ಷೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುತ್ತದೆ.

1	2	3
ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪರಿಹಾರಗಳಿದ್ದರೆ, ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.	ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಪರಿಹಾರಗಳಿದ್ದರೆ, ಒಂದರಲ್ಲೊಂದು ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ.	ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ
		

7.4 ಸಮಸ್ಯೆ 4 : x ವಸ್ತುಗಳ ತಯಾರಿಕಾ ವೆಚ್ಚ $(50+3x)$ ರೂ. ಗಳು. x ವಸ್ತುಗಳ ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆ $4x$ ರೂ. ನಕ್ಷಾಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ ತಯಾರಿಕಾ ವೆಚ್ಚದ ಮತ್ತು ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಗಳ ನಕ್ಷೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟ ಆಗದಿರುವಂತೆ ತಯಾರಿಸಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತಯಾರಿಕಾ ವೆಚ್ಚದ ಸಮೀಕರಣ: (ಅ.ಬೆ.) $CP=3x+50$.
 ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಯ ಸಮೀಕರಣ:(ಮಾ.ಬೆ.) $SP=4x$
 ಕೆಳಗೆ ಸೂಚಿಸಿದ ಮಾನವನ್ನು ಪಯೋಗಿಸಿ, ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕಡಿಯುವ ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. x ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : 1 ಸೆ.ಮೀ. = 10 ವಸ್ತುಗಳು, y ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ ರೂಪಾಯಿ : 1 ಸೆ.ಮೀ. = 20 ರೂ. ತಯಾರಿಕಾ ವೆಚ್ಚ(CP)ಯ ಪಟ್ಟಿ.

$x \rightarrow$	0	10	20
$CP \rightarrow$	50	80	110
(x, y)	(0,2.5)	(1,4)	(2,5.5)

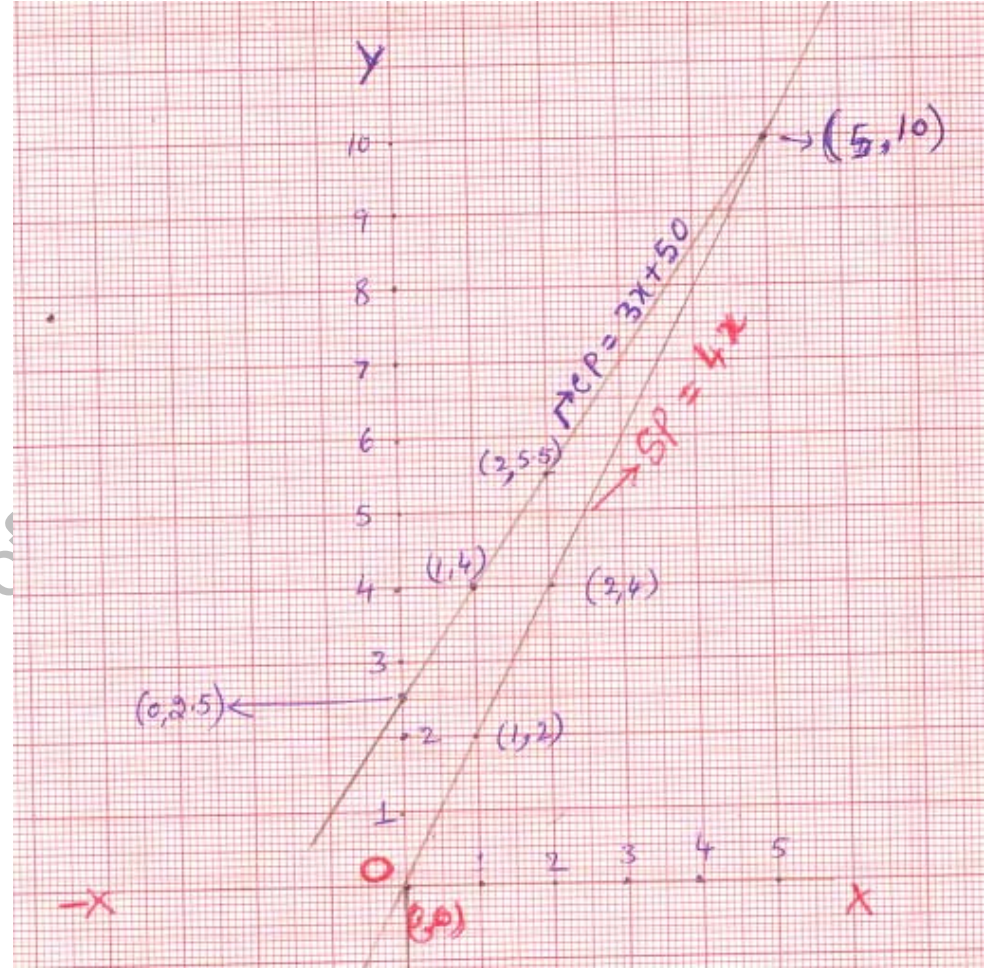
ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಯ ಪಟ್ಟಿ(SP)

$x \rightarrow$	0	10	20
$SP \rightarrow$	0	40	80
(x, y)	(0,0)	(1,2)	(2,4)

ಎರಡೂ ಸರಳರೇಖೆಗಳು $(5,10)$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ಇದರ ಅರ್ಥ:

50 ವಸ್ತುಗಳ ತಯಾರಿಕಾ ವೆಚ್ಚ = 50 ವಸ್ತುಗಳ ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆ. ಆದ್ದರಿಂದಲೇ 50 ವಸ್ತುಗಳ ತಯಾರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನಕ್ಷೆಗಳು ಛೇದಿಸಿವೆ. ಬಿಂದು $(5,10) \approx (50 \text{ ಸಂ}, 200 \text{ ರೂ})$



ತಾಳೆ: $x = 50$ ಆದಾಗ, ತಯಾರಿಕಾ ವೆಚ್ಚ (CP) = $3x+50=150+5=200$ ರೂ.

$x = 50$ ಆದಾಗ, ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆ (SP) = $4x = 200$ ರೂ. \therefore ತಯಾರಿಕಾ ವೆಚ್ಚ = ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆ.