

7.5 ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವುದು:

$y=mx+c$ (m ಮತ್ತು c ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳು) ರೂಪದ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆ ಎಳೆಯುವುದನ್ನು ನಾವೀಗಾಗಲೇ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದೂ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

ಈಗ ನಾವು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ತಿಳಿಯುವಾ. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಎರಡು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಬಹುದು.

ವಿಧಾನ 1:

$ax^2 + bx + c = 0$ ಎನ್ನುವುದನ್ನು $ax^2 = -bx - c$ ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು. ಅವು ಎರಡೂ y ಗೆ ಸಮವಿರಲಿ. ಆಗ ನಮಗೆ $y = ax^2$ ಮತ್ತು $y = -bx - c$ ಎಂದು ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಎರಡಕ್ಕೂ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ. ಅವುಗಳು ಒಂದೊನ್ನೊಂದು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದುಗಳೇ $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು. 7.5 ಸಮಸ್ಯೆ 1 ನ್ನು ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ವಿಧಾನ 2:

$ax^2 + bx + c$ ಗೆ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ. ಆದು x ಅಕ್ಷವನ್ನು ಎಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವುದೋ ($y=0$) ಅಲ್ಲಿಯ x ನ ಬೆಲೆಯೇ ಮೂಲಗಳು. 7.5 ಸಮಸ್ಯೆ 2 ನ್ನು ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪರಿಹಾರ: (ವಿಧಾನ 1)

1. $2x^2-x-3=0$ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವುದು.

ಹಂತ 1: x ನ ಕೆಲವು ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ $y (=2x^2)$ ಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

$x \rightarrow$	0	1	-1	2	-2
$y \rightarrow$	0	2	2	8	8
(x, y)	(0,0)	(1,2)	(-1,2)	(2,8)	(-2,8)

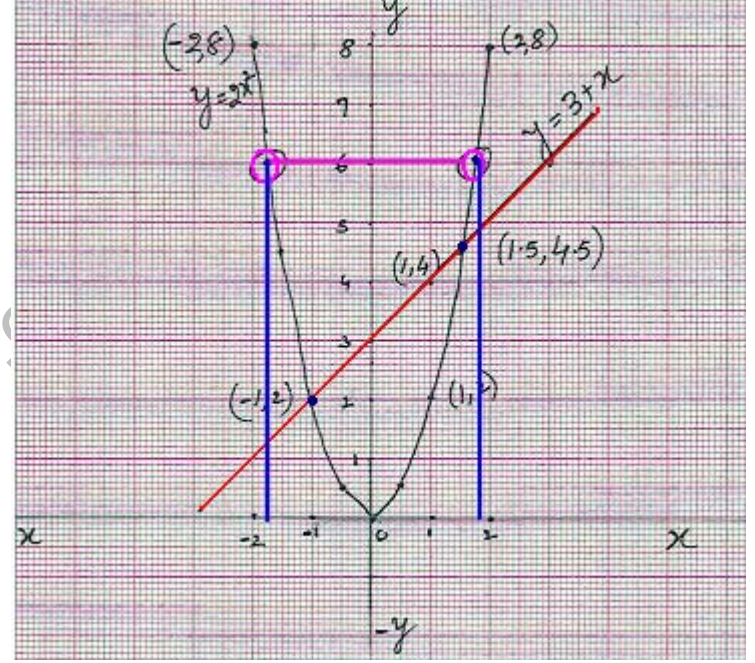
ಹಂತ 2: ನಕ್ಷಾ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ (x, y) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಒಂದು ನಯವಾದ ರೇಖೆಯಿಂದ ಜೋಡಿಸಿ. ಈ ನಯವಾದ ರೇಖೆಯನ್ನು 'ಪರವಲಯ' ಎನ್ನುವರು.

ಹಂತ 3: x ನ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ $y (=3+x)$ ಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ.

$x \rightarrow$	-1	1
$y \rightarrow$	2	4
(x, y)	(-1,2)	(1,4)

ಇಲ್ಲಿ x ನ ಬರೇ 2 ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಲು ಹೇಳಿದ್ದೇಕೆ? ($y=3+x$ ಎಂಬುದು $y=mx+c$ ರೂಪದ ಸಮೀಕರಣ. ಇದರ ನಕ್ಷೆ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ ಎಳೆಯಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು!)

ಹಂತ 4: ನಕ್ಷಾ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ (x,y) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. (ಬೇಕಾದರೆ ವೃದ್ಧಿಸಬಹುದು)



ಈ ಸರಳರೇಖೆ ಮತ್ತು ಪರವಲಯವು 2 ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(-1, 2)$ ಮತ್ತು $(1.5, 4.5)$.

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆಗಳು: -1 ಮತ್ತು 1.5 . -1 ಮತ್ತು $1.5 (= \frac{3}{2})$ $2x^2-x-3=0$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸಾಧಿಸುತ್ತವೆ.

\therefore ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು: -1 ಮತ್ತು 1.5 .

ತಾಳೆ:

$2x^2 - x - 3 = 0$ ಸಮೀಕರಣವು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ಇಲ್ಲಿ $a=2, b=-1, c=-3$

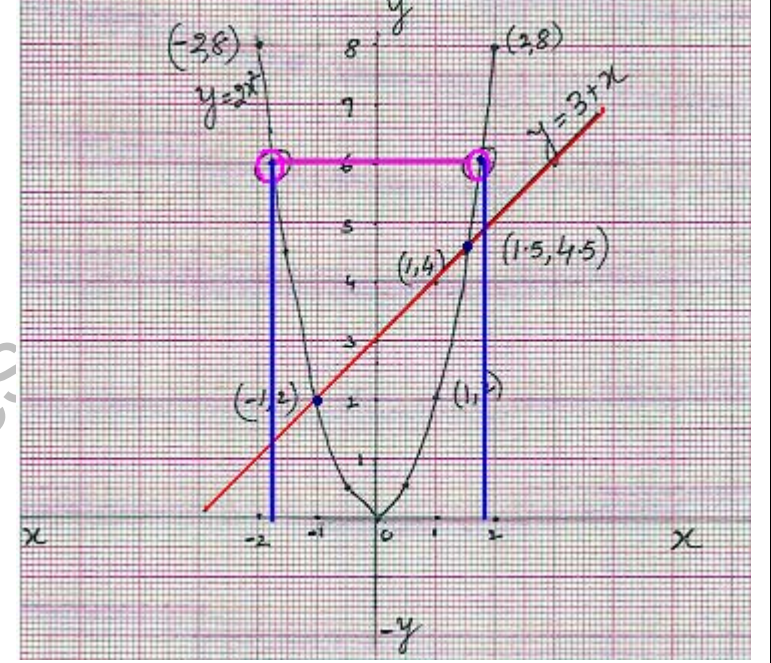
$\therefore \sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{1 + 24} = \pm 5$

ಮೂಲಗಳು: $\frac{1 \pm 5}{4} = -1$ ಮತ್ತು $\frac{3}{2}$ ನಕ್ಷಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿಯೂ ಇವೇ ಬಂದಿವೆ.

$\sqrt{3}$ ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು:

ಈಗ $x = \sqrt{3}$ ಆದಾಗ y ಯ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? ಪರವಲಯ ನೋಡಿ. $x = \sqrt{3}$ ಆದರೆ, $y = 2x^2 = 6$. ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ $y=6$ ಆದಾಗ, x ಗೆ ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳಿವೆ (ಅವನ್ನು ಪರವಲಯದ ಮೇಲೆ **ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿ** y ಅಕ್ಷದ ಎರಡೂ ಕಡೆ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ) ಅ ಬಿಂದುಗಳು ಎಲ್ಲಿ x ಅಕ್ಷವನ್ನು ಕಡಿಯುವುದೋ

(ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಲಂಬ) ಅವು $\pm \sqrt{3}$ ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ.



7.5 ಸಮಸ್ಯೆ 2: $2x^2+3x-5=0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: (ವಿಧಾನ 2)

ಹಂತ 1: x ನ ಕೆಲವು ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ $y(=2x^2+3x-5)$ ಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

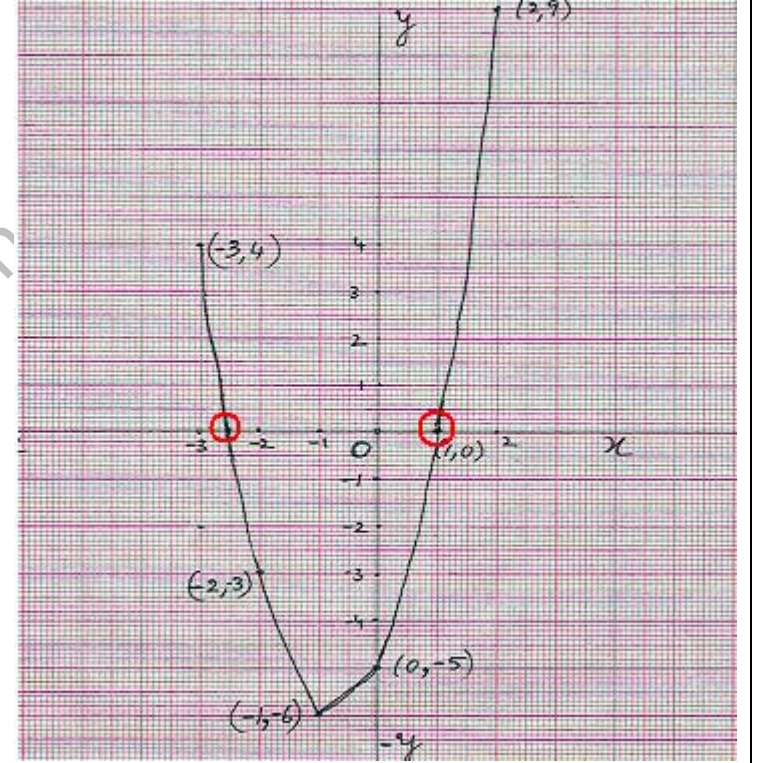
$x \rightarrow$	0	1	-1	2	-2	-3
$y \rightarrow$	-5	0	-6	9	-3	4
(x, y)	(0,-5)	(1,0)	(-1,-6)	(2,9)	(-2,-3)	(-3,4)

ಹಂತ 2: ನಕ್ಷಾ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ (x, y) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದು ನಯವಾದ ರೇಖೆಯಿಂದ ಜೋಡಿಸಿ. ಈ ನಯವಾದ ರೇಖೆಯು **ಪರವಲಯ**.

ನಮಗೀಗ ಬೇಕಾಗಿರುವುದು $2x^2+3x-5=0$ ಆಗಿರುವ x ಬಿಂದು (ಅಂದರೆ $y=0$ ಆದಾಗ). ಪರವಲಯವು x ಅಕ್ಷವನ್ನು 2 ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ಆ (x ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ $y=0$) ಆ ಬಿಂದುಗಳ x ನ ಬೆಲೆ

$-2.5(= -\frac{5}{2})$ ಮತ್ತು $x=1$ (ಅವನ್ನು ಪರವಲಯದ ಮೇಲೆ **ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿ** y ಅಕ್ಷದ ಎರಡೂ ಕಡೆ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ)

$\therefore 1$ ಮತ್ತು $-\frac{5}{2}$ ಇವುಗಳು ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳಾಗಿವೆ.



ತಾಳೆ: ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣ: $2x^2+3x-5=0$. ಇದು $ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

ಮೂಲಗಳು: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ಇಲ್ಲಿ $a=2, b=3, c=-5$. $\therefore b^2-4ac = 9+40=49 \therefore \sqrt{b^2-4ac} = \pm 7$

ಮೂಲಗಳು: $\frac{-3 \pm 7}{4} = 1$ ಮತ್ತು $-\frac{5}{2}$ ನಕ್ಷಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿಯೂ ಇವೇ ಬಂದಿವೆ.