ಅಭ್ಯಾಸ 11.1

ಈ ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು/ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪದೇ ಪದೇ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

sinθ=ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ	$\sin 30^{O} = \cos 60^{O} = \frac{1}{2}$ $\quad$ $\text{Sin}\,60^{O} = \cos 30^{O} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
cosθ= ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ	$\tan 30^{O} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tan 60^{O} = \sqrt{3}$, $\tan 45^{O} = 1$
tanθ= ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ÷ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	

ಗಮನಿಸಿ: $\sqrt{3}x = y \approx \sqrt{3} * \sqrt{3}x = \sqrt{3} * y \Rightarrow 3x = y\sqrt{3}$

<u>ವಿ.ಸೂ.</u> ಮದ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುವ $\frac{AB}{AC}$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಉತ್ತರಗಳ ಮೇಲಿನ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ ತಪ್ಪು ಜಾಸ್ತಿ ಆಗುವ ಸಂಭವ ಜಾಸ್ತಿಯಾಗುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಉಪಯೋಗವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ $\frac{AB}{8} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ಆದಾಗ AB= $\frac{8}{\sqrt{3}}$. AB ಯ $\frac{8}{\sqrt{3}}$ ಬೆಲೆಯ ಬದಲಿಗೆ ಮುಂದಿನ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ $\sqrt{3}AB = 8$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಲಾಗಿದೆ. ಲೆಕ್ಕಿಸಲು ಸುಲಭವಾಗಲೆಂದು ಹಲವೆಡೆ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಕಡೆ $\sqrt{3}$ ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ,ಸಮೀಕರಣದ ಅವ್ಯಕ್ತಪದದ ಜೊತೆ ವರ್ಗಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬದಲು ಕೇವಲ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಂಖ್ಯಾಸಹಗುಣಕವಾಗಿರುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ $\sqrt{3}BD = 87$ ಎನ್ನುವಲ್ಲಿ BD ಯ ಸಂಖ್ಯಾಸಹಗುಣಕ $\sqrt{3}$ ರ ಬದಲಿಗೆ 3 ಇರುವಂತೆ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.(ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಕಡೆ $\sqrt{3}$ ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ.) ಅಂದರೆ

$\sqrt{3}BD = 87 \Rightarrow \sqrt{3} * \sqrt{3}BD = \sqrt{3} * 87 \Rightarrow 3BD = 87\sqrt{3}$

A Project of www.eShale.org

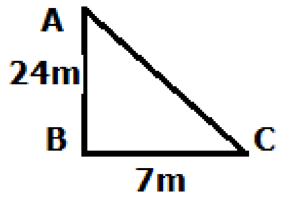
11.1.1. ΔABC ಯಲ್ಲಿ, B ಯಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. AB = 24cm, BC = 7cm ಆದರೆ ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) sin A, cos A
ii) sin C, cos C

$AC^2=AB^2+BC^2 = 24^2+7^2=576+49=625=25^2 \quad \therefore AC=25$

sinA=ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{BC}{AC}=\frac{7}{25}$ cosA= ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{AB}{AC}=\frac{24}{25}$

sinC=ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{AB}{AC}=\frac{24}{25}$ cosC= ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{BC}{AC}=\frac{7}{25}$



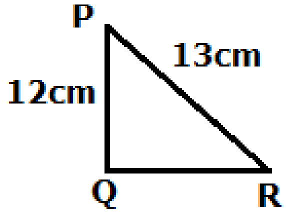
A Project of www.eShale.org

11.1.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ tan P - cot R ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$PR^2=PQ^2+QR^2 \Rightarrow QR^2=PR^2-PQ^2 = 13^2-12^2=169-144=25=5^2 \quad \therefore QR=5$

tanP= ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ÷ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು= $\frac{QR}{PQ}=\frac{5}{12}$ cotR= ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು÷ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು= $\frac{QR}{PQ}=\frac{5}{12}$

tanP- cotR= $\frac{5}{12}-\frac{5}{12}=0$

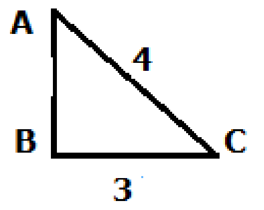


11.1.3. sin A = $\frac{3}{4}$ ಆದರೆ, cos A ಮತ್ತು tan A ಬೆಲೆ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

sinA=ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{BC}{AC}=\frac{3}{4}$

$AC^2=AB^2+BC^2 \Rightarrow AB^2=AC^2-BC^2 = 4^2-3^2=16-9=7 \quad \therefore AB=\sqrt{7}$

cosA= ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{7}}{4}$ tanA= ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ÷ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು= $\frac{BC}{AB}=\frac{3}{\sqrt{7}}$



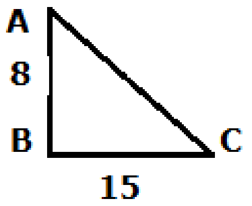
11.1.4. 15 cot A = 8 ಆದರೆ, sin A ಮತ್ತು sec A ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$15\cot A=8 \quad \therefore \quad \cot A=\frac{8}{15}$

$AC^2=AB^2+BC^2 = 8^2+15^2 = 64+225=289=17^2 \quad \therefore AC=17$

cotA= ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು ÷ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು= $\frac{AB}{BC}=\frac{8}{15}$

sinA=ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{BC}{AC}=\frac{15}{17}$ secA= ವಿಕರ್ಣ÷ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು $=\frac{17}{8}$



11.1.5. sec θ = $\frac{13}{12}$ ಆದರೆ, ಉಳಿದ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

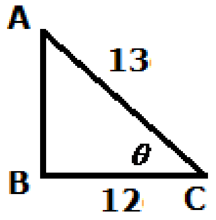
$\sec\theta=$ ವಿಕರ್ಣ÷ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು $=\frac{AB}{BC}=\frac{13}{12}$

$AC^2=AB^2+BC^2 \Rightarrow AB^2=AC^2-BC^2 = 13^2-12^2=169-144=25=5^2 \quad \therefore AB=5$

$\sin\theta=$ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{AB}{AC}=\frac{5}{13}$ $\csc\theta=$ ವಿಕರ್ಣ ÷ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು= $\frac{AC}{AB}=\frac{13}{5}$

$\cos\theta=$ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{BC}{AC}=\frac{12}{13}$ $\sec\theta=$ ವಿಕರ್ಣ÷ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು $=\frac{AC}{BC}=\frac{13}{12}$

$\tan\theta=$ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ÷ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು= $\frac{AB}{BC}=\frac{5}{12}$ $\cot\theta=$ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು ÷ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು $=\frac{BC}{AB}=\frac{12}{5}$



A Project of www.eShale.org

11.1.6. $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಲಘುಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದು cos A = cos B ಆಗಿದೆ. $\angle A = \angle B$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

cosA=cosB CD $\perp$ AB ಎಳೆದಿದೆ.

$\frac{AD}{AC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$

$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$ =k ಆಗಿರಲಿ $\Rightarrow$ AD=kBD & AC=kBC

ΔACD ಯಲ್ಲಿ $CD^2=AC^2-AD^2$ ---------(1)

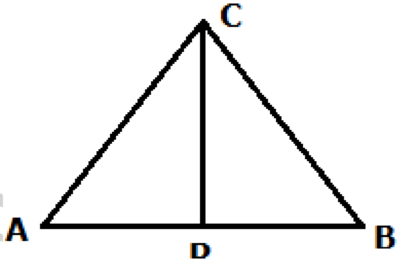
ΔBCD ಯಲ್ಲಿ $CD^2=BC^2-BD^2$ -----------(2)

(1)=(2) $\Rightarrow AC^2-AD^2= BC^2-BD^2$

$(kBC)^2-(KBD)^2= BC^2-BD^2$ ($\because$ AC=kBC & AD=kBD)

$K^2 (BC^2-BD^2) = BC^2-BD^2 \Rightarrow k^2=1 \Rightarrow k=1$

$\therefore \frac{AC}{BC}$ =k=1 $\Rightarrow$ AC=BC $\Rightarrow$ ΔACB ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ $\therefore \angle A = \angle B$



A Project of www.eShale.org

11.1.7. cot A = $\frac{7}{8}$ ಆದರೆ, (i) $\frac{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$ ii) $\cot^2\theta$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

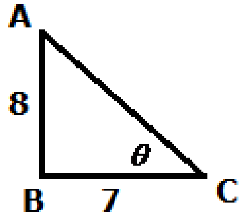
$\cot\theta$= ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು ÷ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು $= \frac{BC}{AB} = \frac{7}{8} \therefore \cot^2\theta = \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$

$AC^2=AB^2+BC^2= 8^2+7^2=64+49= 113 \therefore AC= \sqrt{113}$

$(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{8}{\sqrt{113}}\right)^2=1-\frac{64}{113}=\frac{113-64}{113}=\frac{49}{113}$ ---------(1)

$(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)=1-\cos^2\theta=1-\left(\frac{7}{\sqrt{113}}\right)^2=1-\frac{49}{113}=\frac{113-49}{113}=\frac{64}{113}$ ---------(2)

(1) ನ್ನು (2) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ $\frac{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)} = \frac{49}{64}$



11.1.8. 3 cot A = 4 ಆದರೆ, $\frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}=\cos^2 A - \sin^2 A$ ಆಗಿದೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

$3\cot A=4 \quad \therefore \quad \cot A=\frac{4}{3}$

cotA= ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು ÷ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು= $\frac{AB}{BC}=\frac{4}{3}$

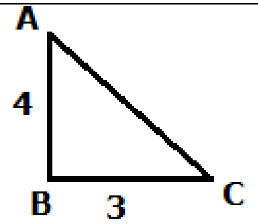
$AC^2=AB^2+BC^2= 4^2+3^2=16+9= 25 \therefore AC=5$

$(1-\tan^2 A) =1-\left(\frac{3}{4}\right)^2 =1-\frac{9}{16}=\frac{16-9}{16}=\frac{7}{16}$ ---------(1)

$(1+\tan^2 A) =1+\left(\frac{3}{4}\right)^2 =1+\frac{9}{16}=\frac{16+9}{16}=\frac{25}{16}$ ---------(2)

(1) ನ್ನು (2) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ $\frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}=\frac{7}{25}$ ---------(3)

$\cos A=\frac{4}{5}$ & $\sin A=\frac{3}{5}$ $\therefore \cos^2 A-\sin^2 A=\left(\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{16-9}{25}=\frac{7}{25}$ ----(4) $\Rightarrow$ (3)=(4)



A Project of www.eShale.org

11.1.9. ΔABC ಯಲ್ಲಿ, $\angle B = 90°$, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ಆದರೆ

i) sin A cos C + cos A sin C

ii) cos A cos C - sin A sin C ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

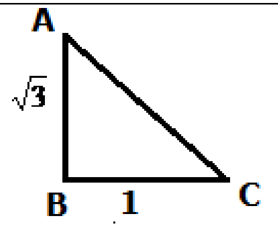
tanA= ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ÷ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು= $\frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$AC^2=AB^2+BC^2= 1^2+\sqrt{3}^2+1^2 =3+1= 4 \therefore AC=2$

$\sin A=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$ $\quad \cos A = \frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ & $\sin C=\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \cos C=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$

$\sin A.\cos C+\cos A.\sin C=\frac{1}{2}*\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}*\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$

$\cos A.\cos C-\sin A.\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}*\frac{1}{2}-\frac{1}{2}*\frac{\sqrt{3}}{2}=0$



A Project of www.eShale.org

11.1.10. ΔPQR ನಲ್ಲಿ $\angle Q = 90°$, PR + QR = 25cm ಮತ್ತು PQ = 5 ಆಗಿದೆ sin P,cos P ಮತ್ತು tan P ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

PR=x ಆಗಿರಲಿ

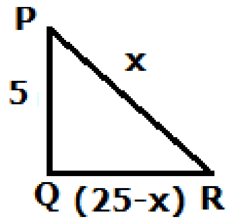
$PR^2=PQ^2+QR^2 \Rightarrow x^2=5^2+(25-x)^2=25+625+x^2-50x= 650+x^2-50x$

$\Rightarrow 0=650-50x$

$\therefore 50x=650 \therefore x=13 \Rightarrow PR= 13$ & $QR=25-x=25-13=12$

sinP=ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{QR}{PR}=\frac{12}{13}$ $\quad$ cosP= ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ= $\frac{PQ}{PR}=\frac{5}{13}$

tanP= ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ÷ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು= $\frac{QR}{PQ}=\frac{12}{5}$



11.1.11. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯೇ ಅಥವಾ ತಪ್ಪ ತಿಳಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

	ಹೇಳಿಕೆಗಳು	ಉತ್ತರ	ಕಾರಣಗಳು
(i)	tan A ಬೆಲೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.	ತಪ್ಪು	ಸಮಸ್ಯೆ 11.1.10. ರಲ್ಲಿ tanP $=\frac{12}{5}>1$
(ii)	$\angle$A ದ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬೆಲೆಗೆ sec A $=\frac{12}{5}$ ಆಗಿದೆ	ಸರಿ	ಸಮಸ್ಯೆ 11.1.10. ರಲ್ಲಿ ಕರ್ಣವು 12 ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹು 5
(iii)	$\angle$A ದ cosecant A ಅನ್ನು cos A ಎಂದು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ.	ತಪ್ಪು	cosec=ವಿಕರ್ಣ ÷ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ಮತ್ತು cos = ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ
(iv)	cot A ಎಂಬುದು cot ಮತ್ತು A ಗಳ ನಡುವಿನ ಗುಣಲಬ್ಧ	ತಪ್ಪು	cotA ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಅನುಪಾತ. ಅದು cot *A ಅಲ್ಲ
(v)	θ ದ ಒಂದು ಬೆಲೆಗೆ sinθ $=\frac{4}{3}$ ಆಗಿದೆ.	ತಪ್ಪು	sinθ =ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು÷ವಿಕರ್ಣ$=\frac{4}{3}$ $\Rightarrow$ ವಿಕರ್ಣವು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು. ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

A Project of www.eShale.org