8.3 ಎತ್ತರಗಳು ಮತ್ತು ದೂರಗಳು

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ಉಳಿದ ಬಾಹು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಕ್ರಮ:

1. ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ
2. ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೋನ

8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ sinB =?

ಪರಿಹಾರ:

tan60 = $\sqrt{3}$ (= ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು/ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು)

$\therefore \frac{DC}{AD} = \sqrt{3}$

i.e $\frac{30}{AD} = \sqrt{3}$

$\therefore AD = \frac{30}{\sqrt{3}}$ AC= ?

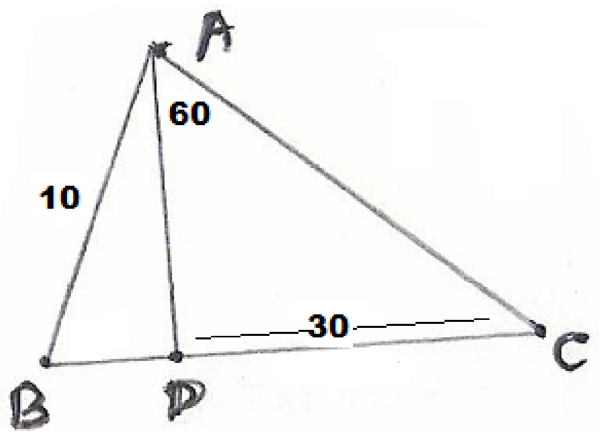
$AC^2 = AD^2 + DC^2 = \frac{30*30}{3} + 30*30 = (1200)$

$= (20\sqrt{3})^2 \therefore AC = 20\sqrt{3}$

sinB = ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು/ವಿಕರ್ಣ

$= \frac{AD}{AB} = \frac{\frac{30}{\sqrt{3}}}{10} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$\therefore \sin B = \sqrt{3}$



A Project of Shale.org

8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2:

ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ P ಯಿಂದ ಒಂದು ರಾಕೆಟ್ ನ್ನು ಹಾರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅದು 40km ದೂರ ನೆಲಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ ಹಾರಿ, ನಂತರ ಲಂಬಕ್ಕೆ 60^0 ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತಾ ಮತ್ತೆ 40km ದೂರ ಓರೆಯಾಗಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಹಾರುತ್ತದೆ. PA ಯು ಮೊದಲ ಹಂತದ ಚಲನೆಯಾಗಿದ್ದರೆ AB ಯು ಎರಡನೇ ಹಂತದ ಚಲನೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. C ಯು B ಯಿಂದ P ಯ ನೆಲಮಟ್ಟಕ್ಕೆ ಕೆಳಗೆ ಎಳೆದ ಬಿಂದು. ಹಾಗಾದರೆ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ:

1. ರಾಕೆಟ್ B ನಲ್ಲಿ ಇದ್ದಾಗ ಅದು ನೆಲಮಟ್ಟದಿಂದ ಎಷ್ಟು ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ? BC =?
2. C ಯು P ಯಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ? PC=?

ಪರಿಹಾರ:

PA ಯು CB ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ CD = 40km ಮತ್ತು $\angle ABD = 60^0$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

cos 60 = ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು /ವಿಕರ್ಣ = $\frac{BD}{AB}$ = $\frac{BD}{40}$

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{BD}{40}$ $\quad (\because \cos 60 = \frac{1}{2})$

$\therefore$ BD =20

sin 60 = ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು/ವಿಕರ್ಣ = $\frac{AD}{AB}$

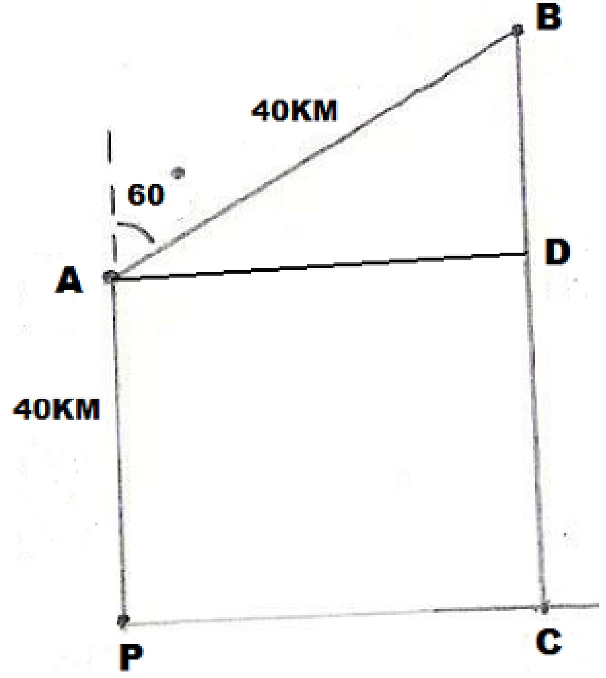
$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{40}$ $\quad (\because \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2})$

$\therefore$AD = $20\sqrt{3}$ = 20*1.732 = 34.64 km =PC.

ಇದು C ಯು P ಯಿಂದ ಇರುವ ದೂರ

BC = BD+CD= 20+40 = 60km.

ಇದು ರಾಕೆಟ್ B ನಲ್ಲಿ ಇದ್ದಾಗ ಅದು ನೆಲಮಟ್ಟದಿಂದ ಇರುವ ಎತ್ತರ



A Project of www.eShale.org

8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ಒಂದು ಏಣಿಯನ್ನು ನೇರವಾದ ಗೋಡೆಗೆ ತಾಗಿಸಿ ನಿಲ್ಲಿಸಲಾಗಿದೆ. ಏಣಿಯು ನೆಲಕ್ಕೆ 30^0 ಕೋನದಲ್ಲಿ ಬಾಗಿದ್ದು ನೆಲದಿಂದ 15m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯನ್ನು ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಏಣಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ 30^0 ಕೋನವನ್ನು ಉನ್ನತ ಕೋನ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಉನ್ನತಕೋನ ತಲೆಯನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎತ್ತಿ ಯಾವುದೇ ವಸ್ತುವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ದೃಷ್ಟಿರೇಖೆಯು ನೆಲಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ರೇಖೆಯೊಂದಿಗೆ(ಕಾಲ್ಪನಿಕ ರೇಖೆಯೂ ಆಗಿರಬಹುದು) ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನ.
(ಈ ಕೋನವು ನೆಲಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ.)

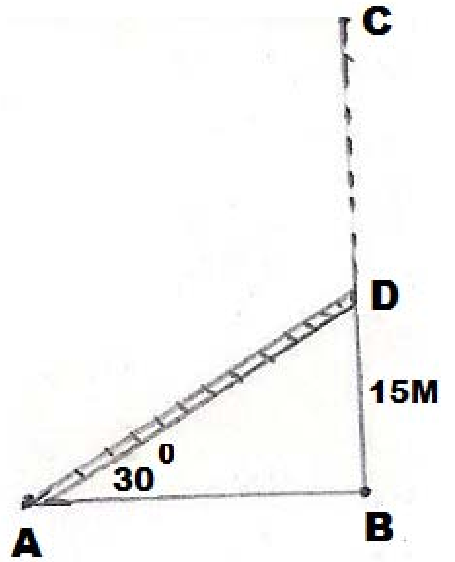
ಪರಿಹಾರ:

ದತ್ತಾಂಶ: BD=15 ಮತ್ತು DAB = 30^0 AD =?

sin 30 = sin DAB = ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು/ವಿಕರ್ಣ = $\frac{BD}{AD}$ = $\frac{15}{AD}$

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{15}{AD}$ $(\because \sin 30 = \frac{1}{2})$

$\therefore$AD = 30m. ಇದು ಏಣಿಯ ಉದ್ದ.



A Project of www.eShale.org

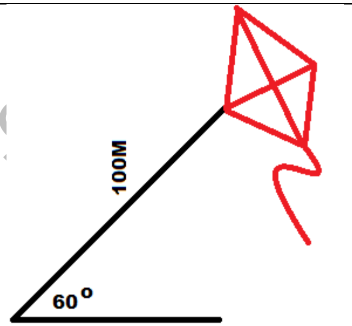
8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ಒಂದು ಗಾಳಿಪಟವನ್ನು 100m ಉದ್ದದ ದಾರಕ್ಕೆ ಸಿಕ್ಕಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅದು ನೆಲಕ್ಕೆ 60^0 ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿ (ಉನ್ನತ ಕೋನ) ಹಾರುತ್ತಿರುವಾಗ ಅದು ಎಷ್ಟು ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಹಾರುತ್ತಿರುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

sin 60 = ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು/ವಿಕರ್ಣ = ಹಾರುತ್ತಿರುವ ಎತ್ತರ/100

$\therefore$ ಹಾರುತ್ತಿರುವ ಎತ್ತರ/100 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ($\because$ sin 60 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$)

ಹಾರುತ್ತಿರುವ ಎತ್ತರ = $100 * \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} = 50 * 1.732 = 86.6$ m



A Project of www.eShale.

8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 5: tan x = $\frac{5}{12}$, tan y = $\frac{3}{4}$ ಮತ್ತು AB = 48m ಆದರೆ CD = ?

ಪರಿಹಾರ:

tanx = ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು /ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು = $\frac{DC}{AC}$

tany = ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು /ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು = $\frac{DC}{BC}$

$$\therefore \frac{\tan x}{\tan y} = \frac{\frac{DC}{AC}}{\frac{DC}{BC}} = \left(\frac{DC}{AC}\right) * \left(\frac{BC}{DC}\right) = \frac{BC}{AC}$$

tanx ಮತ್ತು tan y ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ:

$$\frac{\tan x}{\tan y} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{12} * \frac{4}{3} = \frac{5}{9}$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{5}{9}$$

I.e. 9BC = 5AC

∴9BC = 5(AB+BC) = 5AB+5BC (∵AC=AB+BC)

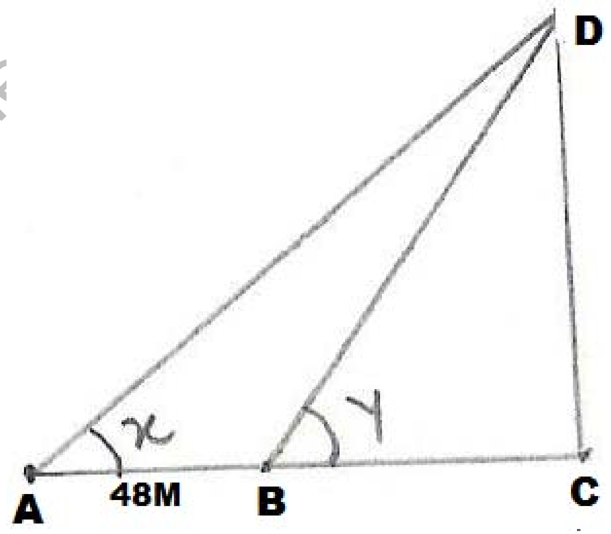
I.e. 4BC= 5AB = 5*48 = 240

∴BC = 60m

tany = ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು /ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು = $\frac{DC}{BC} = \frac{DC}{60}$

tany = $\frac{3}{4}$ (ದತ್ತ)

$\therefore \frac{3}{4} = \frac{DC}{60}$ ∴ DC = $\left(\frac{3}{4}\right)*60$ = 45M



A Project of www.eShale.org

8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 6: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆಯು 96cm ಮತ್ತು ಅದರ ವಿಶಾಲ ಕೋನ 120^0. ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

PQ = 96/4 = 24cm (∵ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ)

$\angle PQR = 120^0$ ಇರಲಿ.

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವು ಶೃಂಗಕೋನವನ್ನೂ ದ್ವಿಭಾಜಿಸುವುದರಿಂದ POQ ಯು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು

$\angle PQO = \frac{1}{2}(\angle PQR) = 60^0$

sin 60 = ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು/ವಿಕರ್ಣ = $\frac{PO}{PQ} = \frac{PO}{24}$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{PO}{24}$ $(\because \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2})$

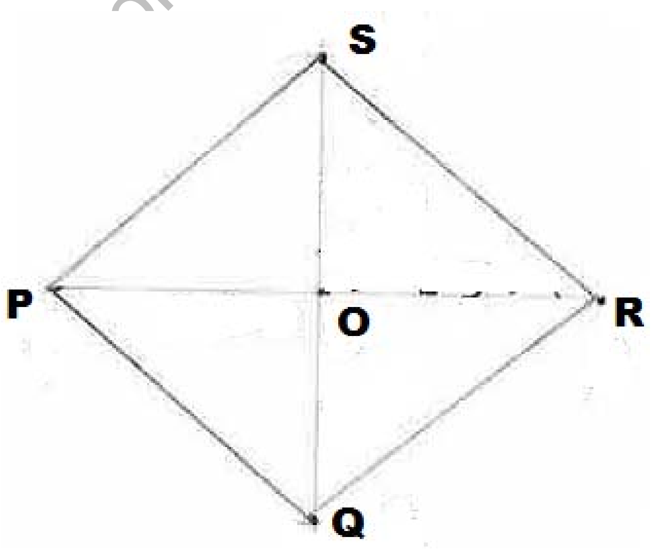
$\therefore PO = 12\sqrt{3} = 12*1.732 = 20.784$

$\therefore PR = 2PO = 2*20.784 = 41.568cm$

cos 60 = ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು/ವಿಕರ್ಣ = $\frac{OQ}{24}$

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{OQ}{24}$ $(\because \cos 60 = \frac{1}{2})$

$\therefore QO = \frac{24}{2} = 12$ $\therefore QS = 2QO = 2*12 = 24cm$



A Project of www.es org

ಅವನತ ಕೋನ ತಲೆಯನ್ನು ಕೆಳಕ್ಕೆ ಬಗ್ಗಿಸಿ ಯಾವುದೇ ವಸ್ತುವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ದೃಷ್ಟಿರೇಖೆಯು ನೆಲಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ರೇಖೆಯೊಂದಿಗೆ(ಕಾಲ್ಪನಿಕ ರೇಖೆಯೂ ಆಗಿರಬಹುದು) ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನ.

(ಈ ಕೋನವು ನೆಲಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ರೇಖೆಯ ಕೆಳಗೇ ಇರುತ್ತದೆ.)

8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 7: 150M ಎತ್ತರದ ದೀಪಸ್ತಂಭದ ಮೇಲಿನಿಂದ ನೋಡಿದಾಗ ಒಂದೇ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎರಡು ಹಡಗುಗಳು 30^0 ಮತ್ತು 45^0 ಅವನತ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಆ ಹಡಗುಗಳು ಒಂದರ ಹಿಂದೆ ಮತ್ತೊಂದು ಇದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟು?

A Project of www.eShale.org

ಪರಿಹಾರ:

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, CO 150m ಎತ್ತರದ ದೀಪಸ್ತಂಭ. B ಮತ್ತು A ಹಡಗುಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳು. AB =?

$\angle$XOA ಯು A ಹಡಗಿನ ಅವನತ ಕೋನ $=30^0$

$\angle$XOB ಯು B ಹಡಗಿನ ಅವನತ ಕೋನ $=45^0$

OX ನೆಲಕ್ಕೆ (CA) ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದೆ.

$\therefore \angle OAC = 30^0$ ಮತ್ತು $\angle OBC = 45^0$

$\cot 45 = \frac{BC}{150} = 1$ ($\because \cot 45 = 1$)

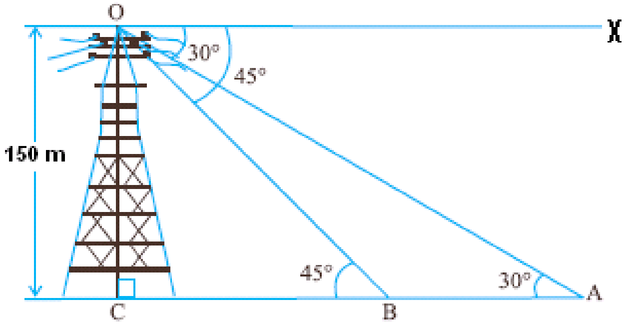
$\therefore$ BC =150 (OCB ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವೂ ಹೌದು)

$\text{Cot } 30 = \frac{AC}{150} = \sqrt{3}$ ($\because \cot 30 = \sqrt{3}$)

$\therefore AC = 150\sqrt{3}$

$\therefore$AB(ಹಡಗುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ) = AC-BC

$= 150\sqrt{3} - 150 = 150(\sqrt{3}-1) = 109.8$(ಅಂದಾಜು)



8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 8: ಒಂದು ಕಟ್ಟಡದ ಮೇಲಿನಿಂದ ಹಾಗೂ ಕೆಳಗಿನಿಂದ ಬೆಟ್ಟದ ತುದಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 45^0 ಮತ್ತು 60^0 ಆಗಿದೆ. ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರ 24M ಆದರೆ, ಬೆಟ್ಟದ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ CD ಯು ಕಟ್ಟಡ. C ಯು ಕಟ್ಟಡದ ಬುಡ ಮತ್ತು D ಯು ಕಟ್ಟಡದ ತುದಿ. AB ಯು ಬೆಟ್ಟ. AB=?

ದತ್ತ:

$CD=24M$, $\angle FDB = 45^0$, $\angle ACB = 60^0$

ರಚನೆ:

DF ಒಂದು ನೆಲಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಕಾಲ್ಪನಿಕ ರೇಖೆಯಾಗಿದ್ದು CB ಯನ್ನು E ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ.

BF = DF ($\because \angle DBF = 45^0$; $\triangle BDF$ ಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ)

= DE + EF

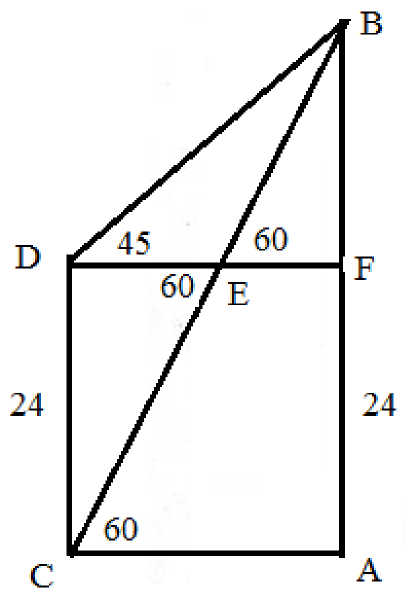
$= \frac{24}{\sqrt{3}} + EF$ ($\because \angle DEC = 60^0$, $DC=24$ ಮತ್ತು $\tan(60^0) = \sqrt{3} = \frac{DC}{DE}$)

$= \frac{24}{\sqrt{3}} + \frac{BF}{\sqrt{3}}$ ($\because \angle BEF = 60^0$ ಮತ್ತು $\tan(60^0) = \sqrt{3} = \frac{BF}{EF}$)

$\therefore \sqrt{3}\,BF = 24 + BF$ ($\sqrt{3}$ ಯಿಂದ ಎರಡೂ ಕಡೆ ಗುಣಿಸಿ)

$\therefore BF = \frac{24}{(\sqrt{3})-1}$

$\therefore AB = AF + BF = 24 + \frac{24}{(\sqrt{3})-1} = 24\{1+\frac{1}{(\sqrt{3})-1}\} = 24 * \sqrt{3} / (\sqrt{3}-1)$



A Project of www.eShale.org

8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 9: ದ್ವೀಪಸ್ತಂಭದ ಮೇಲಿನಿಂದ ಅದರ ಎರಡು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿರುವ ಹಡಗುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 60^0 ಮತ್ತು 45^0 ಆಗಿದೆ. ದ್ವೀಪಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ 120M ಇದ್ದು, ಆ ಎರಡು ಹಡಗುಗಳ ನಡುವೆ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಸರಳ ರೇಖೆಯು ದ್ವೀಪಸ್ತಂಭದ ಪಾದದ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋದರೆ ಹಡಗುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ DB ದ್ವೀಪಸ್ತಂಭ. A ಮತ್ತು C ಹಡಗುಗಳ ಸ್ಥಾನ. AC =?

ದತ್ತ:

BD=120M, $\angle DBA = 45^0$, $\angle DCB = 60^0$

ರಚನೆ:

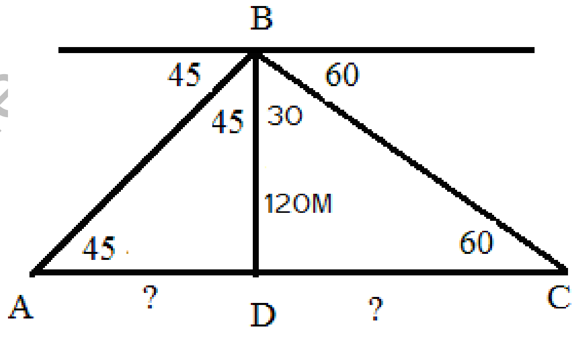
AC ರೇಖೆಯು, ಹಡಗು A ಮತ್ತು C ಯನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಕಾಲ್ಪನಿಕ ರೇಖೆ.

AD = DB=120 ($\because$ $\triangle$ABD ಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ)

$\therefore DC = \frac{120}{\sqrt{3}}$ ($\because \angle DCB = 60^0$, DB=120 & $\tan(60^0) = \sqrt{3} = \frac{DB}{DC}$)

$\therefore AC = AD + DC = 120 + \frac{120}{\sqrt{3}}$

$= 120 + 120 * \frac{\sqrt{3}}{3} = 120 + 40\sqrt{3}$. ಇದು ಹಡಗುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ.



A Project of www.eShale