1.0 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಆಟ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಯುವ ಮೊದಲು ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಕೆಲವು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ವಿಷಯಗಳ ಕುರಿತು ತಿಳಿಯುವಾ.

ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳುವುದು ಹೇಗೆ?

ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನು ತನ್ನ ಮನ್ನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಕೆಳಗಿನ ಹಂತಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ:

ಸಂ.	ಕ್ರಿಯೆ.	ಉದಾ
1	ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಹತ್ತಿರ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇಳಿ	27 ಇರಲಿ
2	ಅದನ್ನು **2** ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಹೇಳಿ	54
3	ಅದಕ್ಕೆ **4** ನ್ನು ಸೇರಿಸಲು ಹೇಳಿ	58
4	ಅದನ್ನು **2** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಹೇಳಿ	29
5	ಉತ್ತರವನ್ನು ತಿಳಿಸಲು ಹೇಳಿ	29

ಆ ಉತ್ತರದಿಂದ **2** ನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ, ಅವನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರಿಸಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆ 27!

ಇದರ ಹಿಂದಿರುವ ಗಣಿತ ಏನು?

A Project of www.eShale.org

x ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಲಿ.

ಸಂ.	ಕ್ರಿಯೆ	ಉದಾ
1	ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಹತ್ತಿರ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲಿರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇಳಿ	x ಇರಲಿ
2	ಅದನ್ನು **2** ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಹೇಳಿ	2x
3	ಅದಕ್ಕೆ **4** ನ್ನು ಸೇರಿಸಲು ಹೇಳಿ	2x+4 = 2(x+2)
4	ಅದನ್ನು **2** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಹೇಳಿ	x+2
5	ಉತ್ತರವನ್ನು ತಿಳಿಸಲು ಹೇಳಿ	x+2

ಆ ಉತ್ತರದಿಂದ **2** ನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ, ಅವನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರಿಸಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆ x

ಹೀಗೆಯೇ, ಇದೇ ರೀತಿಯ ನಿಮ್ಮದೇ ಆದ ಸೂತ್ರದ ಕುರಿತು ಆಲೋಚಿಸಿ.(ಉದಾ **4** ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ...)

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಕಲ್ಪನಾ ಶಕ್ತಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಇಂತಹ ಹಲವಾರು ಚಮತ್ಕಾರಗಳನ್ನು ಹುಟ್ಟುಹಾಕಬಹುದು.

ಸಂಖ್ಯೆ 1 ರಿಂದ 9 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಶೇಷತೆ.

1. ಸಂಖ್ಯೆ 123456789 ರ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ 45(=1+2+3+4+5+6+7+8+9)
2. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ246913578.ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿನ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತವೂ 45(=2+4+6+9+1+3+5+7+8). ಇಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ಇನ್ನೊಂದು ಅಂಶ ಎಂದರೆ ಇದರಲ್ಲಿ 1 ರಿಂದ 9 ರ ವರೆಗೆ ಪ್ರತೀ ಆಂಕಿಯು ಇದ್ದುದಲ್ಲದೇ ಯಾವುದೇ ಆಂಕಿಯು ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ! 123456789 ನ್ನು 4,5,7,8 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?
3. 9 ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ(ಅವು: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90,99,108,117..(ಇವುಗಳಲ್ಲಿನ ಆಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 9(1+8=9,2+7=9..) ಆಗಿರುವುದನ್ನೂ ಗಮನಿಸಿ.

A Project of www.eShale.org

ವರ್ಗಗಳ ಲಕ್ಷಣಗಳು:

$1^2 = 1 = 1$

$2^2 = 4 = 1+3$

$3^2 = 9 = 1+3+5$

$4^2 = 16 = 1+3+5+7$

$5^2 = 25 = 1+3+5+7+9$

$6^2 = 36 = 1+3+5+7+9+11$

$7^2 = 49 = 1+3+5+7+9+11+13$

$8^2 = 64 = 1+3+5+7+9+11+13+15$

$9^2 = 81 = 1+3+5+7+9+11+13+15+17$

$10^2 = 100 = 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19$

$11^2 = 121 = 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21$

$12^2 = 144 = 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23$

ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಿ?

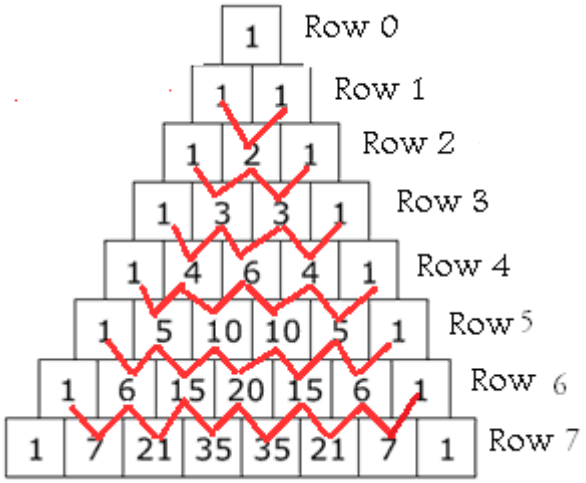
ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗದ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅನುಕ್ರಮಿಕವಾದ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿವುದರಿಂದ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಆಶ್ಚರ್ಯವೆನಿಸುವುದೇ? ಇದರ ಹಿಂದೆ ಗಣಿತದ ಸೂತ್ರವಿದೆ. ಮುಂದಿನ ಪಾಠಗಳಲ್ಲಿ $(a+b)^2$ ವಿಸ್ತರಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿಯಲಿದ್ದೀರಿ. ಅದರಂತೆ $(n+1)^2 = n^2+2n+1^2 = n^2+(2n+1)$.

ಇಲ್ಲಿ $2n+1$ ಎನ್ನುವುದು n^2 ನಲ್ಲಿನ ಕೊನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಮುಂದಿನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ.

A Project of ...ale.org

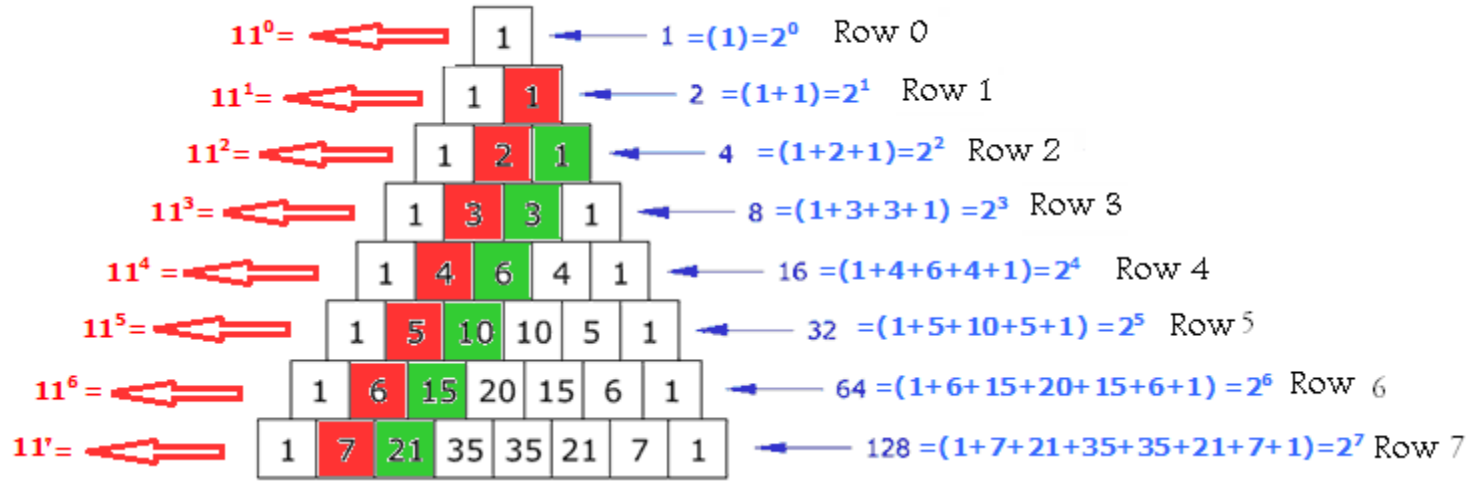
ಮೇರು ಪ್ರಸ್ತಾರ: *ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ*:



ಈ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ತುತ್ತ ತುದಿಯ ಮೊದಲ ಚೌಕದೊಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಆಗಿದ್ದು ಇದು Row 0 ಆಗಿದೆ.ಯಾವುದೇ ಸಾಲಿನ ಎರಡು ಅಂತಿಮ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿನ ಚೌಕದ ಪಕ್ಕದ ಸಂಖ್ಯೆಯು 0 ಎಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕು. Row 1 ಸಾಲಿನ ಚೌಕದೊಳಗಿನ ಅಂಕೆಗಳು 1 ಮತ್ತು 1 ಆಗಿವೆ. ಇದು ಅದರ ಮೇಲಿರುವ ಚೌಕದಲ್ಲಿನ 1 ಮತ್ತು 0 ಯ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. Row 2 ಸಾಲಿನ ಚೌಕದಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 1,2,1 ಕ್ರಮವಾಗಿ ಅದರ ಮೇಲಿನ ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ 0,1, 1,1 ಮತ್ತು 0,1 ರ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. (0+1=**1**; 1+1=**2**; 1+0=**1**). Row 3 ಸಾಲಿನ ಚೌಕದಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 1,3,3,1 ಕ್ರಮವಾಗಿ ಅದರ ಮೇಲಿನ ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ 0,1, 1,2,2,1 ಮತ್ತು 0,1 ರ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. (0+1=**1**; 1+2=**3**; 2+1=**3**; 0+1=**1**). ಹೀಗೇಯೇ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನ ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಬಹುದು. [ಇನ್ನೂ ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, n ಎನ್ನುವುದು ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಮತ್ತು r ಎನ್ನುವುದು ಚೌಕದ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಚೌಕದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತೀ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ${}^{n}C_{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$ ಇಂದ ತುಂಬಿಸಬಹುದು]. ${}^{n}C_{r}$ ಕುರಿತು ಮುಂದಿನ ತರಗತಿ 10 ರ ಪಾಠಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿಯಲಿಕ್ಕಿದ್ದೇವೆ. ಕ್ರಿ, ಪೂ. 2ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿದ್ದ ಪಿಂಗಳನು ತನ್ನ ಛಂದಸ್ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಈ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದು ನಮಗೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ, ಇದನ್ನು **ಮೇರು ಪ್ರಸ್ತಾರ**(ಮೇರು ಪರ್ವತದ ಮೆಟ್ಟಿಲು) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿತ್ತು. ಇದಕ್ಕೆ ಕ್ರಿ.ಶ. 10ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿದ್ದ ಹಲಾಯುಧನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ನೀಡಿದ್ದಾನೆ. ವಿಪರ್ಯಾಸವೆಂದರೆ ಇದನ್ನು 1900 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆಯೇ ಭಾರತೀಯರು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದರೂ, ಕ್ರಿ.ಶ. 17ನೇ ಶತಮಾನದ ಗಣಿತಜ್ಞನಾದ ಪ್ಯಾಸ್ಕಲ್ ನ ಹೆಸರಿನಿಂದ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ!

A Project of www.eShale.org

ಪಿಂಗಳನ ಮೇರುಪ್ರಸ್ತಾರದ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವಾ.



ವಿಶೇಷತೆಗಳು(ಇಲ್ಲಿ n (0 ಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ) ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಲಿ):

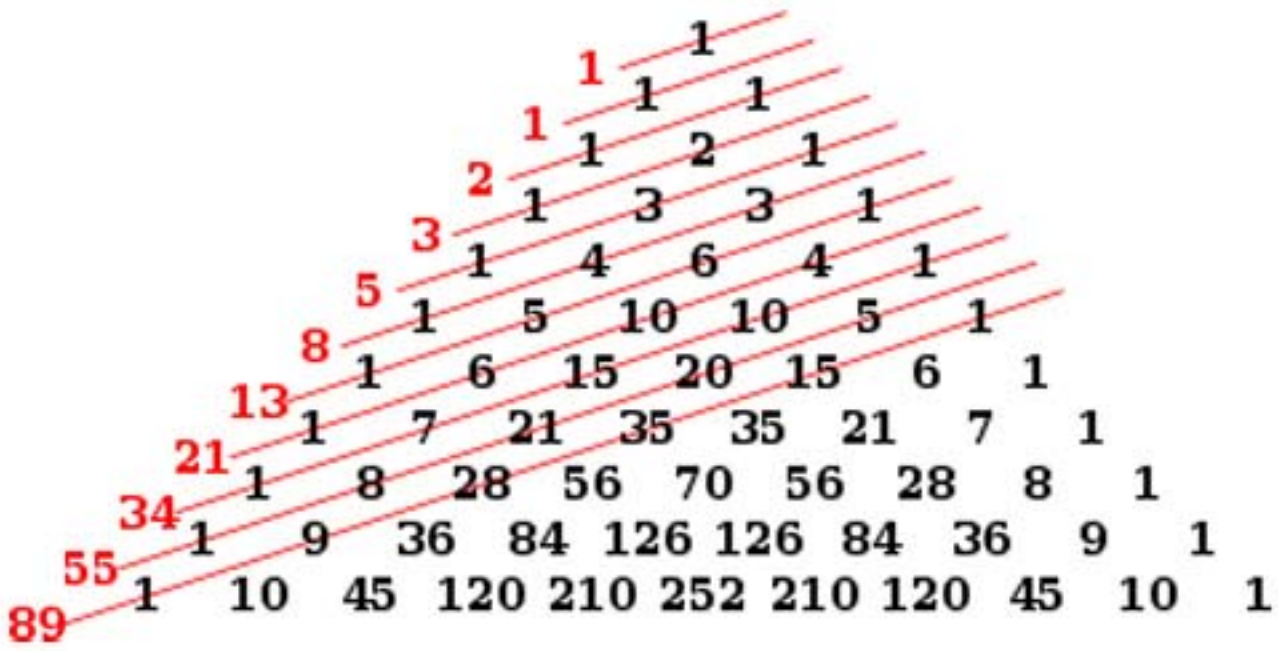
1. ಚೌಕದೊಳಗಿನ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಯಾವಾಗಲೂ 2^n(ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದಿಂದ ಗುರುತಿಸಿದೆ) (ಉದಾ: $1 = 2^0$ $1+1=2=2^1$, $1+2+1=4= 2^2$ $1+3+3+1=8=2^3$,,)
2. ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವಾಗಲೂ 11^n(ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದಿಂದ ಗುರುತಿಸಿದೆ)(ಉದಾ: $1= 11^0$,$11 = 11^1$,$121= 11^2$, $1331= 11^3$...)
3. ಕರ್ಣದ ಚೌಕದಲ್ಲಿನ ಅಂಕೆಗಳು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. (1,2,3.... ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಚೌಕಗಳು)
4. ಕರ್ಣದ ಚೌಕದಲ್ಲಿನ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಹಿಂದಿನ ಅಂಕೆಗೆ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ ($1= 1^2$, $1+3=4=2^2$, $3+6=9=3^2$, $6+10=16= 4^2$,.... ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದ ಚೌಕಗಳು)

   (ಎರಡು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವೇ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ)

ಯಾವುದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ 2 ನೇ ಅಂಕೆಯು 2 ನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಅವಿಭಾಜ್ಯಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ಅದರ ಮುಂದಿನ ಅಂಕೆಗಳು ಅದರ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.(ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಸಾಲು 3 ರಲ್ಲಿ 3,3 ; ಸಾಲು 5 ರಲ್ಲಿ 5,10,10,5 ; ಸಾಲು 7 ರಲ್ಲಿ 7,21,35,35,21,7)

A Project of www.

ಮೇರುಪ್ರಸ್ತಾರವನ್ನು ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಾಗ:



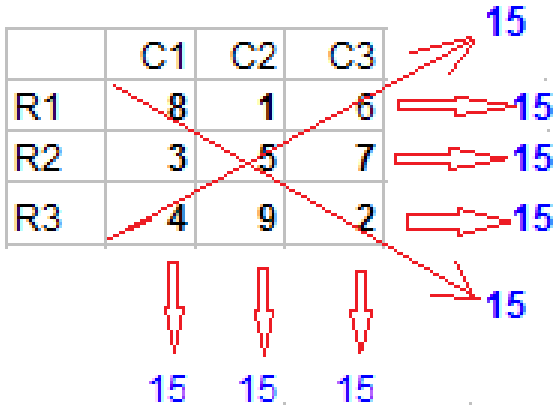
ಮೊದಲನೆಯ 1 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ಹಿಂದಿನ 2 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.ಅವು

1 2 3 5 8 13 21 34 55 89(2= 1+1, 3=2+1, 5=2+3,8=3+5, 13=5+8, 21=8+13, 34=13+21..)

ಈ ಸರಣಿಯನ್ನು ಇಟೆಲಿಯ ಗಣಿತಜ್ಞ ಫಿಬೊನಾಚ್ಚಿ(12 ನೇ ಶತಮಾನ) ಸರಣಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

A Project

ಮಾಯಾಚೌಕ:



ಇದು 3X3 ಚೌಕವಾಗಿದ್ದು 9 ಚೌಕಗಳಿವೆ(3 ಅಡ್ಡ ಸಾಲುಗಳು: R1, R2 ಮತ್ತು R3). (3 ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳು C1, C2 ಮತ್ತು C3). ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿನ ಅಂಕೆಗಳು 1 ರಿಂದ 9 ವರೆಗೆ ಇದ್ದು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿನ ಯಾವುದೇ ಅಂಕೆಯು ಬಿಟ್ಟುಹೋಗಿರುವುದಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಯಾವುದೂ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯೂ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗೆಯೇ,

ಪ್ರತೀ ಆಡ್ಡ ಸಾಲಿನ (R1, R2 ಮತ್ತು R3) ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ15.
ಪ್ರತೀ ಕಂಬ ಸಾಲಿನ (C1, C2 ಮತ್ತು C3) ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ15.
ಕರ್ಣದ ಸಾಲಿನ (ಕೆಂಪು ಗೆರೆಯಿಂದ ಎಳೆದಿದೆ) ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ 15.
15 ನ್ನು ಮಾಯಾಮೊತ್ತ('Magic sum') ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.ಅದು ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ/ಕಂಬಸಾಲಿನ/ಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ.

A Project of www.eShale.org

	C1	C2	C3
R1	**16**	**2**	12
R2	**6**	**10**	**14**
R3	**8**	**18**	**4**

ಮೇಲಿನದೂ ಒಂದು ಮಾಯಾಚೌಕವಾಗಿದ್ದು ಅದು 2 ರಿಂದ 18 ರ ವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು (9 ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು) ಹೊಂದಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಮಾಯಾ ಮೊತ್ತ 30.

ಇನ್ನಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

5X5 ಮಾಯಾಚೌಕ (ಮಾಯಾಮೊತ್ತ=65)

	C1	C2	C3	C4	C5
R1	**17**	**24**	**1**	**8**	**15**
R2	**23**	**5**	**7**	**14**	**16**
R3	**4**	**6**	**13**	**20**	**22**
R4	**10**	**12**	**19**	**21**	**3**
R5	**11**	**18**	**25**	**2**	**9**

7X7 ಮಾಯಾಚೌಕ (ಮಾಯಾಮೊತ್ತ=175)

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
R1	**30**	**39**	**48**	**1**	**10**	**19**	**28**
R2	**38**	**47**	**7**	**9**	**18**	**27**	**29**
R3	**46**	**6**	**8**	**17**	**26**	**35**	**37**
R4	**5**	**14**	**16**	**25**	**34**	**36**	**45**
R5	**13**	**15**	**24**	**33**	**42**	**44**	**4**
R6	**21**	**23**	**32**	**41**	**43**	**3**	**12**
R7	**22**	**31**	**40**	**49**	**2**	**11**	**20**

A Project of www.eShale.org

ಮಾಯಾಮೊತ್ತ ನೀಡಿದಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಮಾಯಾಚೌಕ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?. ಸಾಧ್ಯ. ಮಾಯಾಮೊತ್ತ 45 ಹೊಂದಿರುವ ಮಾಯಾಚೌಕ

	C1	C2	C3	C4
R1	25	1	12	7
R2	11	8	24	2
R3	5	10	3	27
R4	4	26	6	9

A Project of www.eShale.org

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಕೆಲವು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಹುಟ್ಟಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ಕಲಿತೆವು. ಹಾಗಾದರೆ ಗಣಿತವೆಂದರೆ ಇಷ್ಟೇನಾ?

ಒಂದು ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಕುರಿತು ಆಲೋಚಿಸೋಣ

ಸಮಸ್ಯೆ : ನಿಮ್ಮ ತಂದೆ/ತಾಯಿ/ಸಂಬಂಧಿಕರು ಅವರ ಸ್ನೇಹಿತರಿಗೆ ರೂ. 5000 ಸಾಲಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ. ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯದ ನಂತರ, ಆತನಿಗೆ ಭಾರವಾಗದಿರಲಿ ಎಂದು ಸಾಲ ತೀರಿಸುವ ಕ್ರಮ ಈ ರೀತಿಯದ್ದಾಗಿದೆ. ದಿನವು ಆ ದಿನದ ಸಂಖ್ಯೆಗನುಗುಣವಾಗಿ 1 ರೂ ನಂತೆ 100 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಲತೀರಿಸುವುದು(1 ನೇ ದಿನ 1 ರೂ 2 ನೇ ದಿನ 2 ರೂ …. 100 ನೇ ದಿನ 100 ರೂ). ಹೀಗಾದರೆ ಆ ಸ್ನೇಹಿತನು ಸಾಲ ತೀರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು/ಕಡಿಮೆ ಹಣವನ್ನು ಹಿಂದಿರುಗಿಸುತ್ತಾನೆ?

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಏನು ಮಾಡಬೇಕು 1 ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 100 ರ ವರೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಮೊತ್ತ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕಲ್ಲವೇ?

ಸಾಮಾನ್ಯ ಮತ್ತು ಸರಿಯಾದ ಕ್ರಮ:

```
  1
+ 2
+ 3
+ 4
...
...
+ 100
= = = =

= = = =
```

ಬಹುಷ: 10 ರ ತನಕ ಕೂಡಿಸುವಲ್ಲಿ ತಾಳ್ಮೆ ಕಳೆದುಕೊಂಡು ಕೈ ಚೆಲ್ಲುವಿರೇ? ಬೇರೆ ರೀತಿ ಸಾಧ್ಯವೇ?

A Project of www.eShale.org

ಕ್ರಮ 1:

1+2+3+4+5 . . .+100 ನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಎರಡು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ ಹೇಗೆ?

```
  1+  2+  3+4+5    …+50
100+ 99+ 98+ . . ..    +51
=====================
101+101+101 . .. .    +101
=====================
= 50*101= 5050
```

ಕ್ರಮ 2:

```
1+2+3+4+5 . . .+10=55
11+12+13+ . . .+20=(10+1)+(10+2)+(10+3)+ . . .+(10+10)=155
21+22+23+ . . .+30=(20+1)+(20+2)+(20+3)+ . . .+(20+10)=255
. . . . . .
91+92+93+ . .+100=(90+1)+(90+2)+(90+3)+ . . .+(90+10)=955

Total = 55+155+255 …… +955
      = (0+55)+(100+55)+(200+55)…+(900+55)
      = 0+100+200+ ….+900+55*10
      = 100(0+1+2+3 …. +9)+550
      = 4500+550=5050
```

A Project of www.eShale.org

ಕ್ರಮ 3: ಗಮನಿಸಿ: 1+2+3+4+5 . . .9+10 ರಲ್ಲಿ

1) 1 ಮತ್ತು 10 ರ ಸರಾಸರಿ =5.5

2) 2 ಮತ್ತು 9 ರ ಸರಾಸರಿ =5.5

3) 3 ಮತ್ತು 8 ರ ಸರಾಸರಿ =5.5

4) 4 ಮತ್ತು 7 ರ ಸರಾಸರಿ =5.5

5) 5 ಮತ್ತು 6 ರ ಸರಾಸರಿ =5.5

$\therefore \frac{(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)}{2} = 5.5*5$

$\therefore\therefore (1+2+3+4+5 \ldots 9+10) =$ 5.5 * 10 = 55 (ಸರಾಸರಿ * ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಇದೇ ತರ್ಕವನ್ನು 1+2+3+4+5 . . .+100 ರಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದಾಗ

1 ಮತ್ತು 100 ರ ಸರಾಸರಿ =50.5 ಆಗಿದ್ದು ಮತ್ತು ಒಟ್ಟು100 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ

1+2+3+4+5 . . .+100 = 50.5 * 100 = 5050

ವಿಧಾನಗಳು ಬೇರೆಯಾಗಿದ್ದರೂ ಉತ್ತರ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕ್ರಮವನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಸಮಯದ ಉಳಿತಾಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಸ್ನೇಹಿತ ರೂ. 5000 ಸಾಲವನ್ನು 100 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಲವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ತೀರಿಸುವುದೂ ಅಲ್ಲದೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ರೂ. 50 ನ್ನು ನೀಡಿರುತ್ತಾನೆ.

ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಅದರಲ್ಲೂ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಸಮಯ ಪರಿಪಾಲನೆ ಮುಖ್ಯವಾಗುವ ಸ್ಪರ್ಧಾತ್ಮಕ(CET , CAT, GMAT, KAS, IAS, ಬ್ಯಾಂಕಿಂಗ್, ಪೋಲೀಸ್ ..) ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವೇಗವಾಗಿ ಪರಿಹರಿಸಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿಶ್ಕೃಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲು ಅನುಕೂಲವಾಗುವಂತೆ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳು ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತವೆ.

A Project of www.e-bale.org

ಭಾಜಕ	ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕಾದರೆ	ಉದಾಹರಣೆಗಳು
2	ಕೊನೆಯ ಅಂಕೆ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬೇಕು (0,2,4,6,8)	128 **Yes** 129 **No**
3	ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿನ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು	381 (3+8+1=12, ಮತ್ತು $\frac{12}{3}$ = 4) **Yes** 217 (2+1+7=10, ಮತ್ತು $\frac{10}{3}$ = 3 $^{1}/_{3}$) **No**
4	ಕೊನೆಯ ಎರಡು ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು	1312 **Yes** (12÷4=3) 7019 **No**
5	ಕೊನೆಯ ಅಂಕೆ 0 ಅಥವಾ 5 ಆಗಿರಬೇಕು	175 **Yes** 809 **No**
6	ಸಂಖ್ಯೆಯು 2 **ಮತ್ತು** 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು	114 (ಸಮಸಂಖ್ಯೆ, ಮತ್ತು 1+1+4=6 ಮತ್ತು $\frac{6}{3}$ = 2) **Yes** 308 (ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ,3+0+8=11 ಮತ್ತು $\frac{11}{3}$ = 3 $^{2}/_{3}$) **No**
7	ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೇ ಅಂಕೆಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ದೊರಕುವ ಉತ್ತರ **0** ಆಗಿರಬೇಕು ಅಥವಾ **7** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು (ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ದೊರಕಿದ ಮಧ್ಯಂತರದ ಉತ್ತರದ ಮೇಲೂ ಪ್ರಯೋಗಿಸುತ್ತಾ ಹೋಗಬಹುದು)	672 (2 ರ ದ್ವಿಗುಣ 4, 67-4=63, ಮತ್ತು $\frac{63}{7}$=9) **Yes** 63(3 ರ ದ್ವಿಗುಣ 6, 6-6=0) **Yes** 905 (5 ರ ದ್ವಿಗುಣ 10, 90-10=80, ಮತ್ತು $\frac{80}{7}$=11 $\frac{3}{7}$) **No**

A Project of www.eShale.org

8	ಕೊನೆಯ 3 ಅಂಕೆಗಳಿಂದ ದೊರಕಿದ ಉತ್ತರವು 8 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು.	109**816** ($\frac{816}{8}$=102) **Yes** 216**302** ($\frac{302}{8}$=37 $\frac{3}{4}$) **No**
9	ಸಂಖೆಯಲ್ಲಿನ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು (ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ದೊರಕಿದ ಮಧ್ಯಂತರದ ಉತ್ತರದ ಮೇಲೂ ಪ್ರಯೋಗಿಸುತ್ತಾ ಹೋಗಬಹುದು)	**1629** (1+6+2+9=18, ಮತ್ತು ಪುನ: 1+8=9) **Yes** 2013 (2+0+1+3=6) **No**
10	ಕೊನೆಯ ಅಂಕೆ 0 ಆಗಿರಬೇಕು	220 **Yes** 221 **No**
11	(ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿನ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ - ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿನ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ) **0** ಆಗಿರಬೇಕು ಅಥವಾ **11** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು	**1364** ((3+4) - (1+6) = **0**) **Yes** **3729** ((7+9) - (3+2) = **11**) **Yes** 25176 ((5+7) - (2+1+6) = **3**) **No**
12	ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 **ಮತ್ತು** 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು	**648** (*3* ರಿಂದ? 6+4+8=18 ಮತ್ತು $\frac{18}{3}$=6 **Yes** *4* ರಿಂದ? 48÷4=12 Yes) **Yes** **524** (*3* ರಿಂದ? 5+2+4=11, $\frac{11}{3}$= 3 $\frac{2}{3}$ **No** 4 ರಿಂದ - *ಪರೀಕ್ಷಿಸಬೇಕಿಲ್ಲ.*) **No**

A Project of www.eshale.org