

1.1. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪರಿಚಯ:

1.1.1 ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

ನಮ್ಮ ಸುತ್ತ ಮುತ್ತ ಕಂಡು ಬರುವ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವ. 1 ತಲೆ 2 ಕಣ್ಣು, ಮೂರು ನದಿಗಳು ಸೇರುವ ತ್ರಿವೇಣಿ ಸಂಗಮ, 4 ವೇದಗಳು, 5 ಕೈ ಬೆರಳುಗಳು, 7 ಸಪ್ತ ಸ್ವರಗಳು, 8 ಅಷ್ಟ ದಿಕ್ಕುಗಳು 9 ನವ ರಸಗಳು, ಎರಡು ಕೈ ಸೇರಿ 10 ಬೆರಳುಗಳು . . .

ಈ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ‘ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು’ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಉದಾ :- 1, 4, 5...100...1000 ಇತ್ಯಾದಿ. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ‘N’ ಎಂಬ ಸಂಕೇತದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ.

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

0 ಯು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲ. ಏಕೆ?

1.1.1.1 ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲಕ್ಷಣಗಳು :

$$3+2 = 5, 3+4 = 7$$

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಸಂಕಲನ ಕ್ರಿಯೆಯು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ **ಅವೃತ ಗುಣ** ಹೊಂದಿದೆ.

ಈಗ, $3-2 = 1$ ಇದು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ

ಆದರೆ, $3-4 = -1$ ಇದು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅವೃತ ಕ್ರಿಯೆ ಅಲ್ಲ.

$$3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12$$

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಗುಣಾಕಾರವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ **ಆವೃತ ಗುಣ ಹೊಂದಿದೆ.**

$$4 \div 2 = 2 \text{ ಇದು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ. ಆದರೆ, } 2 \div 4 = \frac{1}{2} \text{ ಇದು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ.}$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಆವೃತ ಕ್ರಿಯೆ ಅಲ್ಲ.

ಈಗ ಗಮನಿಸಿ : $2+3 = 3+2, 4+5 = 5+4$

ಆದ್ದರಿಂದ a, b ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, $a+b = b+a$.

ಈ ಲಕ್ಷಣವು ಎಲ್ಲಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಗುಣವನ್ನು **ಸಂಕಲನದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ** ಎನ್ನುವರು.

ಈಗ ಗಮನಿಸಿ, $3-2 \neq 2-3$ ಮತ್ತು $5-4 \neq 4-5$

ಆದ್ದರಿಂದ ವ್ಯವಹರಣವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯವಲ್ಲ.

$$2 \times 3 = 3 \times 2, 6 \times 5 = 5 \times 6$$

ಆದ್ದರಿಂದ a, b ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, $a \times b = b \times a$.

ಈ ಗುಣವು ಎಲ್ಲಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಈ ಗುಣವನ್ನು **ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ** ಎನ್ನುವರು.

ಆದರೆ, $4 \div 2 \neq 2 \div 4, 3 \div 2 \neq 2 \div 3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯವಲ್ಲ.

$(2+3)+6 = 2+(3+6)$, $(4+5)+8 = 4+(5+8)$ ಆಗುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಈ ರೀತಿ a , b , c ಗಳು ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೆ $(a+b)+c = a+(b+c)$ ಈ ಗುಣವು ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು. ಈ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು **ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

$$(4-3)-2 = -1 ; 4-(3-2) = 3$$

$$\therefore (4-3)-2 \neq 4-(3-2)$$

ಆದ್ದರಿಂದ ವ್ಯವಕಲನದಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ಅನ್ವಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

$$(2*3)*6 = 2*(3*6), (4*5)*8 = 4*(5*8)$$

ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ a , b , c ಗಳಲ್ಲಿ $(a*b)*c = a*(b*c)$

ಈ ಗುಣ ಯಾವುದೇ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು **ಗುಣಾಕಾರದ ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

$$(8 \div 2) \div 2 = 4 \div 2 = 2$$

$$8 \div (2 \div 2) = 8 \div 1 = 8$$

ಇಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಉತ್ತರಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾದ್ದರಿಂದ, **ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ಅನ್ವಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.**

1.1.2 ಪ್ರಾಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

‘ಸೊನ್ನೆ’ ಯು ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಭಾರತೀಯರ ಅಮೋಫ್ ಕೊಡುಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವೀಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದ್ದೀರಿ. ಅದೇ ರೀತಿ ದಶಮಾಂಶ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಮೊದಲ ಬಾರಿಗೆ ಅನುಸರಿಸಿದವರೂ ಭಾರತೀಯರೇ.

ಸೊನ್ನೆಯನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪೇ ‘ಪ್ರಾಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ’: ಇದನ್ನು ‘W’ ಸಂಕೇತದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

1. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯಾಗಣದಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಬರುವ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಪ್ರಾಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ.
2. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯವಾಗದ ಲಕ್ಷಣಗಳು, ಪ್ರಾಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.
3. 0 ಯನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೂಡಿಸಿದರೂ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಏನೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ‘0’ ಯು ಸಂಕಲನದ ಅನ್ವಯತಾಂಶ.
4. 1 ನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಗುಣಿಸಿದರೂ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ‘1’ ಗುಣಾಕಾರದ ಅನ್ವಯತಾಂಶ.

1.1.3 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು:

ನಾವು ಪತ್ರಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಆಗಾಗ ಓದುತ್ತೇವೆ – ಒಂದು ನಗರದ ಉಪ್ಪಾಂಶ -5° ಸೆ. ಇದರ ಅಧ್ಯ ಉಪ್ಪಾಂಶವು ಸೊನ್ನೆಗಿಂತಲೂ 5 ಡಿಗ್ರಿ ಕಡಿಮೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಮಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಆಗಾಗ ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

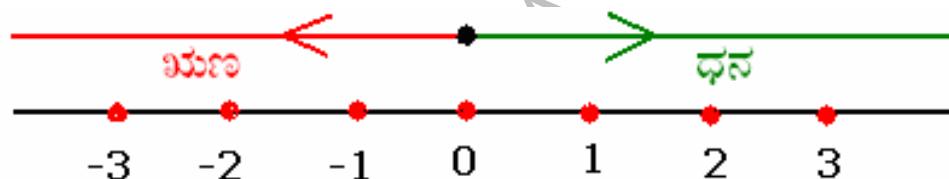
ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು : {1, 2, 3, 4 ...}

ಮಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು : {-4, -3, -2, -1 ...}

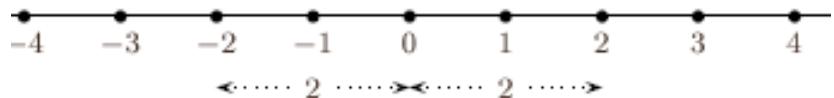
ಇಲ್ಲಿ ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕವೂ ಅಲ್ಲ. ಮಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೂ ಅಲ್ಲ.

ಗಣ(ಗುಂಪು) Z = {..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4...} ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಗಮನಿಸಿ : ಈ ಗಣವು ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕ, ಮಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನೊಳಗೊಂಡಿದೆ. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖದಲ್ಲಿ ಏಕೆಂಬ ರೀತಿಯಾಗಿ ಗುರುತಿಸಬಹುದು.



ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯ ಬಲಬದಿಗೂ, ಮಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯ ಎಡಬದಿಗೂ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ.



-2 ಕ್ಕೂ 0 ಗೂ ಇರುವ ದೂರ ಎಷ್ಟು? ಹಾಗೆಯೇ 0 ಗೂ 2 ಕ್ಕೂ ಇರುವ ದೂರ ಎಷ್ಟು? 2 ಮಾನಗಳು ಅಲ್ಲವೇ?

ವ್ಯಾಖ್ಯಾ : ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ‘ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ’, ಧನ (+) ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಧನಸಂಖ್ಯೆಯ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಯು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇಂಥಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಯು ಧನಚಿಹ್ನೆ ಹೊಂದಿದ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ x ನ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಯನ್ನು $|x|$ (ಮಾಡಿ x) ಇಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

+5 ರ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ +5 ಅಥವಾ 5

-5 ರ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ +5 ಅಥವಾ 5

ಅದ್ದರಿಂದ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ = ಇಂಥಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ.

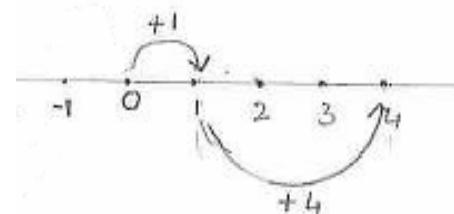
$$|x| = \begin{cases} x, & \text{if } x > 0 \\ -x, & \text{if } x < 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

1.1.3.1 ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ:

1) ಎರಡು ಧನ ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ : $(+1) + (+4)$

$$\text{ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ } (+1) + (+4) = +5$$

ಎರಡು ಧನಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳು ಕೂಡಿಸುವಾಗ, ನಾವು ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ, ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ + ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತೇವೆ.

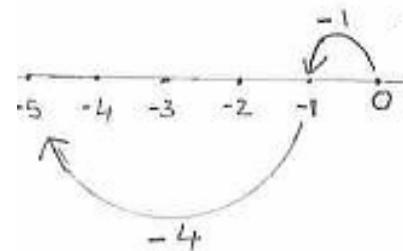


2) ಎರಡು ಶುಷ್ಟಿ ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ : $(-1) + (-4)$

$$\text{ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ } (-1) + (-4) = -5$$

ಆ ಎರಡು ಶುಷ್ಟಿ ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಾಗ, ಅವುಗಳ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ, ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ - ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತೇವೆ.

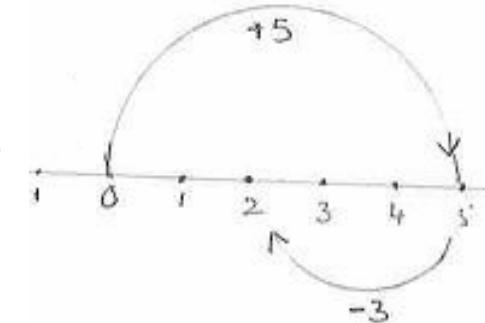
$$- \{ |-1| + |-4| \} = - (1 + 4) = -5$$



3) ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ :

3.1) $(+5) + (-3)$ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ $(+5) + (-3) = +2$

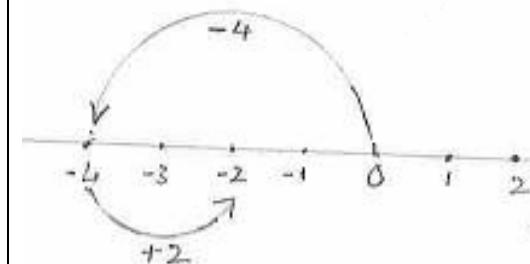
ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ - ಇವುಗಳ ಸಂಕಲನ ಮಾಡುವಾಗ, ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡಿ, ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತೇವೆ.



$(+5) + (-3)$. ಇವುಗಳ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ 5 ಮತ್ತು 3. ಇವೆರಡರ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $2 (=5-3)$. ಹೆಚ್ಚಿನ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ ಹೊಂದಿದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ $+5$, ಇದರ ಚಿಹ್ನೆ $+$. **ಆದ್ದರಿಂದ ಮೂಲಕ ಧನ ಚಿಹ್ನೆ ಕೊಡಬೇಕು.**

3.2) $(-4) + (+2)$ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ $(-4) + (+2) = -2$

ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ -ಇವುಗಳ ಸಂಕಲನ ಮಾಡುವಾಗ, ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡಿ, ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತೇವೆ.



$(-4) + (+2)$. ಇವುಗಳ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ 4 ಮತ್ತು 2. ಇವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $2 (=4-2)$. ಹೆಚ್ಚಿನ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ ಹೊಂದಿದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ: -4 ಇದರ ಚಿಹ್ನೆ $(-)$ **ಆದ್ದರಿಂದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆ ಕೊಡಬೇಕು.**

3.1) (+5) + (-3). ಇವುಗಳ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ 5 ಮತ್ತು 3. ಇವೆರಡರ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $2(=5-3)$. ಹೆಚ್ಚು ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ ಹೊಂದಿದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ $+5$ ಇದರ ಚಿಹ್ನೆ $+$.

ಅದ್ದರಿಂದ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಧನ ಚಿಹ್ನೆ ಹೊಡಬೇಕು.

$$(+5) + (-3) = +5 \text{ರ ಚಿಹ್ನೆ} [(+5) \text{ರ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ} - (-3) \text{ರ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ}] = +[5 - 3] = +2 :$$

$$+|+5| - |-3| = +[5 - 3] = 2$$

3.2) (-4) + (+2). ಇವುಗಳ ನಿರಪೇಕ್ಷಬೆಲೆ 4 ಮತ್ತು 2. ಇವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $2(=4-2)$. ಹೆಚ್ಚಿನ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ ಹೊಂದಿದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ: -4 ಇದರ ಚಿಹ್ನೆ $(-)$

ಅದ್ದರಿಂದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಮಣ ಚಿಹ್ನೆ ಹೊಡಬೇಕು.

$$(-4) + (+2) = -4 \text{ರ ಚಿಹ್ನೆ} [(-4) \text{ರ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ} - (+2) \text{ರ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆ}] = -[4 - 2] = -2 :$$

$$-[|-4| - |+2|] = -[4 - 2] = -2$$

ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು:

1. ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.
2. ಎರಡು ಖರ್ಚ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ ಖರ್ಚ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.
3. ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಖರ್ಚ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಯು ಖರ್ಚ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಜಾಸ್ತಿಯಿದ್ದರೆ, ಮೊತ್ತವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
4. ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಖರ್ಚ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಖರ್ಚ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಯು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ ಮೊತ್ತವು ಖರ್ಚ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

1.1.3.2 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವ್ಯವಹಾರ:

ಗಮನಿಸಿ:

ಹೇಳಿಕೆ	ನಿರೂಪಣೆ	ಸುಲಭೀಕರಣ	ಫಲಿತಾಂಶ
-5 ರಿಂದ $\boxed{3}$ ನ್ನು ಕಡೆ	$-5 - \boxed{3}$	$-5 + (-3)$	- 8
5 ರಿಂದ $\boxed{3}$ ನ್ನು ಕಡೆ	$5 - \boxed{3}$	$5 + (-3)$	2
-5 ರಿಂದ $\boxed{-3}$ ನ್ನು ಕಡೆ	$-5 - \boxed{(-3)}$	$-5 + (+3)$	-2
5 ರಿಂದ $\boxed{-3}$ ನ್ನು ಕಡೆ	$5 - \boxed{(-3)}$	$5 + (+3)$	8

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವ್ಯವಹಾರವನ್ನು ಎರಡು ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ:

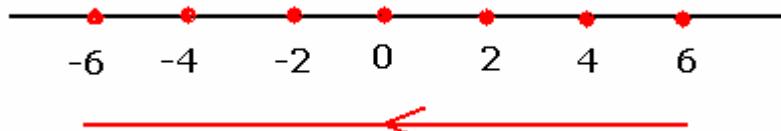
1. ಕಡೆಯಲಿಕ್ಕಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ.
2. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನದ ನಿಯಮಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ ಹೂಡಿಸಿ.

1.1.3.3 ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ:

ಗುಣಿಸುವುದು ಪದೇ ಪದೇ ಕೂಡಿಸುವುದೇ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಕಲೀತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೂಲಕ ಗುಣ್ಯ ಮತ್ತು ಗುಣಕಗಳು ಯಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದಾಗ ಗುಣ ಲಭ್ಯ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವ.

1.1.3.3.1 ಯಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ:

ಕ್ರಿಯೆ	ಗುಣ್ಯ	ಗುಣಕ	ಗುಣ ಲಭ್ಯ	ಪರಿಣಾಮ
ಗುಣ್ಯವನ್ನು ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುತ್ತಾ ಹೋದಾಗ	3 2 1 0 -1 -2 -3	2	6 4 2 0 -2 -4 -6	ಗುಣ ಲಭ್ಯ 2 ಕಡಿಮೆ ಆಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

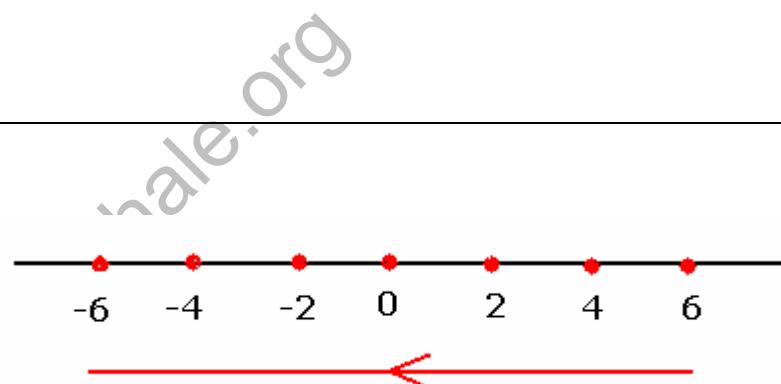


ಗುಣ ಲಭ್ಯ ಯಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

1.1.3.3.2 ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ:

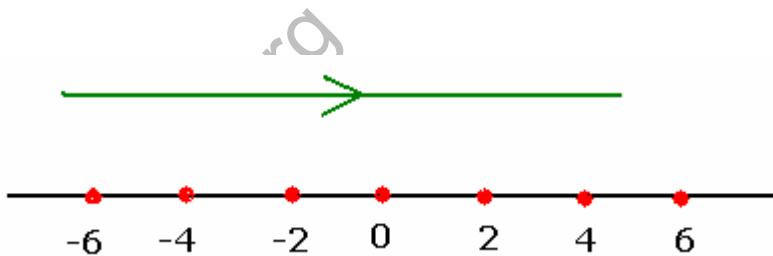
ಕ್ರಿಯೆ	ಗುಣ್ಯ	ಗುಣಕ	ಗುಣ ಲಭ್ಯ	ಪರಿಣಾಮ
ಗುಣಕ	2	3	6	ಗುಣ ಲಭ್ಯ 2 ಕಡಿಮೆ
ವನ್ನು	2	2	4	
ಒಂದು	2	1	2	ಆಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ.
ಕಡಿಮೆ	2	0	0	
ಮಾಡುತ್ತಾ	2	-1	-2	
ಹೋದಾಗ	2	-2	-4	
	2	-3	-6	

ಗುಣ ಲಭ್ಯ ಮಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.



1.1.3.3.3 ಮಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ:

ಕ್ರಿಯೆ	ಗುಣಿ	ಗುಣಕ	ಗುಣ ಲಭ್ಯ	ಪರಿಣಾಮ
ಗುಣಿವನ್ನು ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುತ್ತಾ ಹೋದಾಗ	3	-2	-6	ಗುಣ ಲಭ್ಯ 2 ಹೆಚ್ಚು ಆಗುತ್ತೂ ಹೋಗುತ್ತದೆ.
	2	-2	-4	
	1	-2	-2	
	0	-2	0	
	-1	-2	+2	
	-2	-2	+4	
	-3	-2	+6	



ಗುಣ ಲಭ್ಯ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಭಾಗ ಲಭ್ಯ = ಭಾಜ್ಯ ÷ ಭಾಜಕ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ.

∴ ಭಾಗ ಲಭ್ಯ * ಭಾಜಕ = ಭಾಜ್ಯ

ಭಾಜ್ಯ ಅಥವಾ ಭಾಜಕವು ಮಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಅನ್ವಯವಾಗುವ ನಿಯಮಗಳು ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

1.1.3.4 ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ:

ಗುಣ/ಭಾಜ್ಯ	ಕ್ರಿಯೆ	ಗುಣಕ/ಭಾಜಕ	ಗುಣಲಭ್ದ/ಭಾಗಲಭ್ದ
+	ಗುಣಿಸು/ಭಾಗಿಸು	+	+
+		-	-
-		+	-
-		-	+

ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿರುವದನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ವಿವರಿಸಬಹುದು

1	ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು	ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ	ಗುಣಿಸಿದಾಗ/ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ	ಗುಣಲಭ್ದ /ಭಾಗಲಭ್ದ ಧನ ವಾಗಿರುತ್ತದೆ
2	ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು	ಶುಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ		ಗುಣಲಭ್ದ /ಭಾಗಲಭ್ದ ಶುಣ ವಾಗಿರುತ್ತದೆ
3	ಶುಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು	ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ		ಗುಣಲಭ್ದ /ಭಾಗಲಭ್ದ ಶುಣ ವಾಗಿರುತ್ತದೆ
4	ಶುಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು	ಶುಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ		ಗುಣಲಭ್ದ /ಭಾಗಲಭ್ದ ಧನ ವಾಗಿರುತ್ತದೆ

ಉದಾ: ಸಂಕೇತಿಸಿ: $\frac{(-10) * (-8) * (-4)}{(-5) * (+2)}$

$$(-10) * (-8) = +80 \text{ (} \because \text{ ಎರಡು ಶುಣ ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಭ್ದ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ)}$$

$$(-10) * (-8) * (-4) = (+80) * (-4) = -320 (\because \text{ಧನ ಮತ್ತು ಶುಣ ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಭ್ದ ಶುಣ})$$

$$(-5) * (+2) = -10 (\because \text{ಧನ ಮತ್ತು ಶುಣ ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಭ್ದ ಶುಣ})$$

$$\therefore \frac{(-10) * (-8) * (-4)}{(-5) * (+2)} = \frac{(-320)}{(-10)} = +32$$

(\because ಶುಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಶುಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಭಾಗಲಭ್ದ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ)

1.1.3.5 ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಲಕ್ಷಣಗಳು:

ಕೆಳಗಿನವುಗಳು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು:

$$-4 + -3 = -7 : 4 + (-4) = 0 : -4 * -3 = 12 : (-4) * (+3) = -12$$

$$3 - 4 = -1 (\text{ಇದು ಪ್ರಾಣಾಂಕ}) \quad 3 - 3 = 0 (\text{ಇದು ಪ್ರಾಣಾಂಕ}).$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರದಿಂದ ನಮಗೆ ಪ್ರಾಣಾಂಕವೇ ಸಿಗುತ್ತದೆ. **ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಗುಂಪು(ಗಣವು)** ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ **ಆವೃತ ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.**

$$4 \div 2 = 2. \text{ ಆದರೆ } 2 \div 4 \text{ ಒಂದು ಪ್ರಾಣಾಂಕವಲ್ಲ.}$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಗುಂಪು(ಗಣವು) ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಆವೃತ ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ.

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳು a, b ಗಳಲ್ಲಿ $a+b = b+a, a*b = b*a$

ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳು a, b, c ಗಳಲ್ಲಿ $(a+b)+c = a+(b+c), (a*b)*c = a*(b*c)$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಗುಂಪು(ಗಣವು) ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನ ಮತ್ತು ಸಹವರ್ತನ ಗುಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

0 ಯು ಸಂಕಲನದ ಅನ್ಯಾಂಶ ಮತ್ತು '1' ಗುಣಾಕಾರದ ಅನ್ಯಾಂಶ.

$(3, -3), (-4, 4)$ ಈ ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಜೊತೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊತ್ತವು ಸೊನ್ನೇ. -3 ಎಂಬುದು 3 ರ '**ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ**'. -4 ಎಂಬುದು 4 ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ. ಹಾಗೆಯೇ, 4 ಎಂಬುದು -4 ರ ಸಂಕಲನ ವಿಲೋಮ.

$$(\text{ಪ್ರಾಣಾಂಕ} + \text{ಪ್ರಾಣಾಂಕದ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ}) = 0$$

1.1.4 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ ಕೆ ಜಿ ತುಪ್ಪ ಎಂದು ನಿತ್ಯ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿರುತ್ತೇವೆ.

$-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ ರೀತಿಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ನಮಗೆ ಪರಿಚಿತ.

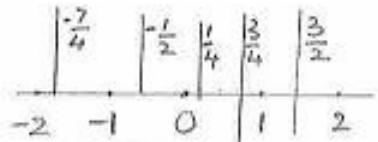
ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಲ್ಲಾ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬಂದಂಥಾದ್ದು.

ವಾಯ್ದೆ: ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪದಲ್ಲಿ $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಬಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಗುಂಪನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ p ಮತ್ತು q ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು $q \neq 0$. ಈ ಗುಂಪನ್ನು ' Q ' ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

$Q = \{-1, -\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 2, 4, \dots\}$ ಅಥವಾ ಸಂಕೇತ ರೂಪದಲ್ಲಿ:

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z} \text{ ಮತ್ತು } q \neq 0 \right\}$$

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಂತೆಯೇ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಬಹುದು:



ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳು:

ಯಾವುದೇ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡುವ ಮುಂಚೆ, ದತ್ತ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಏಶ್ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಹಳನ ಮಾಡುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕ್ರಮ:

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಹಳನ ಮಾಡಲು, ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಫೇದವು ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು.

ಹಂತ 1 : ಫೇದಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ 2 : ದತ್ತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಫೇದವುಳ್ಳ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

ಹಂತ 3 : ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ/ಕಳೆಯಿರಿ. ನಂತರ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಫೇದದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಹಂತ 4 : ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ.

1.1.4 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $\frac{7}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{2}{3}$ ನ್ನು ಕೊಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$5 \text{ ಮತ್ತು } 3 \text{ ರ } \text{ಲ.ಸಾ.ಅ} = 15.$$

$$\frac{7}{5} = \frac{7}{5} * \frac{3}{3} = \frac{21}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} * \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$$

$$\therefore \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = \frac{21}{15} + \frac{10}{15} = \frac{(21+10)}{15} = \frac{31}{15}$$

1.1.4 ಸಮಸ್ಯೆ 2: $\frac{8}{5}$ ರಿಂದ $\frac{3}{2}$ ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$2 \text{ ಮತ್ತು } 5 \text{ ರ } \text{ಲ.ಸಾ.ಅ} = 10$$

$$\frac{8}{5} = \frac{8}{5} * \frac{2}{2} = \frac{16}{10}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2} * \frac{5}{5} = \frac{15}{10}$$

$$\therefore \frac{8}{5} - \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{16}{10} - \frac{15}{10} = \frac{(16-15)}{10} = \frac{1}{10}$$

ಗಮನಿಸಿ: $\frac{a}{b}$ ಮತ್ತು $\frac{c}{d}$ ಗಳು ಎರಡು ಭಾಗಲಭ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರಲಿ.

1. $ad=bc$ ಆದಾಗ ಅವೇರಡೂ ಸಮ. (ಉದಾ: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$)
2. $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ ಆದಾಗ, $ad>bc$ (ಉದಾ: $\frac{1}{2} > \frac{3}{7}$)
3. $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ಆದಾಗ, $ad<bc$ (ಉದಾ: $\frac{1}{2} < \frac{5}{9}$)
4. ಪ್ರತಿ n ಪೂರ್ಣಾಂಕವೂ n ಒಂದು ಭಾಗಲಭ್ದ ಸಂಖ್ಯೆ (n ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದಾಗ, $n = \frac{n}{1}$)
5. ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಭಾಗಲಭ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ಭಾಗಲಭ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುತ್ತವೆ.
(ಉದಾ: a ಮತ್ತು b ಗಳು ಭಾಗಲಭ್ದಗಳಾದರೆ, $\frac{(a+b)}{2}, \frac{(a+b)}{3}, \frac{(a+b)}{4}, \dots, \frac{(a+b)}{n}$ ಗಳೂ ಭಾಗಲಭ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಆಗಿವೆ.)

ಭಾಗಲಭ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕ್ರಮ:

ಹಂತ 1: ಅಂಶ ಮತ್ತು ಭೇದಗಳ ಗುಣಲಭ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ 2: ಅಂಶಗಳ ಗುಣಲಭ್ದವನ್ನು ಭೇದಗಳ ಗುಣಲಭ್ದದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ.

1.1.4 ಸಮಸ್ಯೆ3: $\frac{2}{7}$ ನ್ನು $\frac{8}{11}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ಅಂಶಗಳ ಗುಣಲಭ} = 2 * (8) = 16$$

$$\text{ಭೇದಗಳ ಗುಣಲಭ} = 7 * 11 = 77$$

$$\therefore \frac{2}{7} * \frac{8}{11} = \frac{16}{77}$$

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕ್ರಮ:

ಹಂತ 1 : ಭಾಜಕದ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ 2 : ಮೇಲೆ ಬಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಜಕವನ್ನು ಗುಣಿಸಿ

1.1.4 ಸಮಸ್ಯೆ 4: $-2\left(\frac{1}{2}\right)$ ಯನ್ನ $\frac{8}{15}$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

1. ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿರುವ ಭಾಜಕವನ್ನು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ. $-2\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}$

2. ಭಾಜಕದ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ: $\frac{15}{8}$

$$\therefore -2\left(\frac{1}{2}\right) \div \frac{8}{15} = \left(-\frac{5}{2}\right) * \left(\frac{15}{8}\right) = \underline{\underline{-\frac{75}{16}}}$$

ಇಲ್ಲಿಯ ವರೆಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿದ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರೀಕರಿಸಿ ಮೂಲಕ ಗುಂಪಾಗಿಸೋಣ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತಿರಲಿ:

1 $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ - $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{5}$ 5 7 $\frac{1}{3}$ -8 0 100 -3 -5

ಮೊದಲಿಗೆ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪು

1) ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪು:

$$N = \{ 1, 5, 7, 100 \}$$

ಮೇಲಿನ ಗುಂಪಿಗೆ 0 ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ:

2) ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪು:

$$W = \{ 0, 1, 5, 7, 100 \}$$

ಮೇಲಿನ ಗುಂಪಿಗೆ ಇಂಂಥ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ

3) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಂಪು:

$$Z = \{ -8, -5, -3, 0, 1, 5, 7, 100 \}$$

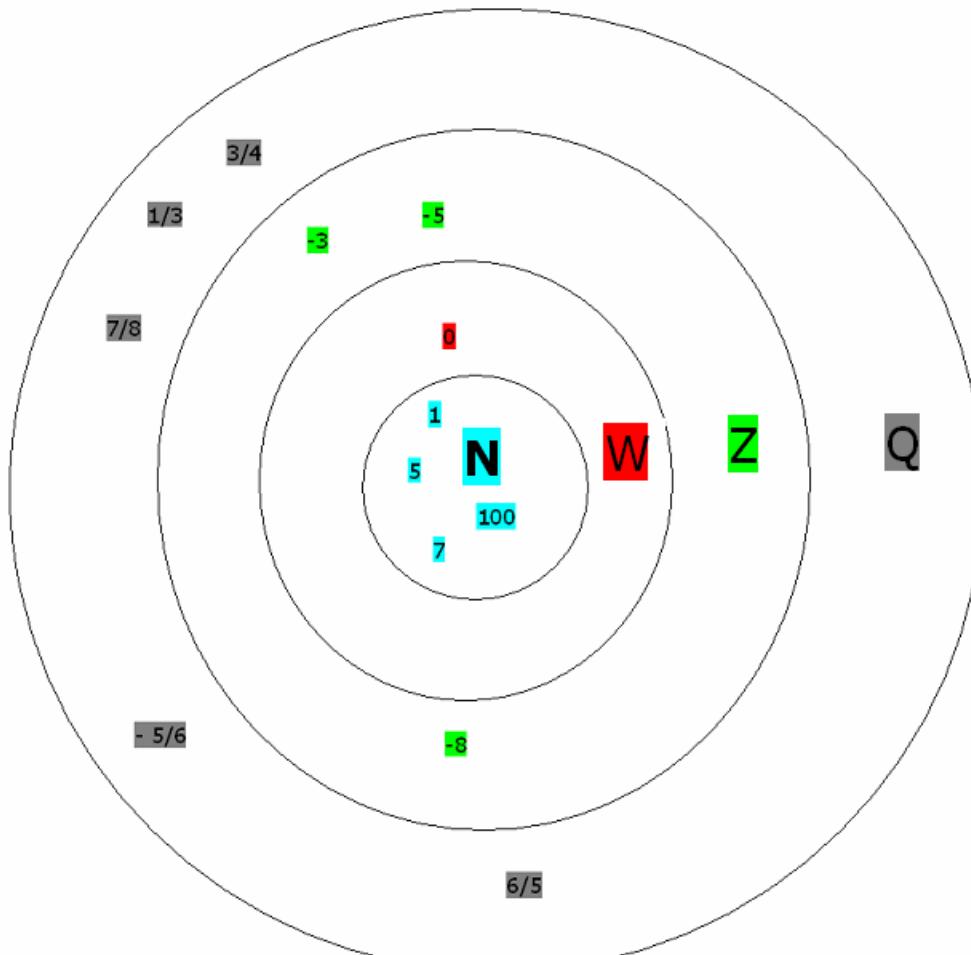
ಮೇಲಿನ ಗುಂಪಿಗೆ ಭಿನ್ನ ರಾಶಿಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ:

4) ಭಾಗಲಭ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪು:

$$Q = \{ -8, -5, -3, -\frac{5}{6}, 0, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, 1, \\ \frac{6}{5}, 5, 7, 100 \}$$

ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರೀಕರಿಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

A Project



ಇದರಿಂದ ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದಾದದ್ದು: $N \subset W \subset Z \subset Q$.

ಗಮನಿಸಿ:

• ಅನ್ವಯವಾಗುವ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಗಳು: ಸಂಕಲನ/ವ್ಯವಕಲನ/ಗುಣಾಕಾರ/ಭಾಗಾಕಾರ.

• ನಿಯಮಗಳು: ಆವೃತ್ತ ಗುಣ, ಪರಿವರ್ತನ ನಿಯಮ, ಸಹವರ್ತನ ನಿಯಮ.

1. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಗಳೂ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ.
2. ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ.
3. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಿಗೆ ಅನ್ವಯವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಗಳು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ.
4. ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯವಾಗುವ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತ ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ.

ಏಕೆಂದರೆ $(\frac{1}{2}) \div 0$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಇಲ್ಲ.

5. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆಯೇ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನ ನಿಯಮ ಅನ್ವಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಏಕೆಂದರೆ $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{4} \neq -\frac{1}{4}$ ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \neq \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

ಹಾಗೆಯೇ $(\frac{1}{2}) \div (\frac{1}{3}) = \frac{3}{2}$, $(\frac{1}{3}) \div (\frac{1}{2}) = \frac{2}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{2} \neq \frac{2}{3}$ ಆದ್ದರಿಂದ $(\frac{1}{2}) \div (\frac{1}{3}) \neq (\frac{1}{3}) \div (\frac{1}{2})$ ಇದೇ ರೀತಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನ ನಿಯಮ ಅನ್ವಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

- 1.0 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಕಲನದ ಅನ್ವಯತಾಂಶ. $\{\frac{a}{b} + 0\} = \frac{a}{b}$
2. 1 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದ ಅನ್ವಯತಾಂಶ $\{\left(\frac{a}{b}\right) * 1\} = \frac{a}{b}$
3. ಪ್ರತಿ 1 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಒಂದು ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮವಿದೆ $\{\left(\frac{a}{b}\right) + \left(-\frac{a}{b}\right)\} = 0$
4. 0 ಯನ್ನು ಹೊರತು ಪಡಿಸಿ ಪ್ರತಿ 1 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಒಂದು ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮವಿದೆ.

$$\{\left(\frac{a}{b}\right) * \left(\frac{a}{b}\right)\} = 1 \quad \text{ಉದಾ: } \left(-\frac{3}{2}\right) \text{ ಎಂಬುದು } \left(-\frac{2}{3}\right) \text{ ರ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ.}$$

ಸಂಖ್ಯೆ, ವಿವಿಧ ಕ್ರಿಯೆ ಮತ್ತು ಗುಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ:

ಸಂ	ಚಿಹ್ನೆ, ಸಂಖ್ಯೆ	ಕ್ರಿಯೆ	ಆವೃತ್ತಿ ಗುಣ	ಪರಿವರ್ತನ ಗುಣ	ಸಹವರ್ತನ ಗುಣ
1	N	ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ	+ ಅಥವಾ *	ಇದೆ $3+4 = 7, 3*4=12$	ಇದೆ
		ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ	- ಅಥವಾ \div	ಇಲ್ಲ $3-4 = -1, 3 \div 4 = \frac{3}{4}$	ಇಲ್ಲ $3-2 \neq 2-3, 4 \div 2 \neq 2 \div 4$
2	W	ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ	+ ಅಥವಾ *	ಇದೆ $3+4 = 7, 3*4=12$	ಇದೆ
		ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ	- ಅಥವಾ \div	ಇಲ್ಲ $3-4 = -1, 4 \div 0 = ?$	ಇಲ್ಲ
3	Z	ಪೂರ್ಣಾಂಶಗಳ	+ ಅಥವಾ *	ಇದೆ $-3 + -4 = -7, -3 * -4 = 12$	ಇದೆ
		ಪೂರ್ಣಾಂಶಗಳ	-	ಇದೆ $3-4 = -1,$	ಇಲ್ಲ
		ಪೂರ್ಣಾಂಶಗಳ	\div	ಇಲ್ಲ $4 \div 0 = ?$	ಇಲ್ಲ
4	Q	ಭಾಗಲಭ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ	+ ಅಥವಾ *	ಇದೆ $3+4 = 7, 3*4=12$	ಇದೆ
		ಭಾಗಲಭ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ	- ಅಥವಾ \div	ಇದೆ $\frac{3}{4} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{20}$ $\frac{2}{4} \div \frac{3}{5} = \frac{10}{12}$	ಇಲ್ಲ

ಗಮನಿಸಿ:

ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದೇ ಅದರೂ(ಸ್ವಾಭಾವಿಕ, ಪೂರ್ಣ, ಪೂರ್ಣಾಂಕ, ಭಾಗಲಭ್ಯ)

- ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಕಾರದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಸಹಬರ್ತನ ಮತ್ತು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣವಿದೆ.
(ಉದಾ : $3+4 = 4+3$, $3 \times 5 = 5 \times 3$)
- ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಸಹಬರ್ತನ ಮತ್ತು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.
(ಉದಾ : $3-2 \neq 2-3$, $4 \div 2 \neq 2 \div 4$)