

## 1.5 ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಿಂದ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು:

4,16,64,256 ರ ವರ್ಗಮೂಲ ಎಷ್ಟು? 2,4,8,16 ಅಲ್ಲವೇ?

ಹಾಗಿದ್ದರೆ 6,57,721 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?  
ಹಾಗೆಯೇ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ಹೇಳುವಿರಾ?

“ಒಬ್ಬ ತೋಟಗಾರನು ಸಸಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಚೌಕಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸುತ್ತಾನೆ. ಹೀಗೆ ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದ ಮೇಲೆ ಆತನಿಗೆ 5 ಸಸಿಗಳು ಉಳಿದಿರುವುದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಸಸಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯು 64,014. ಆದರೆ ಪ್ರತೀ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಸಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?”

ನಾವೀಗಾಗಲೇ ಪಾಠ (1.2) ರಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ, ಆ ಅಪವರ್ತನಗಳ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾ:  $484 = 2*2*11*11 = 2^2*11^2$   $\therefore \sqrt{484} = 2*11 = 22$

ಆದರೆ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯು ತೀರಾ ದೊಡ್ಡದಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ವರ್ಗಮೂಲ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲಿಕ್ಕೆ ತುಂಬಾ ಸಮಯ ಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ, ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಇನ್ನೊಂದು ಕ್ರಮವಾದ ‘ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮ’ ವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ನಾವು ಮೊದಲಿಗೆ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನ(ಬಲಬದಿ)ದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ, ಎರಡೆರಡು ಅಂಕಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯ ಸ್ಥಾನಗಳಿದ್ದರೆ, ನಾವು ಮಾಡುವ ಎಲ್ಲಾ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ 2 ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾ: ಸಂಖ್ಯೆ: 219024 ನ್ನು ಮೂರು ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು (21),(90) (24).

ಸಂಖ್ಯೆ 34567890 ನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗ: (34,56,78,90).

ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಸ್ಥಾನಗಳಿದ್ದರೆ, ಮೊದಲ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಅಂಕಿಯಿದ್ದು ಉಳಿದ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡೆರಡು ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾ: 19024 ನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗ: (1),(90) ಮತ್ತು (24) ಎನ್ನುವ 3 ಗುಂಪುಗಳು

3456789 ರ ಗುಂಪುಗಳು: (3),(45),(67) (89).

A Project of www.e-shale.org

1.5.1 ಸಮಸ್ಯೆ 1: 219024 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. \*

ಹಂತ	ಭಾಜಕ	4 6 8	ವಿವರಣೆ
2,3,5	4	21 90 24	$16 < 21 < 25$ , $\sqrt{16} = 4$
6	+4	16	$16 = 4 * 4$
7,8	86	590	$21 - 16 = 5$ , $8 = 4 + 4$
9	+6	516	$86 * 6 = 516$
10,11	928	7424	$86 + 6 = 92$ ; $590 - 516 = 74$
12		7424	$928 * 8 = 7424$
		0	

ವಿ.ಸೂ. ಹಂತಗಳ ವಿವರಣೆಗೆ ಕನ್ನಡ ವೆಬ್ ಪುಟಗಳನ್ನು ನೋಡಿ.

**1.5.1 ಸಮಸ್ಯೆ 2:** 6,57,721 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

**ಪರಿಹಾರ:**

ಭಾಜಕ	8 1 1	ವಿವರಣೆ
8	$\overline{65} \overline{77} \overline{21}$	$64 < 65 < 81$ , $\sqrt{64} = 8$
+8	64	$64 = 8 * 8$
161	1 77	$65 - 64 = 1$ $16 = 8 + 8$
+1	161	$161 * 1 = 161$
1621	1621	$161 + 1 = 162$ : $177 - 161 = 16$
	1621	$1621 * 1 = 1621$
	0	

ಎಲ್ಲಾ ಗುಂಪುಗಳೂ ಮುಗಿದುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಇಲ್ಲಿಗೇ ಮುಗಿದಿದೆ.  $\therefore \sqrt{657721} = 811$

**ತಾಳೆ:**

$$811 = 800 + 10 + 1 \quad \text{ಸೂತ್ರ: } (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$811^2 = 800^2 + 10^2 + 1^2 + 2(800 * 10 + 10 * 1 + 800 * 1)$$

$$= 6,40,000 + 100 + 1 + 2 * (8,000 + 10 + 800) = 6,40,000 + 101 + 17,620$$

$$= 6,57,721$$

**1.5.1 ಸಮಸ್ಯೆ 3:** 49,244 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

**ಪರಿಹಾರ:**

ದತ್ತಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಬೆಸ ಸ್ಥಾನಗಳಿರುವುದರಿಂದ, ಮೊದಲ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆ (4) ಇರುತ್ತದೆ.

ಭಾಜಕ	2 2 2	ವಿವರಣೆ
2	$\bar{4} \ \bar{92} \ \bar{84}$	$4=4<9$ , $\sqrt{4} =2$
+2	4	$4=2*2$
42	0 92	$4-4=0$ $4 =2+2$
+2	84	$42*2 =84$
442	884	$42+2 =44$ : $92-84 =8$
	884	$442*2 =884$
	0	

ಎಲ್ಲಾ ಗುಂಪುಗಳೂ ಮುಗಿದುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆ ನಿಲ್ಲಿಸುತ್ತೇವೆ.  $\therefore \sqrt{49284} = 222$

**ತಾಳೆ:**

$$222 = 200+20+2 : (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$$

$$\begin{aligned} 222^2 &= 200^2+20^2+2^2+2(200*20+20*2+200*2) = 40,000+400+4+2*(4000+40+400) \\ &= 40,000+404+8,480 = 49,284 \end{aligned}$$



64,009 ರ ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು

ಭಾಜಕ	2 5 3	ವಿವರಣೆ
2	$\overline{6} \overline{40} \overline{09}$	$4=4<6$ , $\sqrt{4} =2$
+2	4	$4=2*2$
45	2 40	$6-4=2$ 4 = $2+2$
+5	2 25	$45*5 =225$
503	15 09	$45+5 =50$ : $240-225 =15$
	15 09	$503*3 =1509$
	0	

$\therefore \sqrt{64009} = 253$  ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಸಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 253  $\therefore$  ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 253

**ತಾಳೆ:**

$$253 = 250+3$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$253^2 = (250+3)^2 = (250)^2 + 2*250*3 + (3)^2$$

$$= 62,500 + 1,500 + 9$$

$$= 64,009$$

ಇದಕ್ಕೆ 5 ಕೂಡಿಸಿದರೆ 64,014 ಬರುತ್ತದೆ.

**1.5.1 ಸಮಸ್ಯೆ 6 :** 9,215 ನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಅದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು. ಆ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

**ಪರಿಹಾರ:**

ಭಾಜಕ	9 6	ವಿವರಣೆ
9	$\overline{92} \overline{15}$	$81 < 92 < 100, \sqrt{81} = 9$
+9	81	$81 = 9 * 9$
186	11 15	$92 - 81 = 11 \quad 18 = 9 + 9$
+6	11 16	$185 * 5 = 925, 186 * 6 = 1116$
	-1	$1115 - 1116 = -1$

ಮುಂದೆ ಯಾವುದೇ ಗುಂಪುಗಳಿಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಇಲ್ಲಿಗೇ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕು. ಶುದ್ಧವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರಬೇಕು. ಆದರೆ ಇಲ್ಲಿ ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲ. ಅಂದರೆ 9,215, ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಇದೆ.

$\therefore 9,215 + 1 = 9,216$  ಒಂದು ಶುದ್ಧ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ.

$\therefore 9,215$  ನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಅದಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು.

**ತಾಳಿ:**

$$96^2 = 9216 \text{ ಎಂದು ಪರಿೀಕ್ಷಿಸಿ.}$$



**1.5.1 ಸಮಸ್ಯೆ 7:** 5,084 ನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಅದರಿಂದ ಕಳೆಯಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ.

**ಪರಿಹಾರ:**

ಭಾಜಕ	7 1	ವಿವರಣೆ
7	$\overline{50} \overline{84}$	$49 < 50 < 64$ , $\sqrt{49} = 7$
+7	49	$81 = 9 * 9$
141	1 84	$92 - 81 = 11$ 18 = $9 + 9$
+1	1 41	$141 * 1 = 141$ , $141 * 2 = 282$
	43	$184 - 141 = 43$

ಮುಂದೆ ಯಾವುದೇ ಗುಂಪು ಇಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಇಲ್ಲಿಗೇ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕು. ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಶೇಷ 43 ಉಳಿದಿದೆ. ಅಂದರೆ 5,084 ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 43 ಹೆಚ್ಚಿದೆ.

$\therefore$  5,084 ನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಅದರಿಂದ 43 ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು.

**ತಾಳೆ:**

$$71^2 = 5,041 = (5,084 - 43)$$

ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು:

ಸಂಖ್ಯೆ	ಅದರ ವರ್ಗ
3(ಒಂದು ಅಂಕಿ)	9(1 ಅಂಕಿ)
4(ಒಂದು ಅಂಕಿ)	16(2 ಅಂಕಿಗಳು)
31(ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳು)	961(3 ಅಂಕಿಗಳು)
32(ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳು)	1,024(4 ಅಂಕಿಗಳು)
316(ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳು)	99,856(5 ಅಂಕಿಗಳು)
317(ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳು)	1,00,489(6 ಅಂಕಿಗಳು)
3162(ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಗಳು)	99,98,244(7 ಅಂಕಿಗಳು)
3163(ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಗಳು)	100,04,569(8 ಅಂಕಿಗಳು)
0.3(1 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನ)	0.09(2 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳು)
0.01(2 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳು)	0.0001(4 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳು)
0.001(3 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳು)	0.000001(6 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳು)

**ತೀರ್ಮಾನ:** ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ  $n$  ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸ್ಥಾನಗಳಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗ ಮೂಲದಲ್ಲಿ  $\frac{n}{2}$  ಸ್ಥಾನಗಳಿರುತ್ತವೆ,  $n$  ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸ್ಥಾನಗಳಿದ್ದರೆ, ವರ್ಗಮೂಲದಲ್ಲಿ  $\frac{(n+1)}{2}$  ಸ್ಥಾನಗಳಿರುತ್ತವೆ. ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಮೂಲದಲ್ಲಿ ಅದರ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಿರುತ್ತವೆ.

### 1.5.2 ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು :

ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಂತೆಯೇ ಇಲ್ಲಿಯೂ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಇರುವುದು ಗುಂಪು ಮಾಡುವುದರಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ.

ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶ ಭಾಗ ಎರಡೂ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಗವನ್ನು ಬಲಬದಿಯಿಂದ ಎಡಕ್ಕೂ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಗವನ್ನು ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೂ ಎರಡೆರಡು ಅಂಕಗಳ ಗುಂಪು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾ: 205.9225 ನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡುವ ಕ್ರಮ: (2), (05), (92), (25)

ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವನ್ನು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕು. ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನ ಮಾತ್ರ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಅನುಸರಿಸಿದಂತೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ.

1.5.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: 235.3156 ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯಾ ಭಾಗದ ಗುಂಪುಗಳು: (2), (35) ದಶಮಾಂಶಸಂಖ್ಯಾ ಭಾಗದ ಗುಂಪುಗಳು: (31), (56)

ಭಾಜಕ	1 5. 3 4	ವಿವರಣೆ
1	$\overline{2} \overline{35} \overline{31} \overline{56}$	$1 < 2 < 9, \sqrt{4} = 2$
+1	1	$1 = 1 * 1$
25	1 35	$2 - 1 = 1 \quad 2 = 1 + 1$
+5	1 25	$25 * 5 = 125$
303	1031	$255 + 5 = 30: 135 - 125 = 10.$ ಈಗ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯಾ ಭಾಗದ ಗುಂಪನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ 15 ರ ನಂತರ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹಾಕಬೇಕು.
+3	909	$303 * 3 = 909$
3064	122 56	$303 + 3 = 306$
	122 56	$3064 * 4 = 12256$
	0	

$$\therefore \sqrt{235.3156} = 15.34$$

ತಾಳೆ:

$$(15.34)^2 = 235.3156$$





