

2.2. ಘಾತಾಂಕಗಳು:

ಒಂದು ಕೋಟಿಯಲ್ಲಿ 1 ರ ಮುಂದೆ ಎಷ್ಟು 0 ಗಳಿವೆ?

ವೇದಗಳ ಕಾಲದ(ಕ್ರಿ ಪೂ 7000) ರ ನಂತರದ ಪುರಾಣ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ರಚಿತವಾದ ಬ್ರಹ್ಮಾಂಡ ಪುರಾಣದಲ್ಲಿನ ಈ ಶ್ಲೋಕಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

ಏಕಂ ದಶ ಶತಂ ಚೈವ ಸಹಸ್ರಂ ಅಯುತಂ ತಥಾ|

ಲಕ್ಷಂ ಚ ನಿಯುತಂ ಚೈವ ಕೋಟಿಃ ಅರ್ಬುದಂ ಏವಚ || (10⁸)

ವೃಂದಃ ಖರ್ವೋ ನಿಖರ್ವಃ ಚ ಶಂಖಪದ್ಮೌ ಚ ಸಾಗರಃ|

ಅಂತ್ಯಂ ಮಧ್ಯಂ ಪರಾರ್ಧಂ ಚ ದಶವೃಧ್ಯಾ ಯಥಾ ಉತ್ತರಂ|| (10⁹ 10¹⁷)

ಆಗಿನ ಕಾಲದಲ್ಲೇ ಜಾರಿಯಲ್ಲಿದ್ದ ದಶಮಾಂಶ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಮೇಲಿನ ಶ್ಲೋಕ ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ.

ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದಂತಹ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ನೆನಪಿನಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಗುಣಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ಇಲ್ಲಿ ಕಲಿಯಲಿದ್ದೇವೆ.

16 = 2*2*2*2 (ಸಂಖ್ಯೆ 2 ನ್ನು 4 ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದೆ.)

ಆದ್ದರಿಂದ 16 ನ್ನು 2 ರ 4 ನೇ ಘಾತ ಎನ್ನುವರು.

$$16 = 2^4.$$

2 ನ್ನು 4 ನೇ ಘಾತಕ್ಕೆ ಏರಿಸಿದಾಗ 16 ದೊರೆಯುವುದು.

$$16 = 4*4 = 4^2 \text{ (4 ರ ಘಾತ 2 = 16)}$$

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದ ಹಾಗೆಯೇ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಬಹುದು.

ಉದಾ:

$$x^3 = x*x*x$$

x^3 ನ್ನು x ನ 3 ನೇ ಘಾತ ಎನ್ನುವರು.

ಈ ರೀತಿ $x*x*x$ ನ್ನು x^3 ರಿಂದ ಸೂಚಿಸುವ ಈ ಕ್ರಮವನ್ನು 'ಘಾತಾಂಕದ ಸಂಕೇತದಿಂದ ಸೂಚಿಸುವಿಕೆ' ಎನ್ನುವರು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ:

$$x^n = x * x * x * \dots * n \text{ ಬಾರಿ}$$

ಇಲ್ಲಿ x ನ 'ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ' ಮತ್ತು n ನ್ನು 'ಘಾತ ಸೂಚಿ' ಅಥವಾ 'ಘಾತಾಂಕ' ಎಂತಲೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
(ಆಧಾರಸಂಖ್ಯೆ)^{ಘಾತಾಂಕ} = ಸಂಖ್ಯೆ

$$\text{ಗಮನಿಸಿರಿ: } a = a^1$$

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: 1331 ನ್ನು 11 ರ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

1331 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು = 11, 11, 11

$$1331 = 11 * 11 * 11 = 11^3$$

ಈಗ ನಾವು 2^5 ಮತ್ತು 2^3 ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ನೋಡುವಾ.

$$\therefore 2^5 * 2^3 = (2 * 2 * 2 * 2 * 2) * (2 * 2 * 2) = 2^8$$

ಇಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಿ: $8 = 5 + 3$

1. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ಘಾತಾಂಕದ ಮೊದಲ ನಿಯಮವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

x ಒಂದು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು $x \neq 0$ ಮತ್ತು m, n ಗಳು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,

$$x^m * x^n = x^{(m+n)}$$

A Project of www.Shale.org

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ: $a^{14} * b^{32} * a^4 * b^{16}$

ಪರಿಹಾರ:

$$\begin{aligned} & a^{14} * b^{32} * a^4 * b^{16} \\ &= (a^{14} * a^4) * (b^{32} * b^{16}) \quad (\text{ಪದಗಳನ್ನು ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿದೆ.}) \\ &= a^{(14+4)} * b^{(32+16)} \quad (\text{ಮೊದಲ ನಿಯಮ.}) \\ &= a^{18} * b^{48} \end{aligned}$$

A Project of www.eShale.org

ಈಗ ನಾವು 2^5 ನ್ನು 2^3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾ.

$$\therefore \frac{2^5}{2^3} = \frac{2*2*2*2*2}{2*2*2} = 2*2 = 2^2$$

$$\text{ಅದೇ ರೀತಿ, } \frac{2^3}{2^5} = \frac{2*2*2}{2*2*2*2*2} = \frac{1}{2*2} = \frac{1}{2^2}$$

$$\frac{2^3}{2^3} = \frac{2*2*2}{2*2*2} = 1$$

2. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಘಾತಾಂಕದ 2 ನೇ ನಿಯಮವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

x ಒಂದು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು $x \neq 0$, m ಮತ್ತು n ಗಳು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು

$$1. m > n \text{ ಆದಾಗ, } \frac{x^m}{x^n} = x^{(m-n)}$$

$$2. m < n \text{ ಆದಾಗ, } \frac{x^m}{x^n} = \frac{1}{x^{(n-m)}}$$

ವ್ಯಾಖ್ಯೆಯಂತೆ, $x \neq 0$ ಆದಾಗ,

$$1. x^m = \frac{1}{x^{-m}}$$

$$2. x^{-m} = \frac{1}{x^m}$$

$$3. n \text{ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದಾಗ, } a \neq 0 \text{ ಆದಾಗ, } \sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$4. a \neq 0 \text{ ಆದಾಗ, } n \neq 0 \text{ ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ, } a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\text{ಗಮನಿಸಿ: } x^0 = 1 \left(\because 1 = \frac{x^m}{x^m} = x^{(m-m)} \right)$$

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 3: 10^{-5} ಮತ್ತು $\frac{2}{m^{-1}}$ ಗಳನ್ನು ಧನ ಘಾತಾಂಕರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆ.

ಪರಿಹಾರ:

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5}$$

$$\frac{2}{m^{-1}} = 2m^1 = 2m$$

A Project of www.eShale.org

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ: $\frac{x^{(a+b)}}{x^{(b-c)}}$

ಪರಿಹಾರ:

$$\begin{aligned} & \frac{x^{(a+b)}}{x^{(b-c)}} \\ &= x^{a+b} \star x^{-(b-c)} \\ &= x^{a+b+(-(b-c))} \text{ (2 ನೇ ನಿಯಮ)} \\ &= x^{a+b-b+c} (\because -(b-c) = -b+c) \\ &= x^{a+c} \end{aligned}$$

A Project of www.eShale.org

ಈಗ 5^2 , 5^2 ಮತ್ತು 5^2 ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾ.

$$\therefore 5^2 * 5^2 * 5^2 = (5*5) * (5*5) * (5*5) = 5^6$$

ಇದನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$5^2 * 5^2 * 5^2 = (5^2)^3 = 5^{2*3}$$

3. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ಘಾತಾಂಕಗಳ 3 ನೇ ನಿಯಮವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

x ಎಂಬುದು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು m ಮತ್ತು n ಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 5 : ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ $[(x^2)^2]^2$

ಪರಿಹಾರ:

$$(x^2)^2 = x^4$$

$$\{(x^2)^2\}^2 = \{x^4\}^2 = x^8$$

$$[\{(x^2)^2\}^2]^2 = [x^8]^2 = x^{16}$$

ಅಭ್ಯಾಸ: ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ತಾಳೆನೋಡಿ.

ಈಗ, $(2*5)^3$ ಇದನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವಾ:

$$(2*5)^3 = (2*5)*(2*5)*(2*5) \text{ ವ್ಯಾಖ್ಯೆಯಂತೆ.}$$

$$= (2*2*2)*(5*5*5)$$

$$= (2)^{3*}(5)^3$$

4 ಈ ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ಘಾತಾಂಕಗಳ 4 ನೇ ನಿಯಮವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

x ಮತ್ತು y ಗಳು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದಾಗ, ಮತ್ತು m ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ,

$$(x*y)^m = (x^m)*(y^m)$$

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 6: ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ: $(5x^{-3} y^{-2})^3$

ಪರಿಹಾರ:

$$(5x^{-3} y^{-2})^3$$
$$= (5)^3 * (x^{-3})^3 * (y^{-2})^3 \text{ (4 ನೇ ನಿಯಮ)}$$

$$= 5^3 * x^{-9} * y^{-6} \text{ (3 ನೇ ನಿಯಮ)}$$

$$= \frac{5^3}{x^9 * y^6} \text{ (ವ್ಯಾಖ್ಯೆಯಿಂದ)}$$

ಅಭ್ಯಾಸ: ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ತಾಳೆನೋಡಿ

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 7: ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ: $(3x^{-2} y)^{-1}$

ಪರಿಹಾರ:

$$\begin{aligned} & (3x^{-2} y)^{-1} \\ &= (3)^{-1} * (x^{-2})^{-1} * (y)^{-1} \text{ --} \rightarrow 4\text{ನೇ ನಿಯಮ} \\ &= (3)^{-1} * x^{+2} * y^{-1} \text{ ----} \rightarrow 3 \text{ ನೇ ನಿಯಮ} \\ &= \frac{1}{3} (x^2) \frac{1}{y} \\ &= \frac{x^2}{3 * y} \text{ --} \rightarrow \text{ವ್ಯಾಖ್ಯೆಯಿಂದ} \end{aligned}$$

ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ತಾಳೆನೋಡಿ

A Project of www.eShale.org

ಈಗ $(\frac{2}{5})^3$ ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವಾ:

$$\begin{aligned}(\frac{2}{5})^3 &= \frac{2}{5} * \frac{2}{5} * \frac{2}{5} \\ &= \frac{2*2*2}{5*5*5} \\ &= \frac{2^3}{5^3}\end{aligned}$$

5. ಈ ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ಘಾತಾಂಕಗಳ 5 ನೇ ನಿಯಮವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

x ಮತ್ತು y ಗಳು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದಾಗ, ಮತ್ತು m ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ,

$$\left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m}$$

A Project of www.echale.org

ಗಮನಿಸಿ:

$$(-1)^2 = (-1)*(-1) = +1 \text{ ಮತ್ತು } (-1)^3 = (-1)*(-1)*(-1) = -1$$

$$1. m \text{ ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ, } (-a)^m = (-1)^m * a^m = a^m$$

$$2. m \text{ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ } (-a)^m = (-1)^m * a^m = -a^m$$

ಸಾಧನೆ:

1. m ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಅದರ ರೂಪ $2n$ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ($n= 0,1,2,3 \dots$)

$$\therefore (-1)^m = (-1)^{2n} = ((-1)^2)^n \text{ ----} \rightarrow 3 \text{ ನೇ ನಿಯಮ}$$
$$= 1^n = 1$$

2. m ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಅದರ ರೂಪ $2n+1$ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ($n= 0,1,2,3 \dots$)

$$\therefore (-1)^m = (-1)^{2n+1} = (-1)^{2n} * (-1)^1 \text{ ----} \rightarrow 2 \text{ ನೇ ನಿಯಮ.}$$
$$= 1^n * -1 \text{ ----} \rightarrow (\text{ಹಿಂದಿನ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿದೆ})$$
$$= -1$$

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 8 : ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ: $(\frac{a^m}{a^n})^{p*} (\frac{a^n}{a^p})^{m*} (\frac{a^p}{a^m})^n$

ಪರಿಹಾರ:

$$(\frac{a^m}{a^n})^p$$

$$= (a^m)^p \div (a^n)^p \quad (5 \text{ ನೇ ನಿಯಮ})$$

$$= \frac{a^{mp}}{a^{np}} \quad (3 \text{ ನೇ ನಿಯಮ})$$

$$\therefore (\frac{a^m}{a^n})^{p*} (\frac{a^n}{a^p})^{m*} (\frac{a^p}{a^m})^n$$

$$= \frac{a^{mp}}{a^{np}} * \frac{a^{nm}}{a^{pm}} * \frac{a^{pn}}{a^{mn}}$$

$$= 1 \text{ (ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡೂ ಒಂದೇ)}$$

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 9 : ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ: $(\frac{a^4b^{-5}}{a^2b^{-4}})^{-3}$

ಪರಿಹಾರ:

ಮೊದಲು ಅವರಣದ ಒಳಗಿರುವ ಭಾಗವನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸುವಾಗ,

$$\frac{a^4b^{-5}}{a^2b^{-4}}$$
$$= \frac{a^4}{a^2} * \frac{b^{-5}}{b^{-4}}$$

$$= (\frac{a^2}{b}) (\because 2 \text{ ನೇ ನಿಯಮ} \rightarrow (\frac{a^4}{a^2}) = (a^{4-2}) = a^2, (\frac{b^{-5}}{b^{-4}}) = (b^{-5-(-4)}) = b^{-5+4} = b^{-1} = \frac{1}{b})$$

ಈಗ ಕೊಟ್ಟ ಸಮಸ್ಯೆ ನೋಡುವಾ

$$(\frac{a^4b^{-5}}{a^2b^{-4}})^{-3}$$

$$= (\frac{a^2}{b})^{-3}$$

$$= (a^2)^{-3} \div (b)^{-3} \text{ (3 ನೇ ನಿಯಮ)}$$

$$= \frac{a^{-6}}{b^{-3}}$$

$$= \frac{b^3}{a^6}$$

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

$$\left(\frac{a^4b^{-5}}{a^2b^{-4}}\right)^{-3}$$

$$= \frac{a^{-12}b^{15}}{a^{-6}b^{12}} \quad (3ನೇ ನಿಯಮ)$$

$$= \left(\frac{a^{-12}}{a^{-6}}\right) * \left(\frac{b^{15}}{b^{12}}\right) \quad (\text{ಪದಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ})$$

$$= (a^{-12} * a^6) * (b^{15} * b^{-12}) \quad (\text{ಸೂತ್ರ } x^{-m} = \frac{1}{x^m})$$

$$= (a^{-12+6}) * (b^{15-12}) \quad (\text{ಮೊದಲ ನಿಯಮ})$$

$$= a^{-6} * b^3$$

$$= \frac{b^3}{a^6}$$

A Project of www.eShale.org

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 10 : $1960 = 2^a 5^b 7^c$ ಆದರೆ, $2^{-a} 7^b 5^{-c}$ ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$1960 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7 = 2^3 5^1 7^2$$

$$\therefore a=3, b=1, c=2$$

$$2^{-a} = \frac{1}{8} \text{ ಮತ್ತು } 5^{-c} = \frac{1}{25}$$

$$2^{-a} 7^b 5^{-c} = \left(\frac{1}{8}\right) \times 7 \times \left(\frac{1}{25}\right) = \frac{7}{200}$$

A Project of www.eShale.org

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 11 : ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ : $\left\{ \frac{8x^3}{125y^3} \right\}^{2/3}$

ಪರಿಹಾರ:

$$8x^3 = (2x)^3 \text{ ಮತ್ತು } 125y^3 = (5y)^3$$

$$\therefore \frac{8x^3}{125y^3} = \left\{ \frac{2x}{5y} \right\}^3$$

$$\therefore \left\{ \frac{8x^3}{125y^3} \right\}^{2/3} = \left\{ \left\{ \frac{2x}{5y} \right\}^3 \right\}^{2/3} = \left\{ \frac{2x}{5y} \right\}^{3 \cdot 2/3} = \left\{ \frac{2x}{5y} \right\}^2 = \frac{4x^2}{25y^2}$$

A Project of www.eShale.org

2.2 ಸಮಸ್ಯೆ 12 : $3^{x-1} = 9 \cdot 3^4$ ಆದರೆ x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$9 = 3^2$$

$$\therefore 9 \cdot 3^4 = 3^2 \cdot 3^4 = 3^6$$

ಈಗ

$$3^{x-1} = 9 \cdot 3^4 = 3^6,$$

$$x-1 = 6$$

$$\therefore x=7$$

ತಾಳೆ:

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು (=7)ದತ್ತ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ, ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ತಾಳೆನೋಡಿ (= 729)

A Project of www.eShale.org