

2.4 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ:

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಗಳಲ್ಲಿ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಸರಿಸುವ ನಿಯಮಗಳನ್ನೇ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲೂ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ. (ಪರಿವರ್ತನ ಮತ್ತು ಸಹವರ್ತನ ನಿಯಮಗಳು)

1. ಎರಡು ಏಕಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಸಂಖ್ಯಾಸಹಗುಣಕವು ,ಆ ಎರಡು ಏಕಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗುತ್ತದೆ ($6a*5 = (6*5)*a = 30a$).
2. ಎರಡು ಏಕಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಚರಾಕ್ಷರದ ಭಾಗವು ,ಆ ಏಕ ಪದಗಳ ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿರುತ್ತದೆ ($6a*5b = (6*5)*a*b = 30a*b = 30ab$).

2.4 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ: $\frac{1}{10} * (x^5y^2) * 10x^3y$

ಪರಿಹಾರ:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{10} * (x^5y^2) * 10x^3y \\ &= \frac{1}{10} * 10 * (x^5y^2) * x^3y \text{ (ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ ಮತ್ತು ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬರೆದಾಗ)} \\ &= 1 * (x^5 * x^3) * y^2y \\ &= (x^{5+3}) * y^{2+1} \\ &= x^8 y^3 \end{aligned}$$

2.4 ಸಮಸ್ಯೆ 2: $-3x^2y$, $4xy^2z$ ಮತ್ತು $\frac{5}{4}z$ ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿ

ಪರಿಹಾರ:

ಮೊದಲು ಮೊದಲನೇ ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾ:

$$\begin{aligned} & -3x^2y * 4xy^2z \\ & = (-3*4) (x^2*x) (y*y^2)z \quad (\text{ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ ಮತ್ತು ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬರೆದಾಗ}) \\ & = -12 x^3 y^3 z \quad (\text{ಘಾತಾಂಕಗಳ ಮೊದಲನೇ ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ}) \end{aligned}$$

ಈಗ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾ:

$$\begin{aligned} & (-3x^2y * 4xy^2z) * \left(\frac{5}{4}\right)z \\ & = -12 x^3 y^3 z * \left(\frac{5}{4}\right)z \\ & = (-12) * \left(\frac{5}{4}\right) x^3 y^3 z * z \\ & = -15 x^3 y^3 z^2 \end{aligned}$$

2.4.1 ಏಕಪದವನ್ನು ದ್ವಿಪದದಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು:

$$24 = 2*12 = 2*(8+4) = 2*8+2*4 = 16+8: \text{ ಇದೇ ರೀತಿ.}$$

$$a*(b+c) = a*b + a*c = ab+ac \text{ (ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ)}$$

ಒಂದು ಏಕಪದ ಮತ್ತು ಒಂದು ದ್ವಿಪದವನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ, ದ್ವಿಪದದ ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು ಏಕಪದದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಬೇಕು.

2.4.1 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $(-11p^2q - q^2)$ ವನ್ನು $(-2pq)$ ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\begin{aligned} & -2pq * (-11p^2q - q^2) \\ & = (-11p^2q) * (-2pq) - (q^2) * (-2pq) \text{ (ಪ್ರತೀಪದವನ್ನು } -2pq \text{ ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ)} \\ & = (-11) * (-2)p^2 * p * q * q - (1 * -2) * p * q^2 * q \\ & = 22p^3q^2 + 2pq^3 \end{aligned}$$

2.4.2 ಎರಡು ದ್ವಿಪದಗಳ ಗುಣಾಕಾರ:

ಈಗ ನಾವು 12 ನ್ನು 8 ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವಾ $12 * 8 = 96$

ಇದನ್ನು ನಾವು ನ್ನು ಬೇರೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವಾ $12 = 8 + 4$ and $8 = 6 + 2$

$$\begin{aligned} \therefore & 12 * 8 \\ & = (8 + 4) * (6 + 2) \\ & = 8 * (6 + 2) + 4 * (6 + 2) \\ & = (8 * 6 + 8 * 2) + (4 * 6 + 4 * 2) \\ & = 48 + 16 + 24 + 8 = 96 \end{aligned}$$

ಇದೇರೀತಿ

$$(a + b) * (c + d) = a * (c + d) + b * (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಎರಡು ದ್ವಿಪದಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ ಒಂದು ದ್ವಿಪದದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದಿಂದಲೂ 2 ನೇ ದ್ವಿಪದದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದವನ್ನು ಗುಣಿಸಿ, ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಬೇಕು. ಪ್ರತೀಪದಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲೂ ನಾವು ಇದೇ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತೇವೆ.

2.4.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $2x^2-3x +1$ ನ್ನು $(x-3)$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\begin{aligned} & (x-3) * (2x^2-3x +1) \\ & = x * (2x^2-3x +1) -3 * (2x^2-3x +1) \\ & \text{(ಮೊದಲನೆ ದ್ವಿಪದದ ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು 2ನೇ ತ್ರಿಪದದ ಪ್ರತಿ ಪದದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ)} \\ & = (2x^2 * x - 3x * x + 1 * x) + (-3 * 2x^2 - 3 * -3x - 3 * 1) \text{ (ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದಾಗ)} \\ & = (2x^3 - 3x^2 + x) + (-6x^2 + 9x - 3) \\ & = 2x^3 - 3x^2 - 6x^2 + x + 9x - 3 \text{ (ಸಜಾತಿಯ ಪದಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬರೆದಾಗ)} \\ & = 2x^3 - 9x^2 + 10x - 3 \end{aligned}$$

2.4.3 ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು:

ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ವಾಸ್ತವ(ನಿಜ)ವಾಗಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳೆನ್ನುವರು. ಈಗ ಚರಾಕ್ಷರಗಳಾದ a, b, c ಅಥವಾ x ಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ವಾಸ್ತವವಾಗಿರುವ ಕೆಲವು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನೋಡುವಾ:

ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

$$(a+b) * (c+d) = a * (c+d) + b * (c+d) = ac + ad + bc + bd$$

ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ a ಯನ್ನು x , c ಯನ್ನು x , b ಯನ್ನು a ಮತ್ತು d ಯನ್ನು b ಯಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ

$$(x+a) * (x+b) = x * x + xb + ax + ab = x^2 + xa + xb + ab = x^2 + x(a+b) + ab$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1 : 102×106 ಗುಣಲಬ್ಧವೇನು?

ಪರಿಹಾರ:

$$102 = 100 + 2$$

$$106 = 100 + 6$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab \text{ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ } x=100, a=2, b=6$$

$$102 \times 106$$

$$= (100+2)(100+6)$$

$$= 100^2 + 100(2+6) + 2 \times 6$$

$$= 10,000 + 800 + 12 = 10,812$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2: 97 ಮತ್ತು 95 ರ ಗುಣಲಬ್ಧವೇನು?

ಪರಿಹಾರ:

$$97 = 100 - 3$$

$$95 = 100 - 5$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab \text{ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ}$$

$$x=100, a=-3 \text{ ಮತ್ತು } b=-5.$$

$$\therefore 97 \times 95$$

$$= (100-3)(100-5)$$

$$= 100^2 + 100(-3-5) + (-3 \times -5)$$

$$= 10,000 - 800 + 15 = 9,215$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 3: 103 ನ್ನು 96 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$103 = 100+3$$

$$96 = 100-4$$

$$(x+a)*(x+b) = x^2+x(a+b)+ab \text{ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ}$$

$$x=100, a=+3 \text{ ಮತ್ತು } b=-4.$$

$$\therefore 103*96 = (100+3)*(100-4) = 100^2 + 100*(3+-4) + (3*-4) = 10,000-100-12 = 9,888$$

ಸಮೀಕರಣ $(a+b)*(c+d)=ac+ad+bc+bd$ ನಲ್ಲಿ c ಯನ್ನು a , ಮತ್ತು d ಯನ್ನು b ನಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ

$$(a+b)*(a+b) = a*a+ab+ba+b*b = a^2 + 2ab+b^2$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab+b^2$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 4: $(10.1)^2$ ದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$10.1 = 10+0.1$$

$$\therefore (10.1)^2 = (10+0.1)^2 [(a+b)^2 = a^2 + 2ab+b^2 \text{ ಸಮೀಕರಣ ಬಳಸಿ}]$$

$$= 10^2 + 2*10*0.1 + (0.1)^2 = 100+2+0.01 = 102.01$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 5: $(4x^2+12xy+8y^2)$ ವನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಅದಕ್ಕೆ ಏನನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು?

ಪರಿಹಾರ:

$4x^2$ ವು a^2 ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ ($a = 2x$).

ಆದರೆ $8y^2$ ವು ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಲ್ಲ. $9y^2$ ವು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ. $b = 3y$

$$2ab = 2*2x*3y = 12xy$$

$\therefore 4x^2+12xy+ 9 y^2$ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ.

ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಅದಕ್ಕೆ (y^2) ವನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು.

ಸಮೀಕರಣ $(a+b)*(c+d)=ac+ad+bc+bd$ ನಲ್ಲಿ b ಯನ್ನು $-b$, c ಯನ್ನು a ಮತ್ತು d ಯನ್ನು $-b$ ದಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ,

$$(a-b)*(a-b) = a*a+ a*(-b) + (-b)*a + b*(-b) = a^2-ab-ab+ b^2 = a^2-2ab+ b^2$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 6 : $(4.9)^2$ ದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$4.9 = (5-0.1)$$

$(4.9)^2$ - ಇದು $(a-b)^2$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. $a=5$ ಮತ್ತು $b=0.1$

$$4.9^2 = (5-0.1)^2 = 5^2-2*5*0.1+ (0.1)^2 = 25 -1 +0.01 = 24.01$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 7 : $(x-\frac{1}{x})^2$ ನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಇದು $(a-b)^2$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ ಹಾಗೂ $a=x$ ಮತ್ತು $b=\frac{1}{x}$

$$\begin{aligned}\therefore (x-\frac{1}{x})^2 &= x^2-2x(\frac{1}{x})+ (\frac{1}{x})^2 \\ &= x^2-2+ \frac{1}{x^2}\end{aligned}$$

ಸಮೀಕರಣ $(a+b)*(c+d)=ac+ad+bc+bd$ ನಲ್ಲಿ c ಯನ್ನು a ಮತ್ತು d ಯನ್ನು $-b$ ದಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸುವ.

$$\begin{aligned}(a+b)*(a-b) &= a*a+a*(-b)+ba+b*(-b)= a^2-ab+ab-b^2 (\because -ab+ab=0) \\ &= a^2-b^2\end{aligned}$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 8: ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿ: $9.5*10.5$

ಪರಿಹಾರ:

$9.5*10.5$ ಎನ್ನುವುದು $(a+b)(a-b)$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ $a=10$, $b=0.5$.

$$\begin{aligned}\therefore 9.5 * 10.5 &= (10-0.5)*(10+0.5) \\ \therefore 9.5*10.5 &= 10^2- (0.5)^2= 100-0.25 = 99.75\end{aligned}$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 9: $(x+2)(x-2)(x^2+4)$ ನ್ನು ಸುಲಭ ರೂಪಕ್ಕೆ ತನ್ನಿ

ಪರಿಹಾರ:

$(a+b)(a-b)$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸುವ.

$$(x+2)(x-2) = (x^2-4)$$

$$\therefore (x+2)(x-2)(x^2+4) = (x^2-4) * (x^2+4) = (x^4-16) \quad (\because x^2 \text{ ನ ವರ್ಗ } x^4)$$

ಸಮೀಕರಣ $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ ನಲ್ಲಿ b ಯನ್ನು $b+c$, c ಯನ್ನು $a+b$ ಮತ್ತು d ಯನ್ನು c ಯಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸುವ.

$$(a+(b+c)) * ((a+b)+c) = a(a+b) + ac + (b+c)(a+b) + (b+c)c$$

$$= (a.a+ab) + ac + (ba+ b.b+ca+cb) + (bc+ c.c) = a^2+ab+ac+ba+ b^2+ca+cb+bc+ c^2$$
$$= a^2 + b^2 + c^2 + ab+ba+ac+ca+ cb+bc \quad (\text{ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆದಾಗ})$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab+2bc+2ca$$

$$\therefore (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab+2bc+2ca$$

A Project of www.eShale.org

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 10: 173^2 ದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

173 ನ್ನು $(100+70+3)$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

173^2 ನ್ನು $(a+b+c)^2$ ದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ, $a=100, b=70$ ಮತ್ತು $c=3$

$$\therefore 173^2 = (100+70+3)^2$$

$$\begin{aligned} \therefore 173^2 &= 100^2 + 70^2 + 3^2 + 2*100*70 + 2*70*3 + 2*3*100 \\ &= 10,000 + 4,900 + 9 + 14,000 + 420 + 600 = 29,929 \end{aligned}$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 11: ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ $(x^2 + y^2 - z^2)^2 - (x^2 - y^2 + z^2)^2$

ಪರಿಹಾರ:

$(x^2 + y^2 - z^2)^2$ ಇದು $(a+b+c)^2$ ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ $a = x^2$, $b = y^2$ and $c = -z^2$

$$\therefore (x^2 + y^2 - z^2)^2 = (x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 - 2y^2z^2 - 2z^2x^2)$$

ಇದೇ ರೀತಿ,

$$(x^2 - y^2 + z^2)^2 = (x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 - 2y^2z^2 + 2z^2x^2)$$

$$\therefore (x^2 + y^2 - z^2)^2 - (x^2 - y^2 + z^2)^2$$

$$= (x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 - 2y^2z^2 - 2z^2x^2) - (x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 - 2y^2z^2 + 2z^2x^2)$$

$$= (x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 - 2y^2z^2 - 2z^2x^2) - x^4 - y^4 - z^4 + 2x^2y^2 + 2y^2z^2 - 2z^2x^2$$

$$= 4x^2y^2 - 4z^2x^2$$

$$= 4x^2(y^2 - z^2)$$

$(a+b)^3$ ಇದನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

$$(a+b)^3 = (a+b) * (a+b) * (a+b)$$

$$= (a+b) * (a^2 + 2ab + b^2) (\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= a * (a^2 + 2ab + b^2) + b * (a^2 + 2ab + b^2) \text{ (ಮೊದಲನೆ ಬೀಜಾಕ್ಷರ ಪದದ ಪ್ರತೀಪದವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು$$

ಬೀಜಾಕ್ಷರ ಪದದ ಪ್ರತೀಪದದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ)

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ (ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ)}$$

$$= a^3 + 3ab(a+b) + b^3 \text{ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದಾಗ)}$$

ವಿ. ಸೂ. ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಭಾಸ್ಕರನು 'ಲೀಲಾವತಿ' ಯ 27ನೇ ಶ್ಲೋಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ್ದಾನೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ : $(a-b)^3 = a^3 - 3ab(a-b) - b^3$ -> ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ.

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 12: 51^3 ಇದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$51 = 50+1. \text{(ಇದು } (a+b)^3 \text{ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.)}$$

$$\therefore 51^3 = (50+1)^3$$

$$\therefore 51^3 = 50^3 + 3*50*1(50+1) + 1^3 \quad [\because (a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3]$$
$$= 1,25,000 + 7,650 + 1 = \mathbf{1,32,651}$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 13: ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ: $(x + \frac{1}{x})^3$

ಪರಿಹಾರ:

$$(x + \frac{1}{x})^3 \text{ ಇದು } (a+b)^3 \text{ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.}$$

$$\therefore (x + \frac{1}{x})^3 = x^3 + 3x * \frac{1}{x} (x + \frac{1}{x}) + (\frac{1}{x})^3 = x^3 + 3(x + \frac{1}{x}) + \frac{1}{x^3} = \mathbf{x^3 + 3x + 3\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}}$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 14 : $(9.9)^3$ ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$9.9 = (10-0.1)$$

$$9.9^3 \text{ ಇದು } (a-b)^3 \text{ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ } a=10, b=0.1.$$

$$\therefore 9.9^3 = (10-0.1)^3$$

$$(9.9)^3 = 10^3 - 3*10*0.1*(10-0.1) - (0.1)^3 = 1,000 - 3*9.9 - 0.001 = 1,000 - 29.7 - 0.001 = \mathbf{970.299}$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 15: ವಿಸ್ತರಿಸಿ: $(\frac{x}{2} - \frac{y}{3})^3$

ಪರಿಹಾರ:

$(\frac{x}{2} - \frac{y}{3})^3$ ಇದು $(a-b)^3$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$$\begin{aligned} \therefore (\frac{x}{2} - \frac{y}{3})^3 &= (\frac{x}{2})^3 - 3(\frac{x}{2}) * (\frac{y}{3})(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}) - (\frac{y}{3})^3 = \frac{x^3}{8} - (\frac{xy}{2}) * (\frac{x}{2} - \frac{y}{3}) - \frac{y^3}{27} \text{ (ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದಾಗ)} \\ &= \frac{x^3}{8} - \frac{x^2y}{4} + \frac{xy^2}{6} - \frac{y^3}{27} \end{aligned}$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 16: $(a+b)(a^2+b^2-ab) = a^3+b^3$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\begin{aligned} &(a+b)(a^2+b^2-ab) \\ &= a(a^2+b^2-ab) + b(a^2+b^2-ab) \\ &= a*a^2+a*b^2-a*ab + b*a^2+b*b^2-b*ab \\ &= a^3+ab^2-a^2b + ba^2+b^3-ab^2 \text{ (ಸಮಾನ ಧನಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ಋಣಾತ್ಮಕ ಪದಗಳನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸಿದಾಗ)} \\ &= a^3+b^3 \end{aligned}$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 17: $a+b+c = 12$ ಮತ್ತು $a^2+b^2+ c^2 =50$ ಆದರೆ $ab+bc+ca$ ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$(a+b+c)^2 = (a^2+b^2+ c^2)+2ab+2bc+2ca$$

ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ದತ್ತ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$12^2= 50+2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore 144-50 = 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = 47$$

2.4.3 ಸಮಸ್ಯೆ 18: $x^3+y^3+ z^3 = 3xyz$ ಮತ್ತು $x+y+z=0$ ಆದರೆ,

$$\frac{(x+y)^2}{xy} + \frac{(y+z)^2}{yz} + \frac{(z+x)^2}{zx} \text{ ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.}$$

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ದತ್ತ } x+y+z=0$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ } x+y = -z, y+z = -x \text{ ಮತ್ತು } z+x = -y$$

$$\therefore \frac{(x+y)^2}{xy} + \frac{(y+z)^2}{yz} + \frac{(z+x)^2}{zx} = \frac{z^2}{xy} + \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx}$$

$$= \frac{z^3}{xyz} + \frac{x^3}{xyz} + \frac{y^3}{xyz} \text{ (xyz ನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಛೇದ ಮಾಡಿದೆ)}$$

$$= \frac{x^3 + y^3 + z^3}{xyz} = \frac{3xyz}{xyz} = 3$$

ಸಂ.	ಸೂತ್ರ	ವಿಸ್ತರಣೆ
1	$(a+b)(c+d)$	$ac+ad+bc+bd$
2	$(x+a)(x+b)$	$x^2+x(a+b)+ab$
3	$(a+b)^2$	a^2+b^2+2ab
4	$(a-b)^2$	a^2+b^2-2ab
5	$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2
6	$(a+b+c)^2$	$(a^2+b^2+c^2)+2ab+2bc+2ca$
7	$(a+b)^3$	$a^3+3ab(a+b)+b^3$
8	$(a-b)^3$	$a^3-3ab(a-b)-b^3$

A Project of www.KannadaShale.org