

2.6 ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸುವುದು:

ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸುಲಭರೂಪಕ್ಕೆ ತರುವುದು ಬಹಳ ಅಗತ್ಯ
 $5-(3a^2-2a)(6-3a^2+2a) = (3a+1)(a-1)(3a-5)(a+1)$ ಎಂದು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತೇ?
 $a=1, -1$ ಎಂಬ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಇದು ಸರಿಯಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಹಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ a ನ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗೆ ಇದು ಸರಿ ಹೊಂದುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?
(ಸಮಸ್ಯೆ 6 ನ್ನು ನೋಡಿ)

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳ (ಅಪವರ್ತನಗಳ) ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯುವ ಕ್ರಮವನ್ನು
ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ ಎನ್ನುವರು.

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸುಲಭರೂಪಕ್ಕೆ ತರಲು ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ ಅಗತ್ಯ.
ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮ. ಸಾ. ಅ. ವನ್ನು ಹೊರಗೆ ತೆಗೆದು ಸುಲಭರೂಪಕ್ಕೆ ತರಬಹುದು.
ಉದಾ: $4x^2y, 8x^3$ ಮತ್ತು $12xy$ ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. $4x$
 $\therefore 4x^2y+8x^3+12xy = 4x(xy+2x^2+3y)$

ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಸುಲಭ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತರಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದೇ ಇರಬಹುದು ಉದಾ:
 $4x^2+5y$ (ಏಕೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸಿ)

$x^2+mx +c$ ರೂಪದ ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ಉದಾ: $x^2+x(a+b)+ab \rightarrow$ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾ.

$$x^2+x(a+b)+ab= (x^2+xa) + (xb+ab) \text{ (ಪದಗಳ ಪುನರ್ಜೋಡಣೆ)}$$

$$= x(x+a)+b(x+a) \text{ (} x^2 \text{ ಮತ್ತು } xa \text{ ನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ } x, \text{ ಮತ್ತು } xb \text{ ಮತ್ತು } ab \text{ ನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ } b \text{)}$$

$$= (x+a)(x+b)$$

ಆದ್ದರಿಂದ $x+a$ ಮತ್ತು $x+b$ ಗಳು $x^2+x(a+b)+ab$ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು.

ಅಂದರೆ, $x^2+x(a+b)+ab$ ಯನ್ನು $x+a$ ಮತ್ತು $x+b$ ಎಂಬ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಉದಾ:

$$x^2+5x+6$$

$$=x^2+3x+2x+6$$

$$=x(x+3)+2(x+3)$$

$$=(x+3)*(x+2)$$

$\therefore x+3$ ಮತ್ತು $x+2$ ಇವುಗಳು x^2+5x+6 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು.

ಇವು $x+a$ ಮತ್ತು $x+b$ ರೂಪದಲ್ಲಿವೆ.

ಈ $x+a$ ಮತ್ತು $x+b$ ಎಂಬ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಹೇಗಿವೆ? $a+b=5$, $ab=6$ ರೂಪದಲ್ಲಿವೆ.

ಪರಿಶೀಲನೆಯಿಂದ, $a=3$ ಮತ್ತು $b=2$ ಬೆಲೆಗಳು $a+b=5$ ಮತ್ತು $ab=6$ ಎಂಬ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಬದ್ಧವಾಗಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದಲೇ $5x$ ನ್ನು $3x+2x$ ಎಂದು ಬಿಡಿಸಿದ್ದು.

ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ $5x$ ನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಅಪವರ್ತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಅಂಥ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮುಂದೆ ತಿಳಿಯುವಾ.

x^2+5x+6 ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು $x^2+mx +c$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ $m = 5$ and $c=6$.

2.6 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಅಪವರ್ತಿಸಿ $x^2+27x+176$

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು $a+b=27$ ಮತ್ತು $ab=176$ ಆಗುವಂತೆ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

176 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೊತೆಗಳು: (1,176) (2, 88), (4, 44), (8, 22), (16, 11).

176 ರ ಋಣ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟಿದ್ದೇವೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಮೇಲಿನ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ (16, 11) ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಸಂಬಂಧಕ್ಕೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ $a= 16$ ಮತ್ತು $b=11$

$$\therefore x^2+27x+176 = x^2+16x+11x+ 176$$

$$=x(x+16) +11(x+16)$$

$$=(x+16) (x+11)$$

$\therefore x^2+27x+176$ ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು : $(x+16)$ ಮತ್ತು $(x+11)$

ತಾಳೆ:

$(x+16)(x+11)$ ಇದು $(x+a)*(x+b)$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ $a=16$, $b=11$

$$\begin{aligned}\therefore (x+16)*(x+11) &= x^2+ x(16+11)+ 16*11 \\ &= x^2+27x+176 \quad (\text{ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ})\end{aligned}$$

2.6 ಸಮಸ್ಯೆ 2 : ಅಪವರ್ತಿಸಿ $x^2-6x-135$

ಪರಿಹಾರ:

$a+b = -6$, $ab = -135$ ಆಗುವಂತೆ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

-135 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೊತೆಗಳು:

$(-1,135), (1,-135), (3,-45), (-3, +45), (5,-27), (-5, +27), (9,-15), (-9, +15)$

ಈ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ, $9-15 = -6$, $9 \times -15 = -135$. ಈ ಜೋಡಿ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಸಂಬಂಧಕ್ಕೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿದೆ.

$$\therefore a = 9 , b = -15$$

$$\therefore x^2-15x+9x -135 = x(x-15)+9(x-15) = (x-15)(x+9)$$

$$\therefore x^2-6x-135 \text{ ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು: } (x-15) \text{ ಮತ್ತು } (x+9)$$

ತಾಳೆ:

$(x-15)(x+9)$ ಇದು $(x+a)(x+b)$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. $a=-15, b=9$

$$\therefore (x-15)(x+9) = x^2 + x(-15+9) + (-15 \times 9) = x^2-6x-135 \text{ (ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ)}$$

2.6 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ಅಪವರ್ತಿಸಿ, $m^2+4m-96$

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ $a+b=4$, $ab=-96$ ಆಗುವಂತೆ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

(-96) ರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೊತೆಗಳು: $(1,-96), (-1,96)$

$(2,-48), (-2,48), (3,-32), (-3,+32), (4,-24), (-4,+24), (6,-16), (-6,16), (8,-12), (-8,12)$

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ $-8+12=4$, $-8*12=-96$. ಈ ಜೋಡಿ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಸಂಬಂಧಕ್ಕೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿದೆ.

$$\therefore a=-8, b=12$$

$$\therefore m^2-8m+12m-96$$

$$=m(m-8)+12(m-8)$$

$$=(m-8)(m+12)$$

$$\therefore m^2+4m-96 \text{ ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು: } (m-8) \text{ ಮತ್ತು } (m+12)$$

ತಾಳೆ:

$(m-8)(m+12)$ ಇದು $(m+a)*(m+b)$ ರೂಪದಲ್ಲಿದ್ದು

$$a=-8, b=12$$

$$\therefore (m-8)*(m+12) = m^2 + m(-8+12) + (-8)12 \\ = m^2+4m-96 \text{ (ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ)}$$

ಈಗ, px^2+mx+c ರೂಪದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸುವಾಗ ಇಲ್ಲಿ x^2 , ದ ಸಹಗುಣಕ 1 ರ ಬದಲಾಗಿ p. ನಾವಿಲ್ಲಿ $a+b=m$ ಮತ್ತು $ab=pc$ ಆಗುವಂತೆ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

2.6 ಸಮಸ್ಯೆ 4 : ಅಪವರ್ತಿಸಿ, $24x^2-65x+21$

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು $a+b = -65$ ಮತ್ತು $ab = 24 \times 21 = 504$ ಆಗುವಂತೆ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

(24×21) ರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೊತೆಗಳು:

(1,504), (-1,-504), (2,252), (-2,-252), (3, 168), (-3,-168), (4,126), (-4,-126), (6,84), (-6,-84), (8,63), (-8,-63), (9,56), (-9,-56), (12,42), (-12,-42), (24,21), (-24,-21)

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ, $(-9,-56) = -65$, $-9 \times (-56) = 504 = 24 \times 21$. ಈ ಜೋಡಿ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಸಂಬಂಧಕ್ಕೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿದೆ.

$$\therefore a = -9, b = -56$$

$$\therefore 24x^2 - 65x + 21$$

$$= 24x^2 - 9x - 56x + 21 \quad (-65x \text{ ನ್ನು } -9x - 56x \text{ ಎಂದು ಬರೆದಿದೆ.)}$$

$$= 3x(8x-3) - 7(8x-3) \quad \{(24x^2 \text{ ಮತ್ತು } 9x \text{ ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ } 3x, -56x \text{ ಮತ್ತು } 21 \text{ ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. } -7)\}$$

$$= (8x-3)(3x-7) \quad (8x-3 \text{ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ})$$

$$\therefore 24x^2 - 65x + 21 \text{ ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು : } (8x-3) \text{ ಮತ್ತು } (3x-7)$$

ತಾಳೆ:

$$(8x-3)(3x-7)$$

$$= 8x(3x-7) - 3(3x-7) \quad (\text{ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ})$$

$$= 24x^2 - 56x - 9x + 21 \quad (\text{ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ})$$

$$= 24x^2 - 65x + 21 \quad (\text{ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ})$$

2.6 ಸಮಸ್ಯೆ 5: ಅಪವರ್ತಿಸಿ, $6p^2+11pq-10q^2$

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ $a+b=11$, $ab=6*(-10)=-60$ ಆಗುವಂತೆ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

-60 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೊತೆಗಳು : (1,-60), (-1,60)

(2,-30), (-2,30), (3,-20), (-3,20), (4,-15), (-4,15), (5,-12), (-5,12), (6,-10), (-6,10)

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ, $-4+15=11$, $-4*15=-60$ $a=15$, $b=-4$. ಈ ಜೋಡಿ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಸಂಬಂಧಕ್ಕೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿದೆ.

$$6p^2+11pq-10q^2$$

$$=6p^2+15pq-4pq-10q^2 (\because 11pq=15pq-4pq)$$

$$=3p(2p+5q)-2q(2p+5q)$$

$$=(2p+5q)(3p-2q)$$

$\therefore 6p^2+11pq-10q^2$ ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು : $2p+5q$ ಮತ್ತು $3p-2q$

ತಾಳೆ:

$$(2p+5q)(3p-2q)$$

$$=2p(3p-2q)+5q(3p-2q) \text{ (ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ)}$$

$$=6p^2-4pq+15qp-10q^2 \text{ (ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ)}$$

$$=6p^2+11pq-10q^2 \text{ (ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ)}$$

2.6 ಸಮಸ್ಯೆ 6: ಅಪವರ್ತಿಸಿ, { $5-(3a^2-2a) (6-3a^2+2a) \}$

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ $x = 3a^2-2a$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾ.

$$\begin{aligned} \therefore & 5-(3a^2-2a) (6-3a^2+2a) \\ & = 5-(3a^2-2a) \{6-(3a^2-2a)\} \\ & = 5-x(6-x) \end{aligned}$$

ಆದ್ದರಿಂದ $5-x(6-x)$ ವನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಬೇಕು.

$$\begin{aligned} & 5-x(6-x) \\ & = 5 -6x + x^2 \\ & = x^2 -6x +5 = x^2 -5x -x+5 \\ & = x(x-5)-1(x-5) \\ & = (x-1)(x-5) \end{aligned}$$

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$\begin{aligned} & 5-(3a^2-2a)(6-3a^2+2a) \\ & = (3a^2-2a-1)(3a^2-2a-5) \end{aligned}$$

$$\text{ಆದರೆ } 3a^2-2a-1 = 3a^2-3a+a-1 = 3a(a-1)+1(a-1) = (3a+1)(a-1)$$

$$3a^2-2a-5 = 3a^2+3a-5a-5 = 3a(a-1)-5(a+1) = (3a-5)(a+1)$$

$$\therefore 5-(3a^2-2a)(6-3a^2+2a) = (3a+1)(a-1)(3a-5)(a+1)$$

ತಾಳೆ: 1. ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು ಪ್ರತೀ ಪದದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿರಿ.

2. $a=2$ ಎಂಬ ಬೆಲೆಗೆ ಸರಿಯಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ, $(5-8*-2) = 21 = (7*1*1*3)$