4.8 ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತ

4.8.1 ಪೀಠಿಕೆ:

ನಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ನಾವು ಕೆಲಸಗಾರರನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸುವುದರಿಂದ ಹಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸುತ್ತೇವೆ. ನಿಗದಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೆಲಸಗಾರರು ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಗೈರುಹಾಜರಾದಾಗ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಮುಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಉದಾ 1: 6 ಹೆಂಗಸರು ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 10 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು 10 ಮಕ್ಕಳು(ಬಾಲಕಾರ್ಮಿಕರಲ್ಲ: 14 ವರ್ಷಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡವರು) 15 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು 6 ಹೆಂಗಸರು ಮತ್ತು 10 ಮಕ್ಕಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು?

ಉದಾ 2: ಒಂದು ಸೈನಿಕ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ದಿನಸಿ 450 ಸೈನಿಕರಿಗೆ 80 ದಿನಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ. 10 ದಿನಗಳ ನಂತರ ಮತ್ತೆ 50 ಸೈನಿಕರು ಸೇರಿಕೊಂಡರೆ, ಉಳಿದ ದಾಸ್ತಾನು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ?

ಉದಾ 3: ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು, A ಯು 14 ದಿನಗಳಲ್ಲೂ, B ಯು 21 ದಿನಗಳಲ್ಲೂ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. ಇಬ್ಬರೂ ಸೇರಿ ಒಟ್ಟಿಗೆ 6 ದಿನ ಕೆಲಸಮಾಡಿದ ಮೇಲೆ A ಯು ಅನಾರೋಗ್ಯದಿಂದ ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಬಾರದೇ ಇದ್ದಾಗ B ಯು ಉಳಿದ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ?

ಉದಾ 4: ಒಂದು ಪೈಪು ನೀರಿನ ಸೋರಿಕೆ ಇಲ್ಲದಾಗ ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು 9 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಿಸಬಲ್ಲದು. ತಳದಲ್ಲಿನ ಸೋರಿಕೆಯಿಂದಾಗಿ ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯು 10 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬುತ್ತದೆ. ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬಿದ ನಂತರ ಸೋರಿಕೆ ಆರಂಭವಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಖಾಲಿಯಾಗುತ್ತದೆ?.

a ಮತ್ತು b ಗಳು ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರದೆ, ಸದೃಶ ಪರಿಮಾಣಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ ಭಿನ್ನರಾಶಿ $\frac{a}{b}$ ಯನ್ನು ಅನುಪಾತ ಎಂದು ಕರೆದು, a:b ಎಂಬುದಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ($\frac{a}{b}$ =ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎನ್ನಲೂ ಬಹುದು).

ಜವ ಎಂದರೇನು? ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ/ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ. ಜವ ಎನ್ನುವುದು ಅನುಪಾತ. ಹಾಗೆಯೇ

ಮೈಲೇಜ್ = ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ/ (ಬಳಸಿದ ಇಂಧನ- ಲೀಟರ್ ಗಳು) ಎನ್ನುವುದು ಅನುಪಾತ

A Project of www.eShale.org

ಅನುಪಾತ ಎನ್ನುವುದು ಯಾವುದೇ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ

ಇಬ್ಬರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳ ಅನುಪಾತ 2:3 ಆಗಿದೆ ಎಂದರೆ, ಅವರ ಅಂಕಗಳು 100 ರಲ್ಲಿ 20 ಮತ್ತು 30 ಅಥವಾ 40 ಮತ್ತು 60 ಅಥವಾ 60 ಮತ್ತು 90 ಆಗಿರಬಹುದು ಎಂದು.

ಅಂದರೆ ಒಬ್ಬನ ಅಂಕಗಳು 2x ಆದರೆ ಇನ್ನೊಬ್ಬನದು 3x

I.e. $\frac{2}{3} = \frac{20}{30} = \frac{40}{60} = \frac{60}{90} \ \ldots \ = \ \frac{2x}{3x}$

2:3 ಎನ್ನುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು 5 ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ 2 ಭಾಗ ಮತ್ತು 3 ಭಾಗ ಎಂದೂ ಅನ್ನಬಹುದು.

a:b ಎನ್ನುವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಪದಗಳು ಎಂತಲೂ a ಯನ್ನು ಪೂರ್ವಪದ ಮತ್ತು b ಯನ್ನು ಉತ್ತರಪದ ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು ಅನುಪಾತವಾಗಿರುವಾಗ ಗಮನಿಸಿ:

1. ಅನುಪಾತವೆನ್ನುವುದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿದ್ದು ಯಾವುದೇ ಅಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ
2. ಅವುಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ/ವ್ಯವಕಲನ/ಗುಣಾಕಾರ/ಭಾಗಾಕಾರಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆ
3. ಅನುಪಾತವನ್ನು ಸರಳೀಕೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ (10:40 ಬದಲಾಗಿ 1:4 ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ)
4. ಎರಡು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತುಲನೆ ಮಾಡುವಾಗ, ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಅಳತೆಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು(ಉದಾಹರಣೆಗೆ 1 ಗಂಟೆ 15 ನಿಮಿಷವನ್ನು 45 ನಿಮಿಷದೊಡನೆ ಹೋಲಿಸುವಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಗಂಟೆಗಳಾಗಿ ಅಥವಾ ನಿಮಿಷಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು)

A Project of www.eShale.org

a:b ಒಂದು ಅನುಪಾತವಾಗಿರಲಿ.

a ಮತ್ತು b ಗಳ ಸಂಬಂಧ	ಪರಿಣಾಮ	ಉದಾ	ಸಾಧನೆ
ಯಾವುದೇ x>0 ಆದಾಗ	a:b= ax:bx	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$	$\frac{ax}{bx} = \frac{a}{b}$
a>b ಮತ್ತು c>0 ಆದಾಗ	$\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$	$\frac{11}{5} > \frac{12}{6} > \frac{13}{7} > \frac{14}{8}$	a>b ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ac>bc ab+ac>ab+bc (ab ಯನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ) a(b+c)>b(a+c) (ಸಾಮಾನ್ಯಪದವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದಾಗ) ie $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$
a<b ಮತ್ತು c>0 ಆದಾಗ	$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$	$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$	a<b ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ac<bc ab+ac<ab+bc(ab ಯನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ) a(b+c)<b(a+c) (ಸಾಮಾನ್ಯಪದವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದಾಗ) ie $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$

A Project of www.eShare.org

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 1 : 49:68 ರಲ್ಲಿ 49 ಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಸೇರಿಸಿದರೆ 3:4 ಆಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಸೇರಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು x ಆಗಿರಲಿ.

ಅಂದರೆ $\frac{49+x}{68} = \frac{3}{4}$

$\therefore 49+x = 3*17 = 51$

$\therefore x = 2.$

ತಾಳೆ: $\frac{51}{68} = \frac{3}{4}$

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 2 : 49:68 ಇಲ್ಲಿನ ಎರಡೂ ಪದಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸೇರಿಸಿದರೆ 3:4 ಆಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಸೇರಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು x ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ $= \frac{3}{4}$

$\therefore 196+4x = 204+3x$

$\therefore x = 204-196$

$\therefore x = 8.$

ತಾಳೆ: $\frac{57}{76} = \frac{3}{4}$

A Project of www.eShale.org

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 3 : ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 600 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮತ್ತು 15 ಶಿಕ್ಷಕರು ಇದ್ದಾರೆ. ಎಷ್ಟು ಜನ ಹೆಚ್ಚಿನ ಶಿಕ್ಷಕರನ್ನು ನೇಮಿಸಿಕೊಂಡರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ : ಶಿಕ್ಷಕರ ಅನುಪಾತ ಶಿಕ್ಷಣಹಕ್ಕು ಕಾಯಿದೆಯಲ್ಲಿ(ಆರ್ ಟಿ ಇ) ಸೂಚಿಸಿದಂತೆ 30:1 ಆಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಈಗಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ : ಶಿಕ್ಷಕರ ಅನುಪಾತ 600:15 =40:1 ಇದು 30:1 ಕ್ಕಿಂತ ಜಾಸ್ತಿ ಇದೆ .

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಮನೆಗೆ ಕಳಿಸಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲವಾದುದರಿಂದ ಶಿಕ್ಷಕರ ನೇಮಕವಾಗಲೇ ಬೇಕು

x ಎನ್ನುವುದು ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿರಲಿ.

$\therefore \frac{600}{15+x} = \frac{30}{1}$

$\therefore \frac{600}{30} = (15+x)$

$20 = 15+x$

$\therefore x = 5.$

ತಾಳೆ: 600:20 = 30:1

4.8.2 ಸಮಾನುಪಾತ

ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ (ಉದಾ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$) ಅವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು 2:3::4:6 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ಆದಾಗ a:b::c:d ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ad=bc.

A Project of www.eShale.org

a:b::c:d ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು m ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದಾಗ

ಗುಣ	ಪರಿಣಾಮ/ ಮತ್ತು ಸಾಧನೆ	ವ್ಯಾಖ್ಯೆ
a:c=b:d b:a=d:c c:a=d:b	ad=bc ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$, $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$, $\frac{c}{a}=\frac{d}{b}$	a:b::c:d ಆದಾಗ a ಮತ್ತು d ಅಂತ್ಯಪದಗಳು b ಮತ್ತು c ಮಧ್ಯಪದಗಳು d ಯು ಚತುರ್ಥಾನುಪಾತ
$\frac{a+mb}{b}=\frac{c+md}{d}$	$\frac{a}{b}+m=\frac{c}{d}+m \therefore \frac{a+mb}{b}=\frac{c+md}{d}$	
$\frac{a-mb}{b}=\frac{c-md}{d}$	$\frac{a}{b}-m=\frac{c}{d}-m \therefore \frac{a-mb}{b}=\frac{c-md}{d}$	
$\frac{a+mb}{a-mb}=\frac{c+md}{c-md}$	ಮೇಲಿನವುಗಳನ್ನು ಒಂದರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದೆ.	
$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}=\frac{a+c}{b+d}$	ad=bc ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ab-ad=ab-bc $\therefore$ a(b-d)= b(a-c) $\therefore \frac{a}{b}=\frac{a-c}{b-d}$ ಮತ್ತು ab+ad=ab+bc $\therefore \frac{a}{b}=\frac{a+c}{b+d}$ $b \neq d$ ಮತ್ತು $b+d \neq 0$ ಆದಾಗ $\frac{a}{b}=\frac{a-c}{b-d}=\frac{a+c}{b+d}$	
a:b= b:c ಆದಾಗ	$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ or $b^2=ac$ or $b=\sqrt{ac}$ or $c=\frac{b^2}{a}$	abc ಗಳು ಮುಂದುವರೆದ ಸಮಾನುಪಾತ b ಸರಾಸರಿ ಸಮಾನುಪಾತ c ತೃತೀಯ ಸಮಾನುಪಾತ

A Project of www.eShale.org

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 4: 15:12:: x:24 ಇಲ್ಲಿ x ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

$$\frac{15}{12} = \frac{x}{24}$$

$\therefore$ x=15*24/12

x=30.

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 5: ಒಂದು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ನ 500 ಬಿಡಿಭಾಗಳಲ್ಲಿ 30 ಭಾಗಗಳು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿದ್ದರೆ, ಇದೇ ದರದಲ್ಲಿ 1600 ಬಿಡಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳು ದೋಷಪೂರ್ಣವಾಗಿರುತ್ತವೆ?

ಪರಿಹಾರ:

30:500:: x:1600 = 3:50:: x:1600 >>> $\frac{3}{50} = \frac{x}{1600}$ $\therefore$ x = 96

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯಂತೆಯೂ ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು.

500 >>> 30

1600 >>> ?

Ie $\frac{30}{500}$*1600 =96

A Project of www.eShale.org

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 6: 4 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ:

ರಾಂ: ಶ್ಯಾಂ = $1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$

ಶ್ಯಾಂ: ಗೋಪಾಲ = $1\frac{3}{4} : 3\frac{1}{5}$

ಗೋಪಾಲ: ರಾಜ = $2\frac{10}{11} : 1\frac{21}{22}$

ರಾಂ ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು 42 ಆಗಿದ್ದರೆ, ರಾಂ: ಶ್ಯಾಂ:ಗೋಪಾಲ: ರಾಜ ಇವರು ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳ ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಅವರು ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಅನುಪಾತಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರದೇ ಇರುವುದರಿಂದ, ಹೋಲಿಸಲು ಮೊದಲು ಅವುಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದುವಂತೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

1. ರಾಂ: ಶ್ಯಾಂ = $1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} = \frac{3}{2} : \frac{5}{2}$ = 3:5 (∵ ಅನುಪಾತಗಳ ಛೇದಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. 2)
2. ಶ್ಯಾಂ: ಗೋಪಾಲ = $1\frac{3}{4} : 3\frac{1}{5} = \frac{7}{4} : \frac{16}{5} = \frac{35}{20} : \frac{64}{20}$ = 35:64 (∵ ಅನುಪಾತಗಳ ಛೇದಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. 20)
3. ಗೋಪಾಲ: ರಾಜ = $2\frac{10}{11} : 1\frac{21}{22} = \frac{32}{11} : \frac{43}{22} = \frac{64}{22} : \frac{43}{22}$ =64:43 (∵ ಛೇದಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. 22)

ರಾಂ: ಶ್ಯಾಂ = 3:5= 21:35 (ಎರಡೂ ಪದಗಳನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗಿದೆ. ಏಕೆಂದರೆ 2ನೇ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪದ ಶ್ಯಾಂ ನದ್ದು 35 ಆಗಿದೆ)

ಆದುದರಿಂದ ರಾಂ: ಶ್ಯಾಂ: ಗೋಪಾಲ: ರಾಜ = 21:35:64:43

ರಾಂ ನ ಅಂಕಗಳು 42 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು 42 = 21*2 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದವನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ

ರಾಂ: ಶ್ಯಾಂ: ಗೋಪಾಲ: ರಾಜ = 21:35:64:43 = 21*2:35*2:64*2:43*2

ಅವರ ಅಂಕಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 42, 70, 128 ಮತ್ತು 86.

A Project of www.eShale.org

4.8.3 ಜನರು, ಸಮಯ, ಕೆಲಸ

ಸಮಾನುಪಾತದ ತತ್ವಗಳು ಸಮಯ, ಜನರು ಮತ್ತು ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವಲ್ಲಿ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. A ಯು ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 'm' ಸಮಯಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು B ಯು 'n' ಸಮಯಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುತ್ತಾನೆ. ಇಬ್ಬರೂ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಕೆಲಸಮಾಡಿದರೆ, ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ?

ನಿರ್ವಹಣೆ :

't' ಸಮಯಮಾನಗಳು ಇಬ್ಬರೂ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಕೆಲಸಮಾಡಿ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವಾಗಿರಲಿ.

A ಯು ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = m

$\therefore$ A ಯು 1 ಸಮಯಮಾನದಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುವ ಕೆಲಸ = $\frac{1}{m}$ --------→ (1)

B ಯು ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = n

$\therefore$ B ಯು 1 ಸಮಯಮಾನದಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುವ ಕೆಲಸ = $\frac{1}{n}$ --------→ (2)

$\therefore$ ಇಬ್ಬರೂ ಒಟ್ಟಿಗೆ 1 ಸಮಯಮಾನದಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುವ ಕೆಲಸ = $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

$\therefore \frac{1}{t} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{mn}$

ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲಸಮಾಡುವವರು ಇದ್ದರೂ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ.

A Project of www.eShale.org

ಈ ಪಾಠದ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ ನೀಡಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈಗ ಬಿಡಿಸುವಾ:

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 7: 6 ಹೆಂಗಸರು ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 10 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು 10 ಮಕ್ಕಳು(ಬಾಲಕಾರ್ಮಿಕರಲ್ಲ: 14 ವರ್ಷಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡವರು) 15 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು 6 ಹೆಂಗಸರು ಮತ್ತು 10 ಮಕ್ಕಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು?

ಪರಿಹಾರ:

t ಯು 6 ಹೆಂಗಸರು ಮತ್ತು 10 ಮಕ್ಕಳು ಸೇರಿ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ದಿನಗಳಾಗಿರಲಿ.

$$\therefore \frac{1}{t} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3}{30} + \frac{2}{30} = \frac{5}{30} \text{ (10 ಮತ್ತು 15 ರ ಲ.ಸ.ಅ. 30)} = \frac{1}{6}$$

6 ಹೆಂಗಸರು ಮತ್ತು 10 ಮಕ್ಕಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = t = 6 ದಿನಗಳು.

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 8: A ಮತ್ತು B ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ. A ಒಬ್ಬನೇ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು 12 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುತ್ತಾನೆ. B ಒಬ್ಬನೇ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

t ಯು B ಒಬ್ಬನೇ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವಾಗಿರಲಿ.

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{1}{12} + \frac{1}{t}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

B ಒಬ್ಬನೇ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ 6 ದಿನಗಳು.

A Project of www.eShale.org

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 9: ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು, A ಯು 14 ದಿನಗಳಲ್ಲೂ, B ಯು 21 ದಿನಗಳಲ್ಲೂ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. ಇಬ್ಬರೂ ಸೇರಿ ಒಟ್ಟಿಗೆ 6 ದಿನ ಕೆಲಸಮಾಡಿದ ಮೇಲೆ A ಯು ಅನಾರೋಗ್ಯದಿಂದ ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಬಾರದೇ ಇದ್ದಾಗ B ಯು ಉಳಿದ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ?

ಪರಿಹಾರ:

't' ಯು B ಒಬ್ಬನೇ ಉಳಿದ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವಾಗಿರಲಿ.

A ಮತ್ತು B ಯು ಜೊತೆಯಾಗಿ 1 ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ $= \frac{1}{14} + \frac{1}{21} = \frac{5}{42}$

A ಮತ್ತು B ಯು ಜೊತೆಯಾಗಿ 6 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ $= 6 * \frac{5}{42} = \frac{15}{21}$

ಉಳಿದ ಕೆಲಸ $= 1 - \frac{15}{21} = \frac{21-15}{21} = \frac{6}{21}$ ----------→(1)

B ಯು ಒಬ್ಬನೇ 1 ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ $= \frac{1}{21}$

B ಯು ಒಬ್ಬನೇ t ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ(ಉಳಿದ ಕೆಲಸ) $= \frac{t}{21}$ ------→(2)

$\therefore \frac{6}{21} = \frac{t}{21}$

$\therefore \quad t = 6$

B ಯು ಒಬ್ಬನೇ 6 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸುತ್ತಾನೆ.

A Project of www.eShale.org

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 10: ಒಂದು ಸೈನಿಕ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ದಿನಸಿ 450 ಸೈನಿಕರಿಗೆ 80 ದಿನಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ. 10 ದಿನಗಳ ನಂತರ ಮತ್ತೆ 50 ಸೈನಿಕರು ಸೇರಿಕೊಂಡರೆ, ಉಳಿದ ದಾಸ್ತಾನು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

'd' ಎನ್ನುವುದು ಉಳಿದ ದಾಸ್ತಾನು ಮುಗಿಯುವ ದಿನಗಳಾಗಿರಲಿ

ಒಬ್ಬ ಸೈನಿಕನು ದಿನಕ್ಕೆ 1 ಊಟದ ಮಾನವನ್ನು(ಉದಾ: ತಟ್ಟೆ, ಪ್ಯಾಕೆಟ್ ..) ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾನೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುವಾ.

ಲಭ್ಯವಿರುವ ಊಟದ ಮಾನಗಳು= 450*80 -------→(1)

ಮೊದಲ 10 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಊಟದ ಮಾನಗಳು= 450*10 -------→(2)

ನಂತರದ 'd' ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕಾಗಿರುವ ಊಟದ ಮಾನಗಳು= 500*d ------→(3)

ಊಟದ ದರ/ಪ್ರಮಾಣ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$\therefore$ 450*80= 450*10+500*d

I.e. 45*8= 45+5d; 72=9+d (5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದೆ)

$\therefore$ d=63

ಉಳಿದ ದಾಸ್ತಾನು 63 ದಿನಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ

A Project of www.eShale.org

4.8.4 ನೀರನ್ನು/ದ್ರವವನ್ನು ತುಂಬಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಖಾಲಿಮಾಡುವುದು

"ಜನರು, ಸಮಯ, ಕೆಲಸ" ದ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಸೂತ್ರ/ಕ್ರಮವನ್ನು ಅದೇ ತೆರನಾದ ಬೇರೆ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಒಂದು ಪೈಪ್, ಒಂದು ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ತುಂಬಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ x ಗಂಟೆಯಾಗಿರಲಿ

1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಈ ಪೈಪ್ ನಿಂದ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬುವ ಭಾಗ= $\frac{1}{x}$ -------→(1)

ಇನ್ನೊಂದು ಪೈಪ್ ಅದೇ ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ತುಂಬಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ y ಗಂಟೆಯಾಗಿರಲಿ

1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಈ ಎರಡನೇ ಪೈಪ್ ನಿಂದ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬುವ ಭಾಗ = $\frac{1}{y}$ -------→(2)

1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಪೈಪ್ ಗಳಿಂದ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬುವ ಭಾಗ= $(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}) = \frac{x+y}{xy}$

ಎರಡನೇ ಪೈಪ್ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿಸುವ ಬದಲು ಅದು ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ಖಾಲಿ ಮಾಡುವಂತಿದ್ದರೆ ಆಗ 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಅವೆರಡರಿಂದ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬುವ ಭಾಗ= $(\frac{1}{x}-\frac{1}{y})$.

∴ ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ತುಂಬಲು ಬೇಕಾಗುವ ಒಟ್ಟು ಸಮಯ= $\frac{xy}{y \pm x}$ (ಖಾಲಿಯಾಗುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ - ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು)

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 11: ಎರಡು ಪೈಪ್ ಗಳು ಒಂದು ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು 10 ಮತ್ತು 12 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬುತ್ತವೆ. ಮೂರನೇ ಪೈಪ್ ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು 20 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಮೂರೂ ಪೈಪ್ ಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಚಾಲೂ ಮಾಡಿದರೆ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯಬೇಕು?

ಪರಿಹಾರ:

1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬುವ ಭಾಗ= $(\frac{1}{10}+\frac{1}{12}-\frac{1}{20})=\frac{6+5-3}{60}=\frac{8}{60}=\frac{2}{15}$.

∴ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯ = $\frac{15}{2}$ ಗಂಟೆಗಳು= 7 ಗಂಟೆಗಳು ಮತ್ತು 30 ನಿಮಿಷಗಳು.

A Project of www.eShale.org

4.8 ಸಮಸ್ಯೆ 12: ಒಂದು ಪೈಪು ನೀರಿನ ಸೋರಿಕೆ ಇಲ್ಲದಾಗ ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು 9 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಿಸಬಲ್ಲದು. ತಳದಲ್ಲಿನ ಸೋರಿಕೆಯಿಂದಾಗಿ ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯು 10 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬುತ್ತದೆ. ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬಿದ ನಂತರ ಸೋರಿಕೆ ಆರಂಭವಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಖಾಲಿಯಾಗುತ್ತದೆ?.

ಪರಿಹಾರ:

t ಯು ತಳದಲ್ಲಿನ ತೂತು ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ಖಾಲಿಮಾಡಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವಾಗಿರಲಿ

ತೂತಿನಿಂದಾಗಿ 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ತೊಟ್ಟಿ ಖಾಲಿಯಾಗುವ ಭಾಗ = $\frac{1}{t}$

ಸೋರಿಕೆಯಿಂದಾಗಿ 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬಿದ ಭಾಗ = $\frac{1}{10}$;

ಸೋರಿಕೆಯಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬುವ ಭಾಗ= $\frac{1}{9}$

$\therefore \frac{1}{10} = \frac{1}{9} - \frac{1}{t}$

$\therefore \frac{1}{t} = \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \frac{10-9}{90} = \frac{1}{90}$

90 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತೊಟ್ಟಿಯು ಪೂರ್ತಿ ಖಾಲಿಯಾಗುತ್ತದೆ

A Project of www.eShale.org