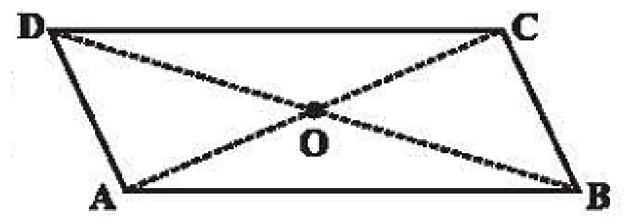
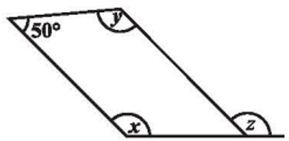
ಅಭ್ಯಾಸ 4.3

4.3.1. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವ್ಯಾಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

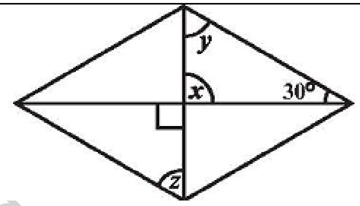
(i) AD=BC(ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ) (ii) $\angle DCB = \angle DCB$ (ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ) (iii) OC=OA (ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ) (iv) $\angle DAB+\angle CDA = 180^{o}$(AB||DC,ಒಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)	

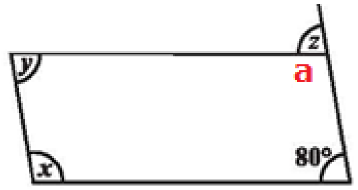
4.3.2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ, ಅವ್ಯಕ್ತಪದಗಳಾದ x, y, z ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

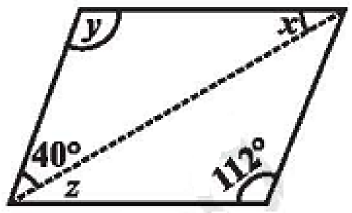
ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$y=100^{o}$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ	
2	$x+100^{o}=180^{0}$ $\Rightarrow x=180^{o}-100^{0}=80^{o}$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180^{0}	
3	$z=x=80^{o}$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ	

ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$x+50^{o}=180^{0}$ $\Rightarrow x=180^{o}-50^{0}=130^{o}$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180^{0}	
2	$y=x=130^{o}$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ	
3	$180^{o}-z=50^{0}$ $z=180-50=130^{o}$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ	

A Project of www.eShale.c

ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$x=90^o$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ	
2	$x+y+30^o=180^o$ $\Rightarrow y=180^o-30^0-x$ $\Rightarrow y=180^o-30^0-90^0=60^o$	ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180^o	
3	$z=y=60^o$	ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳಿಂದಾದ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ.	

ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$y=80^o$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ	
2	$x+80^o=180^o$ $\Rightarrow x=180^o-80^0=100^o$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180^0	
3	$a+80^o=180^o$ $\Rightarrow a=180^o-80^0=100^o$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180^0	
	$a+z=180^o$ $z=180^o-a=180^o-100^o=80^o$	ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180^o	

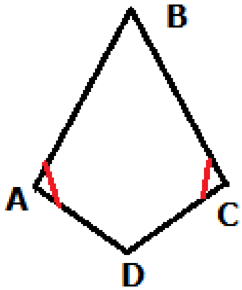
ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$y=112^o$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ	
2	$x+y+40^o=180^o$ $\Rightarrow x=180^o-40^0-y$ $\Rightarrow x=180^o-40^0-112^0=28^o$	ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180^o	
3	$z=x=28^o$	ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳಿಂದಾದ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ.	

A Project of www.eShale.org

4.3.3. ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಆದಾಗ ಅದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಬಹುದೇ?

ಲೆಕ್ಕ	ಉತ್ತರ
(i) $\angle D + \angle B = 180^{o}$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಬಹುದು. ಆಗಬೇಕೇಂದೇನಿಲ್ಲ.
(ii) AB= DC = 8 cm, AD = 4 cm BC = 4.4 cm.	$AD \neq BC$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ
(iii) $\angle A = 70^{o}$ ಮತ್ತು $\angle C = 65^{o}$	$\angle A \neq \angle C$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

4.3.4. ಎರಡು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿರುವ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಲ್ಲದ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

	$\angle B = \angle C$

4.3.5. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಆ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು 3x ಮತ್ತು 2x ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $3x+2x=180^{o}$ ($\because$ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ$=180^{0}$)

$\Rightarrow 5x=180^{o} \Rightarrow x=36^{o}$

ಆ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು $3x=3*36=108^{o}$ ಮತ್ತು $2x=2*36=72^{o}$

4.3.6. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

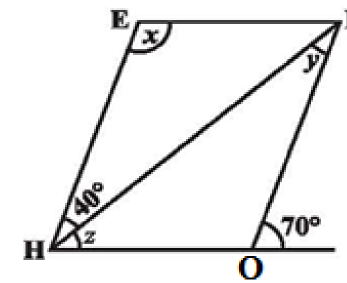
ಆ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು x ಮತ್ತು x ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $x+x=180^{o}$($\because$ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ$=180^{0}$)

$\Rightarrow 2x=180^{o} \Rightarrow x=90^{o}$

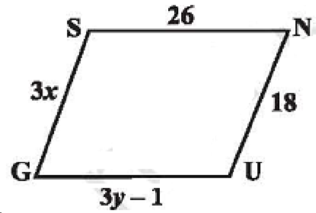
ಗಮನಿಸಿ: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳೂ ಸಮನಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಆಕೃತಿಯು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

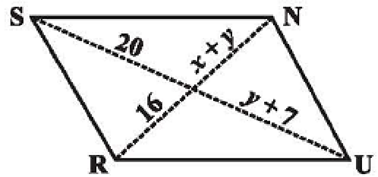
A Project of www.eShale.org

4.3.7. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ HOPE ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಗಿದೆ. ಕೋನಗಳಾದ x, y, ಮತ್ತು z ನ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಳಸಿದ ಗುಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$y=40^{\circ}$	ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳಿಂದಾದ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ.	
2	$\angle HOP = 180^{\circ}-70^{\circ}=110^{\circ}$	ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180°	
3	$x=\angle HOP=110^{\circ}$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ	
4	$x+z+40^{\circ}=180^{\circ}$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180°	
5	$z=180^{\circ}-40^{\circ}-x=180^{\circ}-40^{\circ}-110^{\circ}=30^{\circ}$		

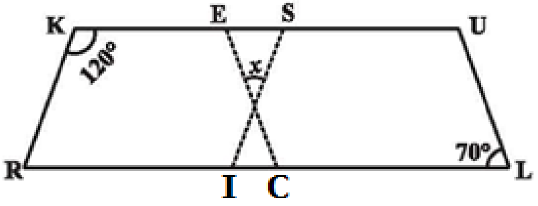
4.3.8. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಾದ GUNS ಮತ್ತು RUNS ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾಗಿವೆ. x ಮತ್ತು y ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಅಳತೆಗಳು ಸೆಂ.ಮೀ.ನಲ್ಲಿವೆ)

ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$3x=18 \Rightarrow x=6$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ	
2	$3y-1=26$ $\Rightarrow 3y=26+1=27$ $\Rightarrow y=9$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ	

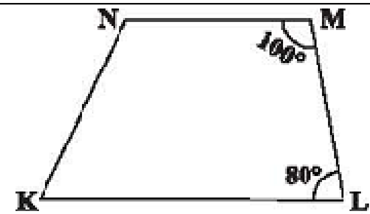
ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$y+7=20 \Rightarrow y=20-7=13$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.	
2	$x+y=16$ $\Rightarrow x=16-y=16-13=3$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.	

A Project of www.eShale.org

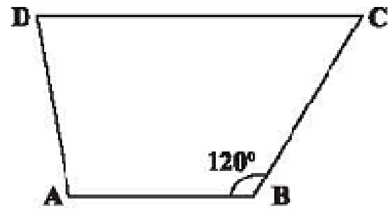
4.3.9. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, RISK ಮತ್ತು CLUE ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು, xನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$\angle RIS = \angle RKS = 120^0$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ RISK ನ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ	
2	$\angle RIS + \angle ISK = 180^0$ $\Rightarrow \angle ISK = 180^0 - \angle RIS$ $\Rightarrow \angle ISK = 180^0 - 120^0 = 60^0$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ$=180^0$	
3	$\angle CES = \angle CLU = 70^0$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ CLUE ನ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ	
4	$x + \angle ISK + \angle CES = 180^0$ $x = 180^0 - \angle ISK - \angle CES$ $= 180^0 - 60^0 - 70^0$ $= 180^0 - 130^0 = 50^0$	ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0	

4.3.10. ಇಲ್ಲಿನ ಚಿತ್ರ ಹೇಗೆ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ? ವಿವರಿಸಿ. ಯಾವ ಒಂದು ಜೊತೆ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ?

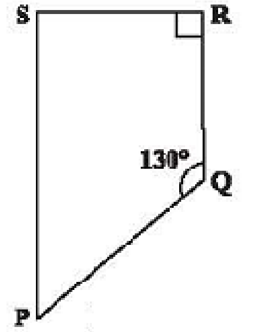
ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$\angle KLM + \angle NML = 80^0 + 100^0 = 180^0$	ದತ್ತ	
2	KL||NM	ಚತುರ್ಭುಜ ಆಕೃತಿಯ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ$=180^0$	
3	KLMN ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ	(2) ರಿಂದ	

4.3.11. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, AB\|\| DC ಆದರೆ $\angle C$ ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$\angle C + \angle B = 180^0$ $\Rightarrow \angle C = 180^0 - 120^0 = 60^0$	AB|| DC	

A Project of www.eShale.org

4.3.12. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, SP || RQ ಆದರೆ ∠P ಮತ್ತು ∠S ಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (∠R ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದ ನಂತರ ∠P ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವಿಧಾನಗಳು ಇವೆಯೇ?)

ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	$\angle P + \angle Q = 180^0$ $\Rightarrow \angle P = 180^0 - 130^0 = 50^0$	ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಅಂತರ್ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180^0(SP||RQ)	
2	$\angle R + \angle S = 180^0$ $\Rightarrow \angle S = 180^0 - 90^0 = 90^0$	ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಅಂತರ್ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=180^0(SP||RQ)	

ಎರಡನೇ ವಿಧಾನ:

ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ=360^0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$\angle P + \angle Q + \angle R + \angle S = 360^0$

$\Rightarrow \angle P = 360^0 - \angle Q - \angle R - \angle S = 360^0 - 130^0 - 90^0 - 90^0 = 360^0 - 310^0 = 50^0$

A Project of www.eShale.org

ಅಭ್ಯಾಸ 4.4

4.4.1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯೇ, ತಪ್ಪೇ ತಿಳಿಸಿ.

(a) ಎಲ್ಲಾ ಆಯತಗಳೂ ಚೌಕಗಳಾಗಿವೆ. ತಪ್ಪು.

(b) ಎಲ್ಲಾ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳೂ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು. ಸರಿ.

(c) ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳು, ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳೂ ಮತ್ತು ಆಯತಗಳೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಸರಿ.

(d) ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳು, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲ. ತಪ್ಪು.

(e) ಎಲ್ಲಾ ಪತಂಗಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ತಪ್ಪು.

(f) ಎಲ್ಲಾ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳೂ ಪತಂಗಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಸರಿ.

(g) ಎಲ್ಲಾ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳೂ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಸರಿ.

(h) ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳೂ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಸರಿ.

4.4.2. ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

(a) ಸಮವಾದ ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು: ಚೌಕ,ವಜ್ರಾಕೃತಿ. (b) ನಾಲ್ಕು ಲಂಬಕೋನಗಳು: ಚೌಕ, ಆಯತ.

4.4.3. ಚೌಕವು ಹೇಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಯಾಗುತ್ತದೆ? ವಿವರಿಸಿ.

(i) ಚತುರ್ಭುಜ: (ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ) (ii) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ: (ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ)

(iii) ವಜ್ರಾಕೃತಿ :(ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು ಸಮ) (iv) ಆಯತ: (ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳು)

4.4.4. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

(a) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ಚೌಕ,ಆಯತ.

(b) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಾರ್ಧಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ: ಚೌಕ,ವಜ್ರಾಕೃತಿ.

(c) ಕರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ: ಚೌಕ, ಆಯತ.

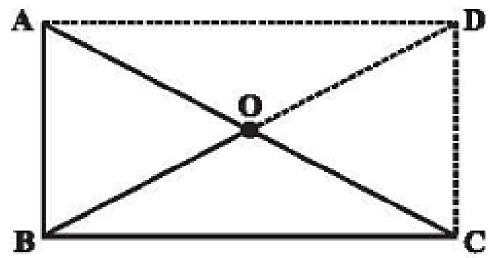
A Project of www.eShale.org

4.4.5. ಆಯತವು ಒಂದು ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರಲು ಕಾರಣವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

ಆಯತದ ಎರಡೂ ಕರ್ಣಗಳು ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಆಯತವು ಒಂದು ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜ .

4.4.6. ABC ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದ್ದು, 'O' ಬಿಂದುವು ಲಂಬಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದೆ. 'O' ಬಿಂದುವು A,B ಮತ್ತು C ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿದೆ ಏಕೆ? ವಿವರಿಸಿ.

ರಚನೆ: BO=OD ಆಗುವಂತೆ BO ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದೆ.AD ಮತ್ತು CD ಸೇರಿಸಿ.

ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ	ಚಿತ್ರ
1	AO=OC	ದತ್ತ	
2	BO=OD	ರಚನೆ	
3	ABCD ಯು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.	
4	$\angle ABC=90^o$	ದತ್ತ	
5	ABCD ಯು ಆಯತ	(3) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ	
6	O ವು AC ಮತ್ತು BD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಮತ್ತು AC=BD	(5) ರಿಂದ ABCD ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.	
7	$OA=OC=\frac{AC}{2}=\frac{BD}{2}=OB$ $\therefore OA=OC=OB$	(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ	

A Project of www.eShale.org