2.11 ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯ ಮತ್ತು ಅಪವರ್ತನ ಪ್ರಮೇಯ:

2.11.1 ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು/ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು

$402^3m^2n^2 - 603^2m^2n - 804^2m^3\ n^4$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು m ಮತ್ತು n ಎನ್ನುವ ಎರಡು ಚರಾಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು f(m,n) ಎಂದು ಗುರುತಿಸಬಹುದು.

$f(m,n) = 402^3m^2n^2 - 603^2m^2n - 804^2m^3\ n^4$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ f(x), ಒಂದೇ ಒಂದು x ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿದ್ದು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.

$f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots\ldots\ldots a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$

ಇಲ್ಲಿ $a_0,a_1,a_2,\ldots\ldots\ldots a_{n-1},a_n$ ಗಳು ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು $a_n \neq 0$

$a_0,a_1,a_2,\ldots\ldots\ldots a_{n-1}$ ಮತ್ತು a_n ಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ $x^0,x^1,x^2\ldots\ldots\ldots x^{n-1}$ ಮತ್ತು x^n ಗಳ 'ಸಹಗುಣಕ' ಮತ್ತು n ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ 'ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

a_nx^n, $a_{n-1}x^{n-1},\ldots\ldots\ldots a_2x^2$, a_1x^1, a_0 ಗಳನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ 'ಪದಗಳು' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ..

$f(x) = x^5 - 9x^2 + 12x - 14$ ಆಗಿರಲಿ

$x = 0$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $f(0) = 0 - 9*0 + 12*0 - 14 = -14$

$x = 1$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $f(1) = 1 - 9 + 12 - 14 = -10$

$x = -1$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $f(-1) = -36$

$f(a) = a^5 - 9a^2 + 12a - 14$

a ಯ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೆ $(x=a)$, $f(x) = 0$ ಆದಾಗ 'a' ಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ $f(x)=0$ ನ ಮೂಲ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ f(x) ನಲ್ಲಿ $f(a)=0$ ಆದಾಗ 'a' ಯನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ 'ಶೂನ್ಯ' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

A Project of www.eShale.org

2.11.2 ಭಾಗಾಕಾರದ ಕುರಿತು:

ಭಾಜ್ಯ = ಭಾಜಕ*ಭಾಗಲಬ್ಧ + ಶೇಷ

ವಾಸ್ತವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಮೇಲಿನ ಸಂಬಂಧ ಅನ್ವಯಿಸುವುದೋ ಅದೇ ರೀತಿ ಈ ಸಂಬಂಧ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮೇಲಿನ ಭಾಗಾಕಾರದ ಅನುಪ್ರಮೇಯ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

$$f(x) = g(x) * q(x) + r(x) \quad ---(1)$$

[ಇಲ್ಲಿ ಭಾಜಕ $g(x)$ ವು ಭಾಜ್ಯ $f(x)$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಭಾಗಲಬ್ಧ $q(x)$ ಮತ್ತು ಶೇಷ $r(x)$ ದೊರಕುತ್ತದೆ. ಗಮನಿಸಿ: $g(x) \neq 0$ ಮತ್ತು $r(x) = 0$ ಅಥವಾ ಅದರ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ < $g(x)$ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ]

ಮೇಲಿನ (1) ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$f(x)$, $q(x)$ ಮತ್ತು $r(x)$ ನೀಡಿದಾಗ $g(x) = \{f(x) - r(x)\} \div q(x)$

$f(x)$, $g(x)$ ಮತ್ತು $q(x)$ ನೀಡಿದಾಗ $r(x) = f(x) - \{g(x) * q(x)\}$

A Project of www.eSmale.org

ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡದೇ, ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $f(x) = x^3+4x^2-6x+2$ ನ್ನು $g(x)= (x-3)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡು ಹಿಡಿ

ಪರಿಹಾರ:

$f(x)= g(x)*q(x)+ r(x)$ ಆದಾಗ $r(x)$ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ < $g(x)$ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ $r(x)$ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 0 ಆಗಿರಲೇಬೇಕು. ಭಾಜ್ಯದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ = 3 ಮತ್ತು ಭಾಜಕದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ =1 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 2(=3-1) ಆಗಿರಲೇ ಬೇಕು.

$\therefore$ $r(x) = k$ (ಸ್ಥಿರಾಂಕ) ಹಾಗೆಯೇ a, b ಮತ್ತು c ನ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೆ $q(x) = ax^2+bx+c$ ಆಗಿರಲಿ.

$\therefore$ $x^3+4x^2-6x+2 =(x-3)* (ax^2+bx+c)+k= (ax^3+bx^2+cx)+(-3ax^2-3bx-3c)+ k$
$= ax^3+x^2(b-3a)+x(c-3b)+k-3c.$
$\therefore a=1;4=b-3a; -6=c-3b;2=k-3c$ (ಪದಗಳ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಿಸಿದಾಗ)

$\therefore$ $a=1; b=4+3a; c=3b-6; k=2+3c$
ಇನ್ನೂ ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ $a=1, b=7, c=15$ ಮತ್ತು $k= 47$

$\therefore$ $q(x) = ax^2+bx+c$
$q(x) = x^2+7x+15$ ಮತ್ತು $r(x) = 47$

ತಾಳೆ:

$x^3+4x^2-6x+2 = (x-3)* (x^2+7x+15)+47$ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

A Project of www.eSmale.org

ಒಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವಂತೆ ಬದಲಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

$f(x) = g(x) * q(x) + r(x)$

$f(x)$ ನ್ನು $g(x)$ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದರೆ $r(x)$ ಶೂನ್ಯವಾಗಿರಲೇ ಬೇಕು.

- ಮೊದಲು $f(x)$ ನ್ನು $g(x)$ ನಿಂದ ಯಾವುದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ ಭಾಗಿಸಿ.(ಪಾಠ 2.10 ರಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ಸಮಸ್ಯೆ 2.11.1 ಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ವಿಧಾನ).
- ಆಗ ಶೇಷ $r(x)$ ದೊರಕುತ್ತದೆ.
- ಈ ಶೇಷವನ್ನು $f(x)$ ನಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ. ಆಗ ದೊರಕುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು $g(x)$ ನಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ 2: x^3+5x^2+5x+8 ನಿಂದ ಎಷ್ಟನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಅಥವಾ ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಅದು x^2+3x-2 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

x^3+5x^2+5x+8 ನ್ನು x^2+3x-2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಸಿಗುವ ಶೇಷ: $x+4$

x^3+5x^2+5x+8 ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕಾದರೆ ಶೇಷ 0 ಆಗಿರಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ x^3+5x^2+5x+8 ರಿಂದ $x+4$ ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು.

$\therefore$ ಉತ್ತರ $= (x^3+5x^2+5x+8) - (x+4) = x^3+5x^2+5x+8-x-4 = x^3+5x^2+4x+4$

A Project of www.eShale.org

ಅಧ್ಯಾಯ 2.10 ರಲ್ಲಿ ಕಲಿತಂತೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ತುಂಬಾ ಸಮಯ ಬೇಕು. ಹಾಗಾದರೆ, ಶೇಷವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸುಲಭ ದಾರಿ ಇದೆಯ?

ಅಧ್ಯಾಯ 2.10 ರಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದಾಗ ಕೆಲವೊಂದು ಅಂಶಗಳು ಕಂಡುಬರುತ್ತವೆ.

2.10.3.1 ರ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ತಿರುಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸುವ: $7+x^3-6x$ ನ್ನು $x+1$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ ಭಾಜ್ಯವನ್ನು $f(x)$ {'x' ನ ಸತ್ಪನ್ನ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.}

$f(x) = 7+x^3-6x$

ಈಗ $f(a)$ ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು 'a' ಯ ಬೇರೆಬೇರೆ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ (1, 2,0,-1,-2) ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾ.

$f(1) = 2$, $f(0) = 7$, $f(-1) = 12$, $f(-2) = 11$.

ಈಗ ನಾವೇನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ? $f(-1)=12$ – ಇದೇ ಶೇಷ.

(x^4-2x^3+x-7) ನ್ನು $(x+2)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವಾ. (ಸಮಸ್ಯೆ 2.10.3.2)

$f(x) = x^4-2x^3+x-7$

$f(x)$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು 'x' ನ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ(1, 2, 0,-1,-2) ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವಾ

$f(1) = -7$, $f(2) = -5$, $f(0) = -7$, $f(-1) = -5$, $f(-2)=23$.

$f(-2)=23$ ಯು ಶೇಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

A Project of www.eShale.org

ಈಗ ಬೇರೆಬೇರೆ ಕೆಲವು ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳಿಗೆ ಶೇಷದ ತಃಖ್ತೆ ಮಾಡುವಾ.

ಭಾಜ್ಯ - f(x)	ಭಾಜಕ g(x)	ಶೇಷ r(x)	ಶೇಷ = ಸತ್ಪನ್ನದ ಬೆಲೆ f(k)
x^3-6x+7	$x+1$	12	$f(-1)$
x^4-2x^3+x-7	$x+2$	23	$f(-2)$
$x+1$	$x+1$	0	$f(-1)$
$x-1$	$x-1$	0	$f(1)$
$x+a$	$x+a$	0	$f(-a)$
$x-a$	$x-a$	0	$f(a)$
x^2+4x+4	$x+2$	0	$f(-2)$

ಈ ಮೇಲಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ನಾವು ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು:

ಒಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ f(x) ನ್ನು (x+a) ರೂಪದ ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷವು f(-a) ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಇದನ್ನು ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

A Project of www.eShale.org

ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧನೆ:

ಸಾಧನೆ:

ಒಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ f(x) ಯನ್ನು (x+a) ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ f(-a) ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದೇ ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯ.

f(x) ನ್ನು (x+a) ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ q(x) ಮತ್ತು r(x) ಗಳು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಭಾಜ್ಯ = ಭಾಜಕ*ಭಾಗಲಬ್ಧ + ಶೇಷ

$\therefore$ f(x) = q(x)*(x+a) + r(x)

ಗಮನಿಸಿ:

ಭಾಜಕ (=(x+a)) ದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ =1.

ಶೇಷ (= r(x)) ದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ < ಭಾಜಕದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ.

ಅದುದರಿಂದ ಶೇಷದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ = 0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ ಶೇಷವು x ಪದವನ್ನು ಹೊಂದಿರದೇ ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ(= 'r')

$\therefore$ f(x) = q(x)*(x+a)+r

ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ x = -a ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ:

$\therefore$ f(-a) = q(-a)*(-a+a)+r = q(-a)*0+r = r

ಅಂದರೆ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದಂತಾಯಿತು.

ಗಮನಿಸಿ: ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ f(x),ನ್ನು (ax+b) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ = $f(-\frac{b}{a})$ [$\because$ ax+b =0 ಅಂದರೆ $(x+\frac{b}{a})=0$]

A Project of www.eShale.org

ಅಪವರ್ತನ ಪ್ರಮೇಯ:

$f(-a) = 0$ ಆದಾಗ $(x+a)$ ಯು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $f(x)$ ನ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೆ:

$f(-a) = 0$ ಆಗಿರಲಿ.

ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ $f(x)$ ನ್ನು $(x+a)$ ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಶೇಷ = $f(-a)$. ಇದು 0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $(x+a)$ ಯು $f(x)$ ನ್ನು ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ $(x+a)$ ಯು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $f(x)$ ನ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುತ್ತದೆ

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ3: (x^3+2x^2-x+6) ನ್ನು $(x-3)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ $f(x) = x^3+2x^2-x+6$

ಭಾಜಕ = $x-3$

ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ ಭಾಜಕವು $(x+a)$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಶೇಷವು $f(-a)$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಭಾಜಕ $(x+a)$ ಆದರೆ , $f(-(-3) = f(3)$ ಶೇಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$f(x)$ ನಲ್ಲಿ x ನ ಬದಲಾಗಿ 3 ನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$f(3) = 27+ 18-3+6 = 48$ ಶೇಷ

A Project of www.eShale.org

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ4: $(4x^4+2x^3-3x^2+8x+5a)$ ಯ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನ $(x+2)$ ಆದರೆ, 'a' ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$(x+2)$ ಎಂಬುದು $f(x)$ ನ ಅಪವರ್ತನವಾದ್ದರಿಂದ ಶೇಷವು ಸೊನ್ನೆ. ಅಂದರೆ ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ ಶೇಷ = $f(-2)$

ಆದರೆ $f(-2) = 0$ (ದತ್ತ)

$f(-2) = 4*16+2*(-8)-3*4 -16+5a$
$= 64-16-12-16+5a = 20 +5a$
$f(-2) = 0$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $20+5a = 0$ ಅಂದರೆ $5a = -20$ ಅಂದರೆ $a= -4$

ತಾಳೆ:

$a= -4$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, -4 ನ್ನು $f(x)$ ನಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$f(x) = 4x^4+2x^3-3x^2+8x-20$
$f(-2) = 4*16+2(-8)-3*4 -16 -20 = 64-16-12-16-20 = 0$
$x+2$ ವು $4x^4+2x^3-3x^2+8x-20$ ನ ಅಪವರ್ತನ ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುತ್ತದೆ.

A Project of www.eShale.org

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ 5: $3x^3+7x$ ನ ಅಪವರ್ತನವು $7+3x$ ಆಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$f(x) = 3x^3+7x$

$f(x)$ ನ ಅಪವರ್ತನವು $7+3x$ ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ಅಪವರ್ತನ $3*(7/3+x)$ ಆಗಿರಲೇ ಬೇಕು.

($m \neq 0$, $n \neq 0$ ಮತ್ತು $y=mn$ ಹಾಗೂ y ಯು $f(x)$ ನ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದ್ದರೆ, m ಮತ್ತು n ಗಳೂ ಕೂಡ $f(x)$ ನ ಅಪವರ್ತನ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.)

$\therefore f(-\frac{7}{3}) = 3(-\frac{7}{3})^3 +7(-\frac{7}{3}) =$ -343/9 -49/3 $\neq 0$

$\therefore$ $7+3x$ ನೀಡಿದ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನವಲ್ಲ.

ಗಮನಿಸಿ: $3x^3+7x = x(3x^2+7)$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $7+3x$ ಅದರ ಅಪವರ್ತನವಲ್ಲ.

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ 6: ಸಮೀಕರಣ $x^2-2x=0$ ರ ಮೂಲಗಳು 0, 1, 2 ಆಗಿವೆಯೇ?

ಪರಿಹಾರ:

$f(x) = x^2-2x$ ಆಗಿರಲಿ.

$f(0) = 0^2-2*0 = 0,$
$f(1) = 1^2-2 = -1$
$f(2) = 2^2-2*2 = 0$

$\therefore$ 0 ಮತ್ತು 2 ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮೂಲಗಳು ಆದರೆ 1 ಅಲ್ಲ.

A Project of www.eShale.org

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ 7: $f(x) = x^2+5x+p$ ಮತ್ತು $q(x) = x^2+3x+q$ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(i) ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಕಂಡು ಹಿಡಿ.

(ii) $(p-q)^2 = 2(3p-5q)$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

(i)f(x) ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 2 ಮತ್ತು ಅದು ಅಪವರ್ತನ ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ, ಅಪವರ್ತನದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 1 ಆಗಿರಲೇ ಬೇಕು.

ಅಪವರ್ತನ x-k ಆಗಿರಲಿ

$\therefore f(k) = k^2+5k+p = 0$

x-k ಯು q(x) ನ ಅಪವರ್ತನ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$\therefore q(k) = k^2+3k+q = 0$

$\therefore k^2+5k+p = k^2+3k+q$: ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ

$\therefore k = \frac{1}{2}(q-p)$

ಆದುದರಿಂದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ $= x-k = x - \frac{1}{2}(q-p) = x + \frac{1}{2}(p-q)$

(ii)K ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು f(x) ನಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$\left(\frac{q-p}{2}\right)^2+5\left(\frac{q-p}{2}\right)+p = 0$$

$$\text{i.e. } \frac{(p-q)^2}{4}+5\left(\frac{q-p}{2}\right)+p = 0$$

$$\text{i.e. } (p-q)^2+10(q-p)+4p = 0$$

$$\text{i.e. } (p-q)^2 = 10p-10q-4p$$

$$= 6p-10q$$

$$= 2(3p-5q)$$

A Project of www.eShale.org

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ 8: $f(\frac{1}{3})$ ಮತ್ತು $f(\frac{3}{2})=0$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವಾಗ $6x^2-11x+3$ ನ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$f(x) = 6x^2-11x+3$

$(x-\frac{1}{3})$ ಮತ್ತು $(x-\frac{3}{2})$ ಗಳು $f(x)$ ನ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಎಂದು ನೀಡಿದೆ.

$(x-\frac{1}{3})*(x-\frac{3}{2})$

$= x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{3}{2}x + \frac{3}{6}$

$= x^2 - \frac{11}{6}x + \frac{3}{6}$

$= \frac{6x^2-11x+3}{6}$.

$\therefore$ $f(x) = 6x^2-11x+3=6(x-\frac{1}{3})*(x-\frac{3}{2})$ (ಎರಡೂ ಬದಿಯನ್ನು 6 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ)

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ 9: x^3+2x^2-5x-6 ನ ಅಪವರ್ತನ $(x+1)$ ಆಗಿದ್ದು ಉಳಿದ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಸೂಚನೆ:

$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$f(-1) = -1+2+5-6 = 0$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $f(x)$ ನ ಅಪವರ್ತನ $(x+1)$.

2.10 ರಲ್ಲಿ ಕಲಿತಂತೆ ದೀರ್ಘಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮದಂತೆ

$f(x) = (x+1)(x^2+x-6)$ ಆಗಿದೆ.

ಈಗ $(x^2+x-6)= (x^2+3x-2x-6)= x(x+3)-2(x+3) = (x+3)(x-2)$

$\therefore$ $f(x) = (x+1)(x-2)(x+3)$

A Project of www.eShale.org

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ 10: ಒಂದು ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು (x-1), (x+1) ಮತ್ತು (x-2) ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 2,4 ಮತ್ತು 4 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$f(x) = ax^2+bx+c$ ಆಗಿರಲಿ.

$f(1)=2$, $f(-1)=4$ ಮತ್ತು $f(2)=4$ ಎಂದು ನೀಡಿದೆ.

ಆದರೆ $f(1) = a+b+c$, $f(-1) = a-b+c$ ಮತ್ತು $f(2) = 4a+2b+c$

$\therefore$

$a+b+c = 2$

$a-b+c = 4$

$4a+2b+c = 4$

2.14.3 ರಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದಂತೆ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ

$a=1$, $b=-1$ ಮತ್ತು $c=2$

ಆದುದರಿಂದ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು x^2-x+2.

A Project of www.eShale.org

2.11 ಸಮಸ್ಯೆ 11: px^2+qx+6 ನ್ನು $(2x+1)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 1 ಮತ್ತು $2qx^2+6x+p$ ನ್ನು $(3x-1)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 2 ಉಳಿದರೆ, p ಮತ್ತು q ಕಂಡು ಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$f(x) = px^2+qx+6$ ಮತ್ತು $g(x) = 2qx^2+6x+p$ ಆಗಿರಲಿ.

$f(x)$ ನ್ನು $(2x+1)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ = 1. ಆದುದರಿಂದ $f(-\frac{1}{2}) = 1$

$\therefore \frac{p}{4}-\frac{q}{2}+6 = 1$

i.e. $p-2q = -20$ (ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ) ---→(1)

$g(x)$ ನ್ನು $(3x-1)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ = 2. ಆದುದರಿಂದ $g(\frac{1}{3}) = 2$

$\therefore 2\frac{q}{9}+\frac{6}{3}+p = 2$

i.e. $9p+2q = 0$ (ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ) ---→(2)

(1) ಮತ್ತು (2) ಬಿಡಿಸಿದಾಗ

$p = -2$ ಮತ್ತು $q = 9$

A Project of www.eShale.org

ಸಂಶ್ಲೇಷಿತ ಭಾಗಾಕಾರ :

ದೀರ್ಘಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಕ್ಕಿಂತ ಸುಲಭವಾಗಿ ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಲಿಯಬಹುದು. (2.10.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2 ನೋಡಿ).

$x^5 - 9x^2 + 12x - 14$ ನ್ನು $(x - 3)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

A Project of www.eShale.org

ಪರಿಹಾರ:ಭಾಜ್ಯ $x^5 - 9x^2 + 12x - 14$ ನ್ನು ಘಾತಾಂಕದ ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ ಅದು: $1x^5 + 0x^4 + 0x^3 - 9x^2 + 12x - 14$. ಇಲ್ಲಿ ಭಾಜಕ$(x - 3)$ ದ ಸ್ಥಿರಾಂಕ -3

- ಮೊದಲು 'ಭಾಜಕ' ದ ಕೆಳಗೆ ಭಾಜಕದ ಋಣ ಸ್ಥಿರಾಂಕವನ್ನು ಮೊದಲ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನ ಮೊದಲ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.(ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ 3) ಮೊದಲ ಸಾಲಿನ ಮುಂದಿನ ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಜ್ಯದ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು(1, 0, 0, -9, 12, -14) ಬರೆಯಿರಿ.
- ಭಾಜ್ಯದ ಮೊದಲ ಪದದ ಸಹಗುಣಕವನ್ನು 3 ನೇ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನ ಸರಿಹೊಂದುವ(ಮೊದಲ) ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ (ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ 1)
- 3 ನೇ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನ ಈ ಕಂಬಸಾಲಿನಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಭಾಜಕ(ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ 3) ಮತ್ತು ಈ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ (ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ 1) ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಿ, ಅದೇ 2 ನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಮುಂದಿನ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.(ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ 3 ನೇ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 3*1=3)
- 3 ನೇ ಕಂಬಸಾಲಿನ ಕೆಳಗಿರುವ 1 ನೇ ಮತ್ತು 2 ನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು 3 ನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ (ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ 0+3=3).
- ಈ ಕ್ರಮವನ್ನು ಕೊನೇ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಉತ್ತರ ಬರುವ ತನಕ ಮುಂದುವರಿಸಿ.
- 3 ನೇ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನ ಕೊನೇ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಶೇಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ
- 3 ನೇ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನ ಉಳಿದ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಸಹಗುಣಕಗಳು.

ಭಾಜಕ	ಭಾಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳು(2 ರಿಂದ)						
3	1	0	0	-9	12	-14	ಮೊದಲ ಅಡ್ಡ ಸಾಲು
	↓	3(=3*1)	9(= 3*3)	27(= 3*9)	54(= 3*18)	198(= 3*66)	2 ನೇ ಅಡ್ಡ ಸಾಲು
	1	3=(0+3)	9(= 0+9)	18(=-9+27)	66(=12+54)	184(=-14+198)	3 ನೇ ಅಡ್ಡ ಸಾಲು

ಭಾಗಲಬ್ಧವು $1x^4+3x^3+9x^2+18x+66$ ಆಗಿದ್ದು ಶೇಷವು 184, ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದೇ ಉತ್ತರ 2.10.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2 ರಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ದೊರಕಿತ್ತು.

A Project of www.eShare.org