

2.8 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ:

ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಕೆಲವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಲು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.
ಉದಾ:

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಅಪವರ್ತನಗಳು
1	$(p-q)^2 - 3(p-q)$	$(p-q)$ ಮತ್ತು $(p-q)-3$
2	$2x(a-4b) + 3y(a-4b)$	$(a-4b)$ ಮತ್ತು $(2x+3y)$
3	$m^2(pq+r) + mn(pq+r) + n^2(pq+r)$	$(pq+r)$ ಮತ್ತು (m^2+mn+n^2)

ಪಾಠ 2.5 ರಲ್ಲಿ px^2+mx+c ರೂಪದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದ್ದೇವೆ.

2.8.1 ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು / ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಪಯೋಗಿಸಿ ಅಪವರ್ತಿಸುವುದು:

ಪಾಠ 2.3 ರಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಸಮೀಕರಣ	ವಿಸ್ತರಣೆ	ಅಪವರ್ತನಗಳು
1	$(a+b)^2$	a^2+b^2+2ab	$(a+b)$ ಮತ್ತು $(a+b)$
2	$(a-b)^2$	a^2+b^2-2ab	$(a-b)$ ಮತ್ತು $(a-b)$
3	$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2	$(a+b)$ ಮತ್ತು $(a-b)$
4	$(x+a)(x+b)$	$x^2+x(a+b)+ab$	$(x+a)$ ಮತ್ತು $(x+b)$

2.8.1ಸಮಸ್ಯೆ 1 : ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಅಪವರ್ತಿಸಿ $9p^2+12pq +4q^2$

ಪರಿಹಾರ:

ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ $9p^2 +4q^2+12pq$ a^2+b^2+2ab ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ($a^2= 9p^2$, $b^2= 4q^2$, $2ab=12pq$)

$$9p^2 = 3p*3p = (3p)^2$$

$$4q^2 = 2q*2q = (2q)^2$$

$$12pq = 2*3p*2q$$

$$a=3p \text{ ಮತ್ತು } b=2q$$

ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು a^2+b^2+2ab ರೂಪದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ, ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳು: $(a+b)$ ಮತ್ತು $(a+b)$

\therefore ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು: $(3p+2q)$ ಮತ್ತು $(3p+2q)$

$$\therefore 9p^2+12pq +4q^2 = (3p+2q)(3p+2q) = (3p+2q)^2$$

ತಾಳೆ:

$$(3p+2q)(3p+2q)$$

$$= 3p(3p+2q) + 2q(3p+2q) \text{ (ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಗುಣಿಸಿರಿ.)}$$

$$= 9p^2 + 6pq + 6qp + 4q^2 \text{ (ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದಾಗ.)}$$

$$= 9p^2 + 12pq + 4q^2 \text{ (ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ)}$$

2.8.1 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಸೂಕ್ತ ಸಮೀಕರಣದ ಸಹಾಯದಿಂದ $36x^2-60x +25$ ಅಪವರ್ತಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ::

ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ: $36x^2 +25-60x$ a^2+b^2+2ab ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ($a^2= 36x^2$, $b^2= 25=5^2$ ಮತ್ತು $-2ab=-60x$)

ದತ್ತ $(6x)^2 + (5)^2 -2*6x*5$

\therefore ಇದು a^2+b^2-2ab ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. $a=6x$, $b=5$.

\therefore ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು: $(a-b)$, $(a-b)$.

$$= (6x-5) \text{ ಮತ್ತು } (6x-5).$$

$$\therefore 36x^2-60x +25 = (6x-5)(6x-5)$$

ತಾಳಿ:

$$(6x-5) (6x-5)$$

$$= 6x(6x-5) -5(6x-5) \text{ (ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು ಗುಣಿಸಿರಿ.)}$$

$$= 36x^2 -30x -30x +25 \text{ (ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದಾಗ)}$$

$$= 36x^2 -60x +25 \text{ (ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ)}$$

2.8.1 ಸಮಸ್ಯೆ 3 : ಸೂಕ್ತ ಸಮೀಕರಣ ಇಲ್ಲಿಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅಪವರ್ತಿಸಿ: $(x+2)^2+18(x+2) +81$.

ಪರಿಹಾರ:

ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು $a^2+2ab+b^2$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. $a^2= (x+2)^2$, $b^2= 81=9^2$, $2ab = 2(x+2)*9 =18(x+2)$

a^2+b^2+2ab ದ ಅಪವರ್ತನಗಳು: $(a+b)$ ಮತ್ತು $(a+b)$ {ಇಲ್ಲಿ $(a=x+2),b=9$ }

\therefore ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು: $(x+2+9) (x+2+9)$

$$=(x+11) \text{ ಮತ್ತು } (x+11)$$

$$\therefore (x+2)^2+18(x+2) +81 =(x+11) (x+11)$$

ತಾಳೆ:

$(x+11)$ ನ್ನು $(x+11)$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ, ತಾಳೆನೋಡಿ.

2.8.1 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ಸೂಕ್ತ ಸಮೀಕರಣ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅಪವರ್ತಿಸಿ: $\frac{p^4}{16} - \frac{q^2}{64}$

ಪರಿಹಾರ::

ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು $a^2 - b^2$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$$a^2 = \frac{p^4}{16} = \left(\frac{p^2}{4}\right)^2, \quad b^2 = \frac{q^2}{64} = \left(\frac{q}{8}\right)^2$$

$$a = \frac{p^2}{4}, \quad b = \frac{q}{8}.$$

ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು $a^2 - b^2$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ, ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳು: $(a+b)$ ಮತ್ತು $(a-b)$.

$$\text{ಇಲ್ಲಿ } (a = \frac{p^2}{4}, b = \frac{q}{8})$$

$$\therefore \text{ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು: } \left(\frac{p^2}{4} + \frac{q}{8}\right) \text{ ಮತ್ತು } \left(\frac{p^2}{4} - \frac{q}{8}\right).$$

$$\therefore \frac{p^4}{16} - \frac{q^2}{64} = \left(\frac{p^2}{4} + \frac{q}{8}\right) \left(\frac{p^2}{4} - \frac{q}{8}\right).$$

ತಾಳೆ:

$$\left(\frac{p^2}{4} + \frac{q}{8}\right) * \left(\frac{p^2}{4} - \frac{q}{8}\right)$$

$$= \frac{p^2}{4} \left(\frac{p^2}{4} - \frac{q}{8}\right) + \frac{q}{8} \left(\frac{p^2}{4} - \frac{q}{8}\right) \text{ (ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು ಗುಣಿಸಿರಿ.)}$$

$$= \left(\frac{p^2}{4}\right)^2 - \frac{p^2 q}{32} + \frac{qp^2}{32} - \left(\frac{q}{8}\right)^2 \text{ (ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದಾಗ.)}$$

$$= \frac{p^4}{16} - \frac{q^2}{64} \text{ (ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ)}$$

2.8.1 ಸಮಸ್ಯೆ 5: ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣದಿಂದ ಅಪವರ್ತಿಸಿ: $8(x+\frac{1}{x})^2-18(x-\frac{1}{x})^2$

ಪರಿಹಾರ::

8 ಮತ್ತು 18 ಇವೆರಡೂ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳಲ್ಲ.

ಆದರೆ $8 = 2 \cdot 4$, $18 = 2 \cdot 9$.

$$4=2^2 \quad 9=3^2$$

$$\therefore 8(x+\frac{1}{x})^2-18(x-\frac{1}{x})^2 = 2\{4(x+\frac{1}{x})^2-9(x-\frac{1}{x})^2\}.$$

ಈಗ $4(x+\frac{1}{x})^2-9(x-\frac{1}{x})^2$ ಇದು a^2-b^2 ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$$a^2= 4(x+\frac{1}{x})^2 = \{2(x+\frac{1}{x})\}^2$$

$$b^2=\{3(x-\frac{1}{x})\}^2$$

$$\text{ಈಗ } a=2(x+\frac{1}{x}) \text{ , } b=3(x-\frac{1}{x})$$

ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು a^2-b^2 ರೂಪದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ, ಅಪವರ್ತನಗಳು: $(a+b)$, $(a-b)$

$$\therefore \text{ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು: } \{2(x+\frac{1}{x}) + 3(x-\frac{1}{x})\} \text{ ಮತ್ತು } \{2(x+\frac{1}{x}) - 3(x-\frac{1}{x})\}$$

ಇಲ್ಲಿ 2 ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ.

$$\therefore \text{ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು: } 2, \{2(x+\frac{1}{x}) + 3(x-\frac{1}{x})\}, \{2(x+\frac{1}{x}) - 3(x-\frac{1}{x})\}$$

$$\therefore 8(x+\frac{1}{x})^2-18(x-\frac{1}{x})^2 = 2 \{2(x+\frac{1}{x}) + 3(x-\frac{1}{x})\} * \{2(x+\frac{1}{x}) - 3(x-\frac{1}{x})\}$$

ಅಭ್ಯಾಸ: ಗುಣಿಸಿ ತಾಳೆ ನೋಡಿ

2.8.1 ಸಮಸ್ಯೆ 6: ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 400. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 8 ಆದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು? ('ಲೀಲಾವತಿ' ಶ್ಲೋಕ 59)

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು x, y ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ

$$x^2 - y^2 = 400$$

$$x - y = 8 \quad (\because x = y + 8) \quad \text{-----(1)}$$

$$x^2 - y^2 = (x + y) * (x - y) \quad \{a^2 - b^2 = (a + b) * (a - b)\}$$
$$= (x + y) * 8 \quad (\because x - y = 8)$$

$$\therefore 400 = 8(x + y) \quad (\because x^2 - y^2 = 400)$$

$$\therefore (x + y) = 50 \quad (8 \text{ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ})$$

$$\therefore y + 8 + y = 50 \quad ((1) \text{ ರಂತೆ})$$

$$\therefore 2y = 42 \quad (\text{ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ})$$

$$\therefore y = 21$$

$$\therefore x = 29 \quad ((1) \text{ ರಂತೆ})$$

ಅಭ್ಯಾಸ:

$$29 - 21 = 8$$

$$29^2 - 21^2 = ??$$

A Project of www.eShale.org

2.8.2 ಮೂರು ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ:

$(x+a)(x+b) = x^2+x(a+b)+ab$ - ಈಗಾಗಲೇ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

ಈಗ ಮೂರು ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು: $(x+a)(x+b)(x+c)$ ಯ ಗುಣಲಬ್ಧ ನೋಡುವಾ.

$(x+a)(x+b)(x+c) = \{(x+a)(x+b)\}(x+c) = \{x^2+x(a+b)+ab\}(x+c)$
 $= x^2(x+c) + x(a+b)(x+c) + ab(x+c)$ ($\{x^2+x(a+b)+ab\}$ ರ ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು $(x+c)$ ಯ ಪ್ರತೀ ಪದದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದೆ.)

$= x^3 + x^2c + x(a+b)x + x(a+b)c + abx + abc$ ($x(a+b)$ ರ ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು $(x+c)$ ಯ

ಪ್ರತೀಪದದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದೆ.)

$= x^3 + x^2c + x^2(a+b) + x(a+b)c + abx + abc$ (ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ.)

$= x^3 + x^2(c+a+b) + xac + xbc + abx + abc$ (ವಿಸ್ತರಿಸಿ, ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ.)

$= x^3 + x^2(a+b+c) + x(ac+bc+ab) + abc$ (ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ.)

$= x^3 + x^2(a+b+c) + x(ab+bc+ca) + abc$ (ಪುನರ್ಜೋಡಣೆ.)

ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $b=a$, $c=a$ ಹಾಕಿದಾಗ

$(x+a)(x+a)(x+a) = x^3 + (a+a+a)x^2 + (a*a+a*a+a*a)x + a*a*a$

$= x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$

$= x^3 + 3ax(x+a) + a^3$

ಈಗ x ನ್ನು b ಯಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಿ.

$(a+b)^3 = b^3 + 3ab(a+b) + a^3$

'b' ಇರುವಲ್ಲಿ $(-b)$ ಯನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದರೆ,

$(a-b)^3 = a^3 + 3a(-b)(a-b) + (-b)^3$

$= a^3 - 3ab(a-b) - b^3$

2.8.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $1.05 \times 0.97 \times 0.98$ ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$1.05 = 1 + 0.05, 0.97 = 1 - 0.03, 0.98 = 1 - 0.02.$$

$\therefore x=1$ ಮತ್ತು $a=0.05$, $b=-0.03$ ಮತ್ತು $c= -0.02$ ಆಗಿರಲಿ

ದತ್ತಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು $(x+a)(x+b)(x+c)$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$
 ಸೂಕ್ತ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$1.05 \times 0.97 \times 0.98$$

$$= 1^3 + (0.05 - 0.03 - 0.02)1^2 + ((0.05)(-0.03) + (-0.03)(-0.02) + (-0.02)(0.05))1 + (0.05)(-0.03)(-0.02)$$

$$= 1 + 0 \times 1^2 + (-0.0015 + 0.0006 - 0.0010) \times 1 + 0.000030$$

$$= 1 - 0.0019 + 0.00003 = \mathbf{0.998130}$$

ತಾಳೆ:

ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತಾಳೆನೋಡಿ: $1.05 \times 0.97 \times 0.98 = 0.998130$.

2.8.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2 : ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ಉದ್ದ $(5x+2)$ ಸೆ.ಮೀ, ಅಗಲ $(5x-1)$ ಸೆ.ಮೀ., ಎತ್ತರ $(5x+3)$ ಸೆ.ಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

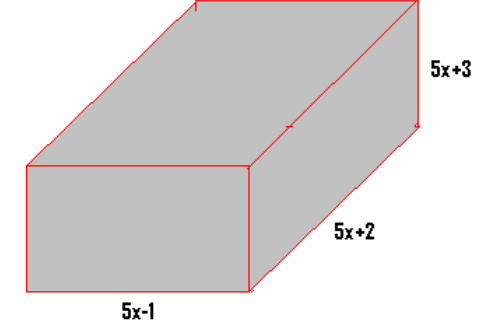
ಘನಾಕೃತಿಯ ಗಾತ್ರ = ಉದ್ದ * ಅಗಲ * ಎತ್ತರ.

ದತ್ತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಗಾತ್ರ = $(5x+2)(5x-1)(5x+3)$ ಘ.ಸೆ.ಮೀ.

ಇದು $(x+a)(x+b)(x+c)$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಇದರ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ

$x=5x$, $a=2$, $b=-1$, $c=3$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$\begin{aligned} (x+a)(x+b)(x+c) &= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc \\ &= (5x)^3 + (2-1+3)(5x)^2 + (-2-3+6)(5x) + 2*-1*3, \\ &= 125x^3 + 100x^2 + 5x - 6 \end{aligned}$$



ತಾಳೆ:

x ಗೆ ಒಂದು ಬೆಲೆ ($=2$) ಕೊಡುವಾ.

$x = 2$ ಆದಾಗ ಸೂತ್ರದಂತೆ,

$$\begin{aligned} 125x^3 + 100x^2 + 5x - 6 &= 125*8 + 100*4 + 5*2 - 6 \\ &= 1000 + 400 + 10 - 6 = 1404 \end{aligned}$$

$x = 2$ ಆದಾಗ

$$1.5x+2=5*2+2=12.$$

$$2.5x-1=5*2-1=9$$

$$3.5x+3=5*2+3=13$$

ಘನಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲ = ಉದ್ದ * ಅಗಲ * ಎತ್ತರ.

$$= 12*9*13 = 1404 \text{ ಘ.ಸೆ.ಮೀ.}$$

$$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

1. $(a+b+c)x^2$ ರಲ್ಲಿ x^2 ನ ಸಹಗುಣಕ $(a+b+c)$

2. $(ab+bc+ca)x$ ರಲ್ಲಿ x ನ ಸಹಗುಣಕ $(ab+bc+ca)$ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

2.8.2 ಸಮಸ್ಯೆ 3: $(3x-1)(3x-1)(3x+4)$ ರಲ್ಲಿ x^2 ಮತ್ತು x ನ ಸಹಗುಣಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಗುಣಲಬ್ಧವು $(x+a)(x+b)(x+c)$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. (ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ $x=3x$, $a=-1$, $b=-1$, $c=4$)

ಆದ್ದರಿಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು $(x+a)(x+b)(x+c)$ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

$$(3x-1)(3x-1)(3x+4)$$

$$= (3x)^3 + (a+b+c)(3x)^2 + (ab+bc+ca)(3x) + abc \text{ (ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ } x=3x \text{ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದೆ)}$$

$(a+b+c)(3x)^2$ ನಲ್ಲಿ x^2 ನ ಸಹಗುಣಕ $(a+b+c)*9$. a, b, c ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ, ಸಹಗುಣಕ

$$(a+b+c)*9 = (-1-1+4)*9 = 18$$

$(ab+bc+ca)(3x)$ ನಲ್ಲಿ x ನ ಸಹಗುಣಕ $3*(ab+bc+ca)$. a, b, c ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ, ಸಹಗುಣಕ

$$(ab+bc+ca)*3 = (1-4-4)*3 = -21$$

ತಾಳೆ:

$(3x-1)(3x-1)(3x+4)$ ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ತಾಳೆನೋಡಿ.

ನಾವು ಈ ಹಿಂದೆ ಕಲಿತ ಸೂತ್ರ:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$$

$$\therefore (a+b)^3 - 3ab(a+b) = a^3 + b^3 \text{ (ವರ್ಗಾಯಿಸಿದೆ.)}$$

ಅಂದರೆ

$$a^3 + b^3$$

$$= (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$= (a+b) \{ (a+b)^2 - 3ab \}$$

$$= (a+b) \{ a^2 + b^2 + 2ab - 3ab \} \text{ ((a+b)^2ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ.)}$$

$$= (a+b) (a^2 + b^2 - ab)$$

'b' ಗೆ ಬದಲಾಗಿ (-b)ಯನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$a^3 + (-b)^3 = (a-b) (a^2 + (-b)^2 - a*(-b))$$

$$= (a-b) (a^2 + b^2 + ab)$$

$$\text{ಆದರೆ, } a^3 + (-b)^3 = a^3 - b^3$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (a-b) (a^2 + b^2 + ab)$$

2.8.2 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ಅಪವರ್ತಿಸಿ: $0.027 p^3 + 0.008 q^3$

ಪರಿಹಾರ:

$$0.3 \times 0.3 \times 0.3 = 0.027, \quad 0.2 \times 0.2 \times 0.2 = 0.008$$

ದತ್ತ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯು $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$ ಸೂತ್ರದಂತಿದೆ.

$$a = 0.3p, \quad b = 0.2q$$

$$0.027 p^3 + 0.008 q^3$$

$$= (0.3p + 0.2q) \{ (0.3p)^2 + (0.2q)^2 - 0.3p \times 0.2q \}$$

$$= (0.3p + 0.2q) (0.09p^2 + 0.04q^2 - 0.06pq)$$

ತಾಳೆ: (p ಮತ್ತು q ಗಳ ಒಂದು ಬೆಲೆಗೆ)

$$p = 1, \quad q = 1, \quad \text{ಆಗಿರಲಿ.}$$

$$\text{ಆಗ, } (0.3p + 0.2q) (0.09p^2 + 0.04q^2 - 0.06pq)$$

$$= 0.5 \times (0.09 + 0.04 - 0.06) = 0.5 \times 0.07 = 0.035$$

ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ: $0.027 p^3 + 0.008 q^3$

$$= 0.027 + 0.008 = 0.035$$

ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಫಲಿತಾಂಶ ಒಂದೇ ಇರುವುದರಿಂದ, ನಮ್ಮ ಪರಿಹಾರ ಸರಿಯಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

2.8.2 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ಅಪವರ್ತಿಸಿ: $125 - \frac{1}{a^3b^3}$

ಪರಿಹಾರ:

$$125 = 5^3, \quad \frac{1}{a^3b^3} = \left(\frac{1}{ab}\right)^3$$

$$a^3 - b^3 \text{ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ } a=5, \quad b = \frac{1}{ab}$$

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$ ಉಪಯೋಗಿಸಿ, a ಮತ್ತು b ಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$125 - \frac{1}{a^3b^3}$$

$$= \left(5 - \frac{1}{ab}\right) \left(5^2 + \left(\frac{1}{ab}\right)^2 + 5 * \frac{1}{ab}\right)$$

$$= \left(5 - \frac{1}{ab}\right) \left(25 + \frac{1}{a^2b^2} + \frac{5}{ab}\right)$$

ತಾಳೆ: (a ಮತ್ತು b ಗಳ ಒಂದು ಬೆಲೆಗೆ)

a=1, b=2, ಆಗಿರಲಿ.

$$\left(5 - \frac{1}{ab}\right) \left(25 + \frac{1}{a^2b^2} + \frac{5}{ab}\right)$$

$$= \left(5 - \frac{1}{2}\right) \left(25 + \frac{1}{4} + \frac{5}{2}\right) = 124.875 \text{ (ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.)}$$

ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿ: $125 - \frac{1}{a^3b^3} = 125 - \frac{1}{8} = 124.875$ (ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.)

ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಫಲಿತಾಂಶ ಒಂದೇ ಇರುವುದರಿಂದ, ನಮ್ಮ ಪರಿಹಾರ ಸರಿಯಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಸೂತ್ರ	ವಿಸ್ತರಣೆ	ಅಪವರ್ತನಗಳು
1	$(a+b)^2$	a^2+b^2+2ab	$(a+b)$ ಮತ್ತು $(a+b)$
2	$(a-b)^2$	a^2+b^2-2ab	$(a-b)$ ಮತ್ತು $(a-b)$
3	$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2	$(a+b)$ ಮತ್ತು $(a-b)$
4	$(x+a)(x+b)$	$x^2+x(a+b)+ab$	$(x+a)$ ಮತ್ತು $(x+b)$
5	$(x+a)(x+b)(x+c)$	$x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$	$(x+a)$, $(x+b)$ ಮತ್ತು $(x+c)$
6	$(a+b)^3$	$a^3+b^3+3ab(a+b)$	$(a+b)$, $(a+b)$ ಮತ್ತು $(a+b)$
7	$(a-b)^3$	$a^3-b^3-3ab(a-b)$	$(a-b)$, $(a-b)$ ಮತ್ತು $(a-b)$
8	a^3+b^3	$(a+b)(a^2+b^2-ab)$	$(a+b)$ ಮತ್ತು (a^2+b^2-ab)
9	a^3-b^3	$(a-b)(a^2+b^2+ab)$	$(a-b)$ ಮತ್ತು (a^2+b^2+ab)