3.2 ಗಣಗಳು – ಭಾಗ 1 :

3.2 ಉದಾಹರಣೆ: 1

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ, ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನಾವು ಪಾಠ 1.1 ರಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.
ಅದನ್ನು ಗಣಗಳ ಸಂಕೇತದ ಮೂಲಕ ವ್ಯಕ್ತ ಪಡಿಸುವ.

N = {ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು },

W ={ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು }.

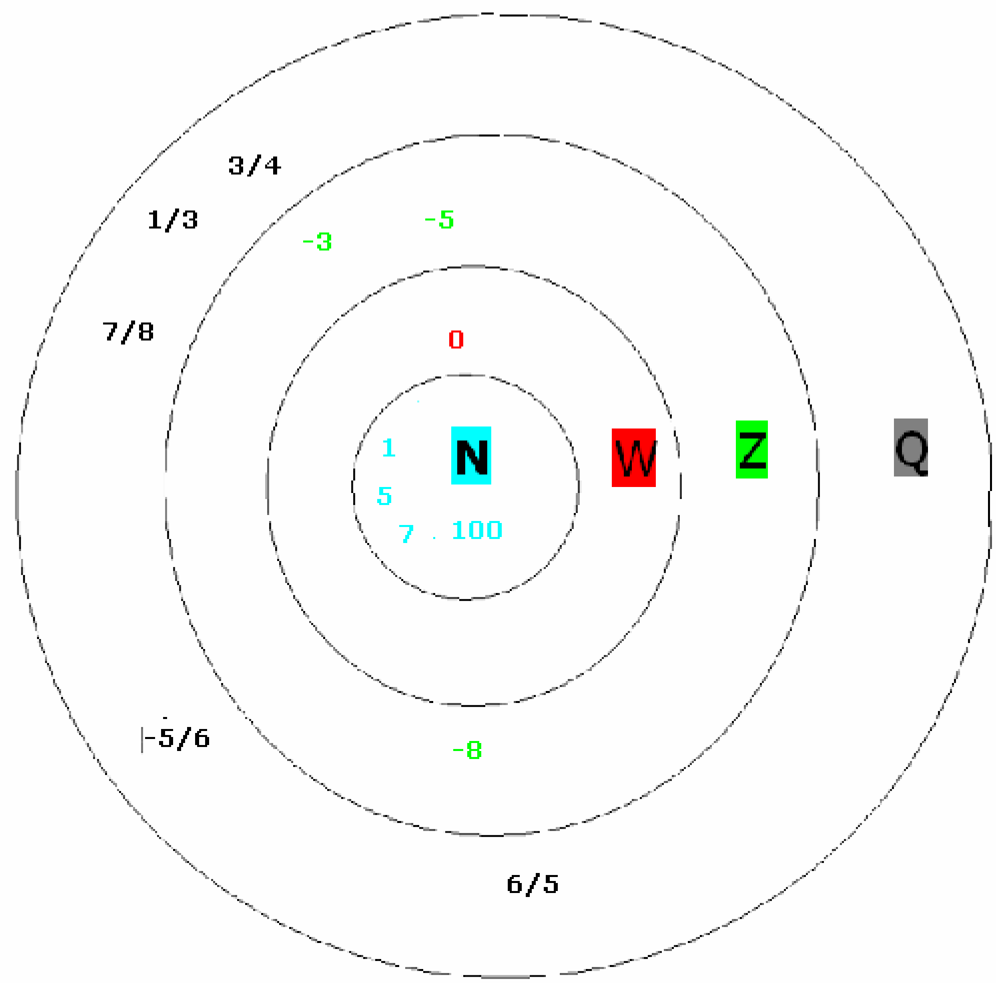
Z = {ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು }, ಮತ್ತು

Q = {ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು }

ಆದಾಗ,

N $\subset$ **W** $\subset$ **Z** $\subset$ **Q**

ಹಾಗೂ ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಅಪರಿಮಿತಗಣಗಳು.



3.2 ಉದಾಹರಣೆ:2 ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಗಣಗಳನ್ನು ನೋಡಿ:

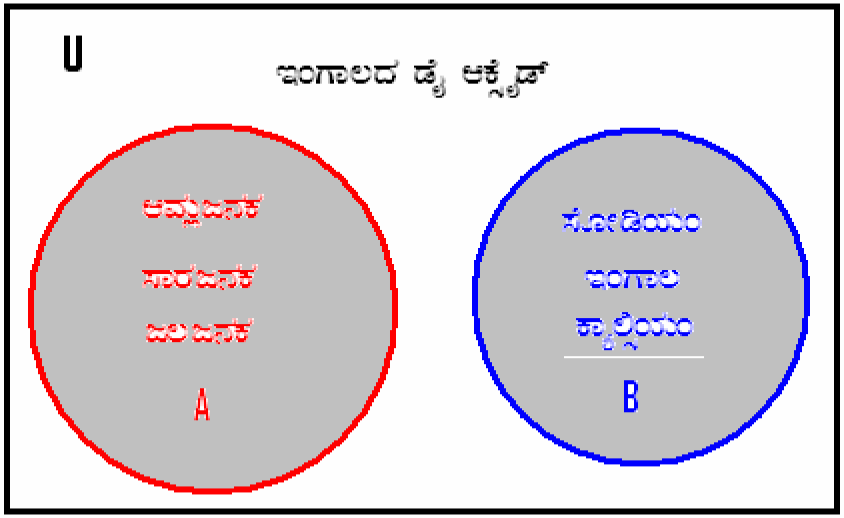
A = {ಆಮ್ಲಜನಕ, ಸಾರಜನಕ, ಜಲಜನಕ}

B = {ಸೋಡಿಯಂ, ಇಂಗಾಲ, ಕ್ಯಾಲ್ಷಿಯಂ }

U = {ಆಮ್ಲಜನಕ, ಸಾರಜನಕ, ಜಲಜನಕ, ಇಂಗಾಲದ ಡೈ ಆಕ್ಸೈಡ್), ಸೋಡಿಯಂ, ಇಂಗಾಲ, ಕ್ಯಾಲ್ಷಿಯಂ }

ಗಮನಿಸಿ:A ಮತ್ತು B ಗಳೆರಡೂ U ಗಣದ ಉಪಗಣಗಳು.

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ :



1. A ಮತ್ತು B ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎಲ್ಲಾ ಗಣಾಂಶಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಇರುವ ಗಣಾಂಶಗಳ ಗಣವೇ A ಮತ್ತು B ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗ. (A∪B) : A ಸಂಯೋಗ B. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ,

A∪B = {ಆಮ್ಲಜನಕ, ಸಾರಜನಕ, ಜಲಜನಕ, ಸೋಡಿಯಂ, ಇಂಗಾಲ, ಕ್ಯಾಲ್ಷಿಯಂ}.

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬೂದು ಬಣ್ಣದ ಭಾಗವು A∪B.

2. ಎರಡು ಗಣಗಳ '**ಛೇದನ ಗಣವು**' ಆ ಎರಡೂ ಗಣಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗಣಾಂಶಗಳಿಂದಾದ ಗಣವಾಗಿದೆ. ಛೇದನವನ್ನ (∪) ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. A∩B = A ಛೇದನ B. ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ, A ಮತ್ತು B ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗಣಾಂಶಗಳಿಲ್ಲ. ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗಣಾಂಶಗಳು ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು '**ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಇಲ್ಲದ ಗಣಗಳು**' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ A ಮತ್ತು B ಗಣಗಳು

'ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಇಲ್ಲದ ಗಣಗಳು' A∩B = { } = ϕ (ಶೂನ್ಯಗಣ)

U, A ಮತ್ತು B ಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಮೇಲ್ಕಂಡ ಚಿತ್ರವನ್ನು '**ವೆನ್‌ಚಿತ್ರ**' ಎನ್ನುವರು. ವಿಶ್ವಗಣವನ್ನು ಆಯತಾಕೃತಿಯಿಂದಲೂ, ಉಪಗಣಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರ ಅಥವಾ ದೀರ್ಘವೃತ್ತಾಕಾರ ದಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

3.2 ಉದಾಹರಣೆ: 3

ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 22 ಮಂದಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆಂದು ಎಣಿಸಿ. ಇವರಲ್ಲಿ 11 ಜನ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಟೀಮಿನ ಸದಸ್ಯರು. ಅಲ್ಲದೇ ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ 11 ಜನರ ಹಾಕಿ ತಂಡ ಕೂಡಾ ಇದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ.ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎರಡೂ ಟೀಮಿನಲ್ಲಿಯೂ ಇರದೇ ಇರುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಇದೆ. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ವೆನ್‌ಚಿತ್ರದಿಂದ ಎರಡೂ ತಂಡದಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು, ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಟೀಮಿನಲ್ಲಿ ಇರದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

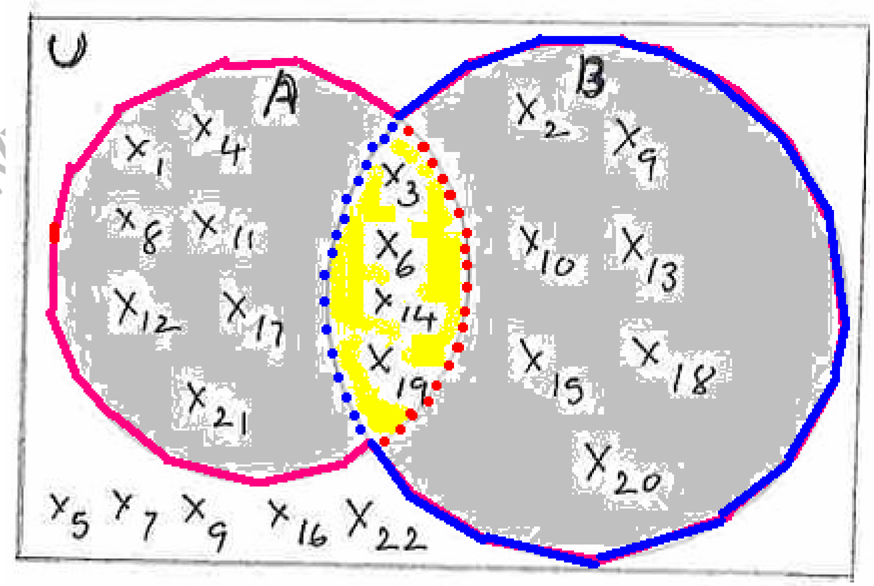
ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗಣ U ಆಗಿರಲಿ. $U = \{X_1, X_2, X_3 \ldots\ldots\ldots X_{22}\}$ A, ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಆಡುವವರ ಗಣ ಆಗಿರಲಿ. B, ಹಾಕಿ ಆಡುವವರ ಗಣ ಆಗಿರಲಿ.

$A = \{X_1, X_3, X_4, X_6, X_8, X_{11}, X_{12}, X_{14}, X_{17}, X_{19}, X_{21}\}$

$B = \{X_2, X_3, X_6, X_9, X_{10}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{18}, X_{19}, X_{20}\}$

ಎರಡೂ ಟೀಮಿನಲ್ಲಿರುವವರನ್ನ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ?ಯಾವುದೇ ಟೀಮಿನಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದಿರುವವರನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ?

ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ: $\{X_3, X_6, X_{14}, X_{19}\}$ ಈ ನಾಲ್ಕು ಆಟಗಾರರು ಎರಡೂ ಟೀಮಿನಲ್ಲಿದ್ದಾರೆ.



$A \cup B = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_6, X_8, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{17}, X_{18}, X_{19}, X_{20}, X_{21}\}$ ಇವರು ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಅಥವಾ ಹಾಕಿ ಟೀಮಿನಲ್ಲಿದ್ದರೆ. (ಬೂದಿ+ಹಳದಿ+ಬೂದಿ ಬಣ್ಣಗಳಿಂದ ಸುತ್ತುವರಿದ ಭಾಗ).

ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದ ಭಾಗವು ಎರಡೂ ಟೀಮಿನಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ($A \cap B$).

3.2 ಉದಾಹರಣೆ:4 A = { 2,4,6,8}, B = { 2,4,6} ϕ = { } ಆಗಿರಲಿ

ಗಮನಿಸಿ :

ಯಾವುದೇ ಗಣದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗಣಾಂಶವನ್ನು ಒಂದು ಸಾರಿ ಮಾತ್ರ ಬರೆಯಬೇಕು.

$A \cup A$ = {2,4,6,8} = A

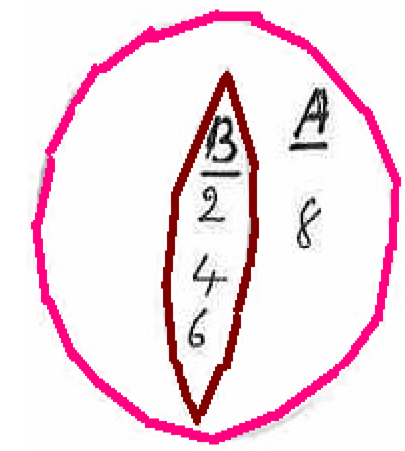
ϕ (ಶೂನ್ಯಗಣ) ಇದು ಯಾವುದೇ ಗಣದ ಉಪಗಣ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ,

$A \cup \phi$ ={ 2,4,6,8} = A

$B \subset A$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ,

$B \cup A$ = {2,4,6,8}= A.

$A \cap B$ = {2,4,6} = B.



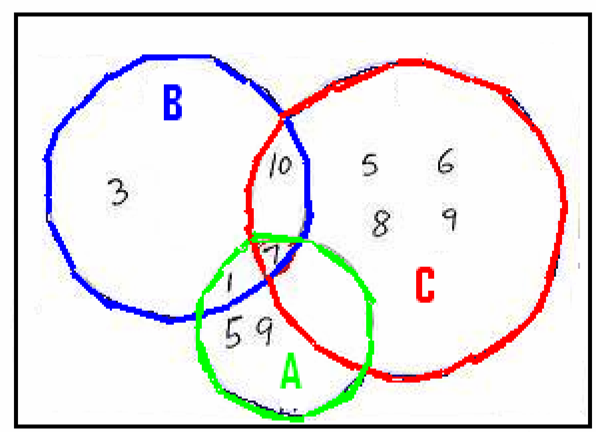
3.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: A = {1,5,7,9}, B={1,3,7,10}, C= {5,6,7,8,9,10}ಆದಾಗ, $A \cup B \cup C$ ಮತ್ತು $A \cap B \cap C$ ಯ ವೆನ್ ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

A ಗಣವನ್ನು ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದೆ.
B ಗಣವನ್ನು ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದೆ.
C ಗಣವನ್ನು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದೆ.

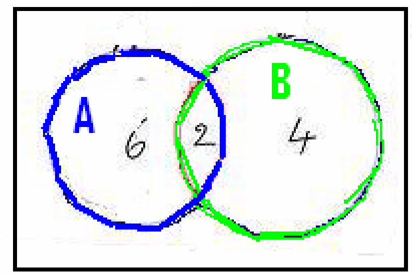
$(A \cup B) \cup C$ = ({1,3,5,7,9,10})$\cup${5,6,7,8,9,10}
= {1,3,5,6,7,8,910}

$(A \cap B) \cap C$ = ({ 1,7}$\cap${5,6,7,8,9,10} = {7}



3. 2 ಸಮಸ್ಯೆ 2 :A = {x: x^2-8x+12 =0}, B = {x: x^2-6x+8 =0} ಆದಾಗ A∪B ಮತ್ತು A∩B ಗಳನ್ನ ಕಂಡುಹಿಡುಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

x^2-8x+12 = (x-6)(x-2). x^2-8x+12 = 0 ಆದಾಗ, x=6 ಅಥವಾ x=2 x^2-6x+8 = (x-4)(x-2) x^2-6x+8 = 0 ಆದಾಗ, x=4 ಅಥವಾ x=2 A = {6,2) (ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತ) B= {4,2} (ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತ). A∪B = {6, 4, 2}, A∩B ={2}	

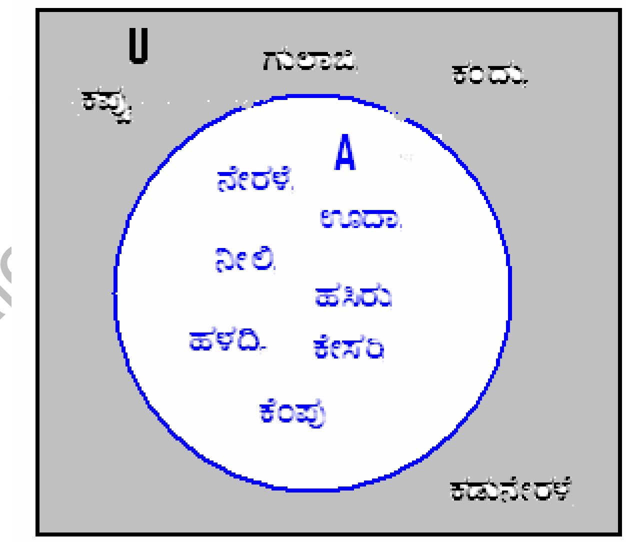
3.2 ಉದಾಹರಣೆ:5

U = {ಕಪ್ಪು, ಗುಲಾಬಿ, ಕಂದು, ಕಡುನೇರಳೆ, ನೇರಳೆ, ಊದಾ, ನೀಲಿ, ಹಸಿರು, ಹಳದಿ, ಕೇಸರಿ, ಕೆಂಪು }

A = { ನೇರಳೆ, ಊದಾ, ನೀಲಿ, ಹಸಿರು, ಹಳದಿ, ಕೇಸರಿ, ಕೆಂಪು}

ಈ ಮೇಲಿನ ಗಣಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ವೆನ್ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಬಹುದು.

ಈಗ ಗಣ:{ ಕಪ್ಪು, ಗುಲಾಬಿ, ಕಂದು, ಕಡುನೇರಳೆ} ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ಗಣದ ವಿಶೇಷತೆ ಏನು? ಈ ಗಣದ ಗಣಾಂಶಗಳು U ಗಣದಲ್ಲಿವೆ,ಆದರೆ A ಗಣದಲ್ಲಿಲ್ಲ.



ಈ ಗಣವನ್ನು A ಗಣದ 'ಪೂರಕಗಣ' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು A^1 ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

A^1 = { ಕಪ್ಪು, ಗುಲಾಬಿ, ಕಂದು, ಕಡುನೇರಳೆ}

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ: ಒಂದು ಗಣದ 'ಪೂರಕಗಣ' ಆ ಗಣದಲ್ಲಿಲ್ಲದ, ಆದರೆ ವಿಶ್ವಗಣದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಗಣಾಂಶಗಳ ಗಣವಾಗಿದೆ.

A ಗಣದ ಪೂರಕಗಣ = A^1.

$A^1 \subset U$ ಮತ್ತು $A \cup A^1 = U$. ಮತ್ತು $A \cap A^1 = \phi$ (A ಮತ್ತು A^1 ಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗಣಾಂಶಗಳಿಲ್ಲ.).

$(A^1)^1$ = {A^1 ನಲ್ಲಿ ಇರದೇ U ನಲ್ಲಿರುವ ಗಣಾಂಶಗಳು.}

= { ನೇರಳೆ, ಊದಾ, ನೀಲಿ, ಹಸಿರು, ಹಳದಿ, ಕೇಸರಿ, ಕೆಂಪು }= A

3.2: ಸಮಸ್ಯೆ 3 : U = {9 ಕ್ಕಿಂತ ಕೆಳಗಿನ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು}A = {9 ಕ್ಕಿಂತ ಕೆಳಗಿನ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು } B = {9 ಕ್ಕಿಂತ ಕೆಳಗಿನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು}ಆದರೆ, $A^1 \cup B^1$ ಮತ್ತು $A^1 \cap B^1$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

U = {1,2,3,4,5,6,7,8}

A = {2,4,6,8} (ಹಸರು ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತ)

B = {2,3,5,7} (ಕಂದು ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತ)

A^1= {1,3,5,7} (ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ಚತುರ್ಭುಜ)

B^1= { 1,4,6,8} (ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಚತುರ್ಭುಜ)

$A^1 \cup B^1$ ={1,3,4,5,6,7,8} ಮತ್ತು $A^1 \cap B^1$= {1}

ಈಗ, $(A \cup B)^1$. ಮತ್ತು $(A \cap B)^1$

ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾ.

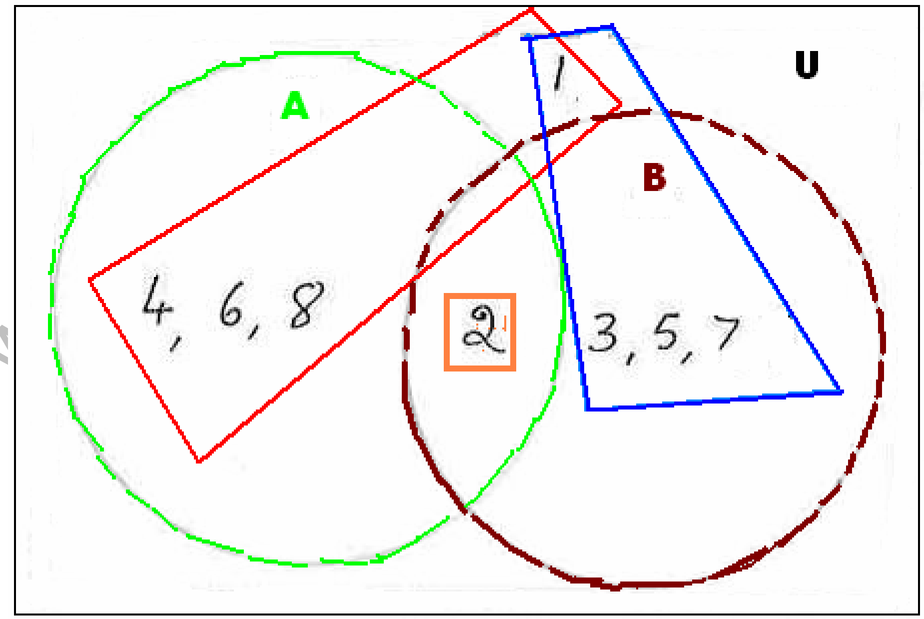
$A \cup B$= {2,3,4,5,6,7,8} $(A \cup B)^1$= {1}

$A \cap B$ = {2} (ಕೇಸರಿ ಬಣ್ಣದ ಚೌಕ)

$(A \cap B)^1$= { 1,3,4,5,6,7,8}

ಈಗ ನಮಗೆ ಏನು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ?

$(A \cup B)^1 = A^1 \cap B^1$ ಮತ್ತು $(A \cap B)^1 = A^1 \cup B^1$



ಎರಡು ಗಣಗಳು A, B ಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, B ಗಣಕ್ಕೆ ಸೇರಿಲ್ಲದ, A ಗಣದಲ್ಲಿನ ಗಣಾಂಶಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಉಂಟಾದ ಗಣವೇ A-B. (ಎರಡು ಗಣಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ)

3.2 ಸಮಸ್ಯೆ 5 : H = {36 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು} J = {1, ಮತ್ತು 36 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ 2 ರ ವರ್ಗಗಳು ಗುಣಕಗಳು}

H = { 1,4,9,16,25} (ಹಸರು ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತ)

J = {1,2,4,8,16,32} (ಕಂದು ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತ)

$H \cap J$ = {1,4,16} (ಕೇಸರಿ ಬಣ್ಣದ ಆಯತ)

H- J = {H ನಲ್ಲಿರುವ ಆದರೆ J ಯಲ್ಲಿಲ್ಲದ ಗಣಾಂಶಗಳು} = {9,25} (ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಆಯತ)

J - H = { J ಯಲ್ಲಿರುವ, ಆದರೆ H ನಲ್ಲಿಲ್ಲದ ಗಣಾಂಶಗಳು} ={2,8,32} (ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ಆಯತ)

ಗಮನಿಸಿ:

$H-J \neq J-H$

ಯಾವುದೇ ಗಣಗಳು U ಮತ್ತು A ಗಳಲ್ಲಿ,

$(\phi)^1=U$,$(U)^1= \phi$ ಮತ್ತು $A-A= \phi$