

## 3.5 ಮಾತೃಕೆಗಳ ವಿಧಗಳು:

ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳು:

1) ಒಂದು 'ವರ್ಗ ಮಾತೃಕೆ' ಯಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ವರ್ಗ ಮಾತೃಕೆಯ ಶ್ರೇಣಿ:  $(m \times m)$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \text{ ಶ್ರೇಣಿ : } 3 \times 3$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ ಶ್ರೇಣಿ : } 2 \times 2$$

ಮಾತೃಕೆ A ಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಅಂಶಗಳು  $\{1, 5, 9\}$   
(ಎಡ ಮೇಲ್ತುದಿಯಿಂದ ಬಲ ಕೆಳತುದಿಯವರೆಗೆ)

ಮಾತೃಕೆ B ಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಅಂಶಗಳು  $\{1, 4\}$   
(ಎಡ ಮೇಲ್ತುದಿಯಿಂದ ಬಲ ಕೆಳತುದಿಯವರೆಗೆ)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

ಮಾತೃಕೆ A  $3 \times 2$  ಮತ್ತು ಮಾತೃಕೆ B  $2 \times 3$  ಶ್ರೇಣಿಯ ಮಾತೃಕೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇವೆರಡೂ ವರ್ಗ ಮಾತೃಕೆಗಳಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳಿಲ್ಲ.

2) ಒಂದು ವರ್ಗ ಮಾತೃಕೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದೆಲ್ಲಾ ಅಂಶಗಳು ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿದ್ದರೆ

ಅದು 'ಕರ್ಣ ಮಾತೃಕೆ'. ವರ್ಗ ಮಾತೃಕೆ ಮಾತ್ರ ಕರ್ಣ ಮಾತೃಕೆ ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \text{ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳು: } \{2, 4, 6\}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} \text{ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳು: } \{3, 6\}$$

A ಮತ್ತು B ಮಾತೃಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದೆಲ್ಲಾ ಅಂಶಗಳು ಸೊನ್ನೆ.

3) ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಅಂಶಗಳೆಲ್ಲವೂ ಸಮವಾಗಿರುವ ಕರ್ಣಮಾತ್ಮಕೆಯು ಒಂದು 'ಪರಿಮಾಣ ಮಾತ್ಮಕೆ'.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳು: } \{2, 2, 2\}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \text{ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳು: } \{5, 5\}$$

4) ಒಂದು ಕರ್ಣಮಾತ್ಮಕೆಯ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಅಂಶವೂ 1 ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದು 'ಘಟಕ ಮಾತ್ಮಕೆ' ಅಥವಾ 'ಅನನ್ಯ ಮಾತ್ಮಕೆ'

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳು: } \{1, 1, 1\}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳು: } \{1, 1\}$$

5) ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ ಅಂಶಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗಮಾತ್ಮಕೆಯನ್ನು 'ಸಮಮಿತಿ ಮಾತ್ಮಕೆ' ಎನ್ನುವರು.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ -2 & 9 & 6 \\ -4 & 6 & 7 \end{pmatrix} \text{ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳು: } \{5, 9, 7\}$$

A ನ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಶಗಳು ಒಂದೇ:  $\{-2, -2\}, \{-4, -4\}, \{6, 6\}$

$$B = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 9 \end{pmatrix} \text{ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳು: } \{7, 9\}$$

B ನ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಶಗಳು ಒಂದೇ:  $\{-2, -2\}$ .

6) ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶ ಗಳೆಲ್ಲಾ ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿದ್ದು, ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುವ ಅಂಶಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದು, ಚಿಹ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು 'ವಿಷಮ ಸಮಮಿತಿ ಮಾತೃಕೆ' ಎನ್ನುವರು.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & -6 \\ -4 & 6 & 0 \end{pmatrix} \text{ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳು: } \{0,0,0\}$$

A ನ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಶಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದು ವಿರುದ್ಧ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ:  $\{-2,2\}, \{4,-4\}, \{-6,6\}$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣಾಂಶಗಳು: } \{0,0\}$$

B ನ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಶಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದು ವಿರುದ್ಧ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ:  $\{-2,2\}$ .

7) ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯು ಕೇವಲ ಒಂದು ಅಡ್ಡ ಸಾಲನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ. ಅದು 'ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮಾತೃಕೆ' ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮಾತೃಕೆಯ ಶ್ರೇಣಿ:  $(1 \times n)$ .

$$A = (1,2,3,4) \text{ ಶ್ರೇಣಿ: } 1 \times 4, B = (1 \ 2) \text{ ಶ್ರೇಣಿ: } 1 \times 2$$

8) ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯು ಕೇವಲ ಒಂದು ಕಂಬ ಸಾಲನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ. ಅದು 'ಕಂಬಸಾಲು ಮಾತೃಕೆ'. ಕಂಬಸಾಲು ಮಾತೃಕೆಯ ಶ್ರೇಣಿ:  $(m \times 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ ಶ್ರೇಣಿ: } 4 \times 1, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ ಶ್ರೇಣಿ: } 2 \times 1$$

9) ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಶಗಳೂ ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಅಂತಹ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು 'ಶೂನ್ಯ ಮಾತೃಕೆ' ಎನ್ನುವರು. (ಶೂನ್ಯ ಮಾತೃಕೆಯು ವರ್ಗ ಮಾತೃಕೆಯೂ ಆಗಿರಬಹುದು, ಆಯತ ಮಾತೃಕೆಯೂ ಆಗಿರಬಹುದು.) (ಆಯತ ಮಾತೃಕೆ  $\rightarrow$  ಅಡ್ಡಸಾಲು ಸಂಖ್ಯೆ  $\neq$  ಕಂಬಸಾಲು ಸಂಖ್ಯೆ)

$$A = \begin{pmatrix} 0000 \\ 0000 \\ 0000 \end{pmatrix} \text{ ಶ್ರೇಣಿ: } 3 \times 4, B = \begin{pmatrix} 000 \\ 000 \end{pmatrix} \text{ ಶ್ರೇಣಿ: } 2 \times 3, C = \begin{pmatrix} 00 \\ 00 \end{pmatrix} \text{ ಶ್ರೇಣಿ: } 2 \times 2$$

10) ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳು ಒಂದೇ ಶ್ರೇಣಿಯುಳ್ಳವುಗಳಾಗಿದ್ದು, ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಂಶವೂ ಎರಡನೇ ಮಾತೃಕೆಯ ಅನುರೂಪ ಅಂಶಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ಮಾತೃಕೆಗಳು 'ಸಮ'.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 9 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 9 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix} \text{ ಆಗ, } A=B$$

$$P = \begin{pmatrix} 123 \\ 456 \\ 789 \\ 246 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} abc \\ def \\ ghi \\ jkl \end{pmatrix} \text{ } P=Q \text{ ಆಗಬೇಕಾದರೆ } a=1, b=2, c=3, d=4, e=5, f=6, g=7, h=8, i=9, j=2, k=4, l=6.$$

11) ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯಲ್ಲಿನ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳನ್ನು ಕಂಬಸಾಲುಗಳನ್ನಾಗಿಯೂ, ಕಂಬಸಾಲುಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳನ್ನಾಗಿಯೂ ಬರೆದರೆ ದೊರೆಯುವ ಮಾತೃಕೆಯೇ ಮೊದಲಿನ ಮಾತೃಕೆಯ 'ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದ ಮಾತೃಕೆ'. A ಮಾತೃಕೆಯ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು  $A^1$  ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 9 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \text{ ಶ್ರೇಣಿ: } 4 \times 3$$

ಅಡ್ಡ ಸಾಲುಗಳು:  $\{2,4,6\}, \{8,9,1\}, \{3,5,7\}, \{2,4,6\}$ .

ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳು:  $\{2,8,3,2\}, \{4,9,5,4\}, \{6,1,7,6\}$

$$A^1 = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 & 2 \\ 4 & 9 & 5 & 4 \\ 6 & 1 & 7 & 6 \end{pmatrix} \text{ ಶ್ರೇಣಿ: } 3 \times 4$$

ಅಡ್ಡ ಸಾಲುಗಳು:  $\{2,8,3,2\}, \{4,9,5,4\}, \{6,1,7,6\}$ .

ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳು:  $\{2,4,6\}, \{8,9,1\}, \{3,5,7\}, \{2,4,6\}$

A Project of [www.Shale.org](http://www.Shale.org)