

5.3 ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಕ(ಸರಾಸರಿ), ಮಧ್ಯಾಂಕ(ಮಧ್ಯಮಬೆಲೆ), ಬಹುಲಕ(ರೂಢಿಬೆಲೆ) :

ನೀವು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ನಿಮ್ಮ ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಹೀಗೆ ಹೇಳುವುದನ್ನು ಕೇಳಿರಬಹುದು:

‘ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 8 ನೇ ತರಗತಿಯ 3 ವಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುತ್ತಿರುವ ಸರಾಸರಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು 45’.
ಹಾಗೆಂದರೇನು?

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಪ್ರತಿ ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿಯೂ ಹಲವು ವಿಭಾಗಗಳಿರುತ್ತವೆ.(ಉದಾ. 8 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 3 ವಿಭಾಗಗಳು: A, B ಮತ್ತು C). ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಈ ಮೂರೂ ವಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಿರುವಾಗ ಸರಾಸರಿ ಎಂದರೇನು?



Class A



Class B



Class C

5.3 ಉದಾಹರಣೆ 1: ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'A' ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ 47, 'B' ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ 42 ಮತ್ತು 'C' ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ 46 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಮೂರೂ ವಿಭಾಗಗಳ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ, $47+42+46 = 135$. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3 ರಿಂದ (ವಿಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ) ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, $\frac{135}{3} = 45$ ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ನಿಮ್ಮ ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಹೇಳುವ ಸರಾಸರಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಪ್ರತೀ ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಸರಾಸರಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ನಾವು ಸಂಖ್ಯಾ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ 47,42,46 ಗಳನ್ನು '**ಮೌಲ್ಯಗಳು**' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಸಂಖ್ಯೆ 3 (ವಿಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ) ನ್ನು '**ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ**' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರುವ ಮೌಲ್ಯಗಳಿರುವಾಗ ಸರಾಸರಿ ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ.

5.3 ಉದಾ 2: ನಿಮ್ಮ ಪೋಷಕರು, ನೀವು ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕ 68 ಎಂದು ಹೇಳಿದ್ದನ್ನು ಕೇಳಿರಬಹುದು. ನಿಮಗೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ತುಂಬಾ ವಿಷಯಗಳಿದ್ದು, ಪ್ರತಿ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೆನಪಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುವುದು ಕಷ್ಟ. ಆದರೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ, ಅದನ್ನು ನೆನಪಿಡುವುದು ಸುಲಭ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಸರಾಸರಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ನೀವು ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು ಹೀಗಿವೆ: ಇಂಗ್ಲಿಷ್: 60, ಕನ್ನಡ: 65, ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ: 65, ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಜ್ಞಾನ: 70, ಗಣಿತ: 80. ಈ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿದರೆ 340 ಬರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು 5(ವಿಷಯ) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ 68. ಇದು ನೀವು ಗಳಿಸಿದ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕ. ಇಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಿ: ಸರಾಸರಿಯು ನಿಮ್ಮ ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕವನ್ನಾಗಲೀ (ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ್ದು), ಕನಿಷ್ಠ ಅಂಕವನ್ನಾಗಲೀ(ಇಂಗ್ಲಿಷ್) ಸೂಚಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಗಮನಿಸಿ:

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಂತೆ, ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿಯು ಸರಿಯಾದ ಅಧ್ಯಯನಕ್ಕೆ ತೊಡಕಾಗಲೂ ಬಹುದು. ಆದರೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ, ಈ ಸರಾಸರಿಯು ಉಪಯುಕ್ತ. (ಉದಾ: ಒಂದು ಸ್ಥಳದ ಸರಾಸರಿ ಮಳೆ, ಒಂದು ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರ ಇತ್ಯಾದಿ.)

5.3 ಉದಾ 3: ನಿಮ್ಮ ನೆಚ್ಚಿನ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಆಟಗಾರ ಕೆಲವು ಒಂದು ದಿನದ ಪಂದ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ರನ್ನುಗಳು ಹೀಗಿವೆ: 27,45,40,18,80,55, 47,105,46, 40,47. ಹಾಗಾದರೆ ಅವನು ಗಳಿಸಿದ ಸರಾಸರಿ ರನ್ನುಗಳೆಷ್ಟು?

ರೀತಿ:

ರನ್ನುಗಳ ಮೊತ್ತ = $27+45+40+18+80+55+ 47+105+46+40+47 =550$, ಪಂದ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 11

ಸರಾಸರಿ ರನ್ನುಗಳು = $\frac{550}{11} = 50$

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ: ಸರಾಸರಿ (ಮಧ್ಯಕ) = ಮೌಲ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತ ÷ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
 $x_1, x_2, x_3, x_4 \dots x_n$ ಇವು ಮೌಲ್ಯಗಳಾಗಿರಲಿ ('n' ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ)

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots x_n}{n}$$

ಸರಾಸರಿ = (\sum ಮೌಲ್ಯಗಳು) ÷ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಸಂಕೇತ \sum ಇದನ್ನು ಓದುವುದು 'ಸಿಗ್ಮಾ'. ಇದನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಸೂಚಿಸಲು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ.

ಈಗ ನಾವು ಸಂಖ್ಯಾ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವಾ.

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಹಾಗೆ ಬರೆದಾಗ ರನ್ನುಗಳು: 18,27,40,40,45, **46**,47,47,55,80,105.

ಈ ರೀತಿ ಬರೆದಾಗ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ (11ರಲ್ಲಿ 6 ನೇ ಯದು) **46**. ಇದನ್ನು 'ಮಧ್ಯಾಂಕ' ಅಥವಾ 'ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ' ಎನ್ನುವರು.

ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಏರಿಕೆಯ (ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆಯ) ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ, ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ದತ್ತಾಂಶಗಳ 'ಮಧ್ಯಾಂಕ' ವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಗಮನಿಸಿ: ಮೇಲಿನ ಆಟಗಾರನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಅವನ ಸರಾಸರಿ ರನ್ನುಗಳು (50) ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕ (46) ಇವೆರಡೂ ಹತ್ತಿರವಾಗಿವೆ.

ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಆಟಗಾರನ ರನ್ನುಗಳಲ್ಲಿ (18,27,40,40,45,46,47,47,55,80,105), ಹೆಚ್ಚು ಸಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಅವನು 2 ಸಾರಿ 40 ರನ್ನು ಮತ್ತು 47 ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದಾನೆ. ಇವುಗಳನ್ನು 'ಬಹುಲಕ (ರೂಢಿಬೆಲೆ)' ಎನ್ನುವರು. ಯಾವುದೇ ದತ್ತ ಮೌಲ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು 'ಬಹುಲಕ' ಅಥವಾ 'ರೂಢಿಬೆಲೆ' ಎನ್ನುವರು.

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಪಂದ್ಯಗಳ (ಮೌಲ್ಯಗಳ) ಸಂಖ್ಯೆ 11. 11 ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ್ದರಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು ಸುಲಭ. ಆದರೆ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸರಾಸರಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

5.3 ಉದಾ 4: ನಿಮ್ಮ ಊರಿನಲ್ಲಿ 10 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ದಾಖಲಾದ ತಾಪಮಾನಗಳು ಹೀಗಿವೆ:

25° C, 30° C, 31° C, 34° C, 32° C, 31° C, 30° C, 28° C, 30° C, 31° C.

ರೀತಿ:

ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವಾ.

25°C, 28°C, 30° C, 30° C, 30° C, 31° C, 31° C, 31° C, 32° C, 34° C.

ಈ ವಿವರಗಳನ್ನು ಒಂದು ತಃಖ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವಾ.

ಮೌಲ್ಯಗಳು (x)	ಆವೃತ್ತಿ (f)	fx = x * f
25°C	1	25
28°C	1	28
30°C	3	90
31°C	3	93
32°C	1	32
34°C	1	34
ಮೊತ್ತ (Σ)	10	302

ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ (ಮೌಲ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ) ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸೂತ್ರದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು:

$$\text{ಸರಾಸರಿ (ಮಧ್ಯಕ)} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{302}{10} = 30.2^\circ\text{C}$$

ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ = $\frac{(30+31)}{2} = 30.5^\circ\text{C}$ (ಮೌಲ್ಯಗಳು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ 5 ಮತ್ತು 6 ನೇ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸರಾಸರಿ)

30°C ಮತ್ತು 31°C ಇವೆರಡೂ 3 ಸಾರಿ ಬಂದುದರಿಂದ ಬಹುಲಕ (ರೂಢಿಬೆಲೆ) 30°C ಮತ್ತು 31°C

ಗಮನಿಸಿ:

ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ (30.2°C), ಮಧ್ಯಾಂಕ (30.5°C) ಮತ್ತು ಬಹುಲಕ (30°C, 31°C). ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿಲ್ಲ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಹೆಚ್ಚು ಮೌಲ್ಯಗಳಿರುವಾಗ, ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ಬಹುಲಕ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಹತ್ತಿರವಿರುತ್ತವೆ.

5.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1: 9 ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸರಾಸರಿ ಲೆಕ್ಕಿಸಿದಾಗ 35 ಬಂತು. ಆದರೆ ನಂತರ ಪರಿಶೀಲಿಸಿದಾಗ, ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಓದುವಾಗ 81 ರ ಬದಲು 18 ಎಂದು ಓದಿದ್ದು ಗಮನಕ್ಕೆ ಬಂತು. ಹಾಗಾದರೆ ಸರಿಯಾದ ಸರಾಸರಿ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$9 \text{ ಅಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ} = 35$$

$$\therefore 9 \text{ ಅಂಶಗಳ ಮೊತ್ತ} = 35 \times 9 = 315$$

81 ರ ಬದಲು 18 ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದೆ

$$9 \text{ ಅಂಶಗಳ ನಿಜವಾದ ಮತ್ತು ಸರಿಯಾದ ಸರಾಸರಿ ಮೊತ್ತ} = 315 - 18 + 81 = 378$$

$$\therefore \text{ಸರಿಯಾದ ಸರಾಸರಿ} = \frac{378}{9} = 42$$