

6.10 ಘನಾಕೃತಿಗಳು:

6.10.1 ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಲಕ್ಷಣಗಳು

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ನಾವು ಬಿಂದು, ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಅಳತೆಯ ಸರಳರೇಖೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ(ಆಯತ, ಚೌಕ, ಚತುಭುಜ,...), ವೃತ್ತ, ಇವುಗಳ ರಚನೆ ಮತ್ತು ಗುಣ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

ನಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ಎದುರಾಗುವ ಕೆಳಗೆ ಕಾಣಿಸಿರುವ ಸಂಖಾಲುಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವಿದೆಯಾ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುತ್ತೇವೆ.

1. ಒಂದು ನೀರಿನ ಟ್ಯಾಂಕ್‌ನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ನೀರು ಹಿಡಿದಿದೆಬಹುದು?
2. ಮನೆ ಕಟ್ಟಲು ಎಷ್ಟು ಇಟ್ಟಿಗೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

ಇವುಗಳಿಗೆಲ್ಲ ಗಾತ್ರ ಇದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು.

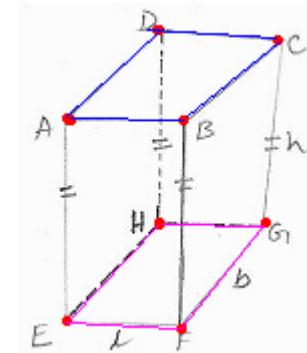
ಆಯತಘನ, ಘನ, ಸಿಲಿಂಡರ್, ಶಂಕು, ಗೋಲ್ ಇತ್ಯಾದಿಗಳೆಲ್ಲ ಘನಾಕೃತಿಗಳು.

ನಂ.	ಸಮತಲಾಕೃತಿ(ಎರಡು ಸಮತಲಗಳು)	ಫೋನಾಕೃತಿ(ಮೂರು ಸಮತಲ)
1	ಇವುಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮಾತ್ರ ಇದೆ.	ಇವುಗಳು ಸ್ಥಳವನ್ನು ಆಕ್ರಮಿಸುವುದರಿಂದ ಗಾತ್ರವು ಇದೆ.
2	ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲ ಎಂಬ ಎರಡು ಅಳತೆಗಳಿವೆ	ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ ಇವೆ.
3	ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ಸರಳ ರೇಖಾಸ್ಥಳವಲ್ಲದ 3 ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.	ಇವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ 4 ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ರಚಿಸಬಹುದು.

ಆಯತ ಫಾನಗಳ ಲಕ್ಷಣಗಳು:

1. ಇವುಗಳಿಗೆ 8 ಶೃಂಗಗಳಿವೆ. (**A,B,C,D,E,F,G,H**)
2. ಇವುಗಳಿಗೆ ಆರು ಮುಖಿಗಳಿವೆ. {ಪಾದ (**EFGH**), ಮೇಲ್ಭಾಗ (**ABCD**) ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಪಾಶ್ಚಮುಖಿಗಳು (**ABFE,BCGF,DCGH,ADHE**)}
3. ಎಲ್ಲಾ ಮುಖಿಗಳು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿವೆ.
4. ಹನ್ನರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾಗಿದೆ.(ಅಂಚುಗಳು)
5. ನಾಲ್ಕು ಲಂಬ ಮುಖಿಗಳನ್ನು '**ಪಾಶ್ಚಮೇಲ್ತೆ**' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
(**ABFE,BCGF,DCGH,ADHE**)
6. ಉಳಿದ ಎರಡು ಮುಖಿಗಳನ್ನು ಪಾದ (**EFGH**) ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಭಾಗ (**ABCD**) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಆಯತ ಫಾನದ ಪಾಶ್ಚ ಮೇಲ್ತೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ABFE ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + BCGF ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + DCGH ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ADHE ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
 $= lh + bh + lh + bh = 2h(l+b)$



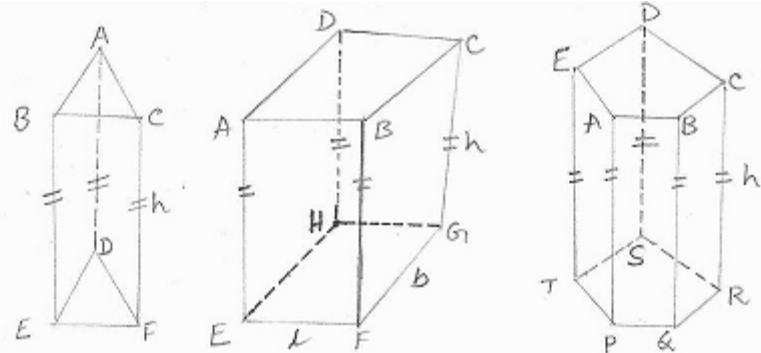
ನೀವು ಈಗಾಗಲೇ ಕೆಲವು ಮನೆಗಳು, ಕೆಳೆರಿ ಕಟ್ಟಡಗಳು, ಸ್ಕೂಲ್‌ರಕ್ಗಳು, ಇನ್ನಿತರ ಕೆಲವು ಕಟ್ಟಡಗಳನ್ನು ಚತುಭುಜಾಕೃತಿ ಅಲ್ಲದ ಬೇರೆ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟಿರುವುದನ್ನು ನೋಡಿರಬಹುದು. ಯಾವುದೇ ಕಟ್ಟಡ ರಚನೆಗೆ, ಬಣ್ಣ ಹಾಕಲು, ಇನ್ನಿತರ ಸಲಕರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಬೇಕು. ಹಾಗಾದರೆ ಮೇಲಿನ ಕಟ್ಟಡಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೇಗೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ? ಅಲ್ಲದ ಕೆಲವು ನೀರಿನ ಟ್ಯಾಂಕುಗಳು ಆಯತ ಫಾನವಲ್ಲದ ಬೇರೆ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವುದು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಿ. ಇವುಗಳ ಸಾಮಧ್ಯ ತಿಳಿಯಲು ಇವುಗಳ ಗಾತ್ರ ಬೇಕು. ಈಗ ನಾವು ಈ ರೀತಿಯ ಕೆಲವು ಆಕೃತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿವರವಾಗಿ ತಿಳಿಯುವಾ.

ಒಂದು ಆಯತ ಫನದ ಪಾದ ಆಯತಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ನಾವೀಗ ಇತರ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ (ಶ್ರೀಭೂಜ, ಪಂಚಭೂಜ, ಷಟ್ಪುಜ) ಪಾದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಫನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ನೋಡುವಾ. ಇಂಥಹ ಫನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ‘ಪಟ್ಟಕ’ ಎನ್ನುವರು.

ಪಟ್ಟಕವು ಒಂದು ಫನಾಕೃತಿಯಾಗಿದ್ದು,
ಆಯತಾಕಾರದ ಪಾಶ್ಚಯಮ್ಮೆ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ
ಪರಸ್ಪರ ಸರ್ವಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರವಾದ
ಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ಪಾದ ಮತ್ತು ಮೇಲಾಂಗದಲ್ಲಿ
ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಪಟ್ಟಕದ ಲಕ್ಷಣಗಳು:

1. ಎಲ್ಲಾ ಪಾಶ್ಚಯ ಮೇಲೆ ಗಳು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿವೆ.
2. ಪಾದ ಮತ್ತು ಮೇಲಾಂಗ ಎರಡೂ ಒಂದೇ ಆಕಾರ ಮತ್ತು ಅಳತೆಯಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

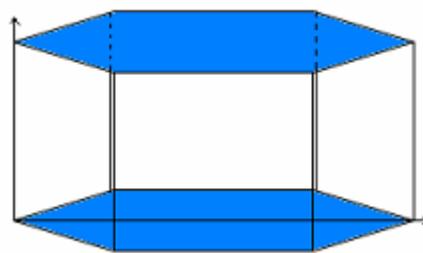
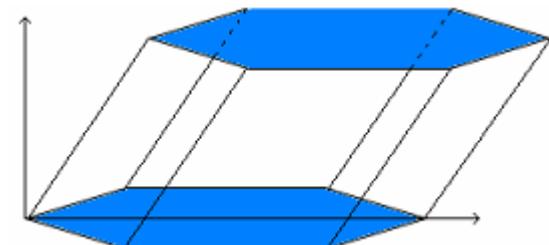


ಪಾಶ್ಚಯಮ್ಮೆಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ‘ಪಾಶ್ಚಯ ಅಂಚು’ ಎನ್ನುವರು.

ಪಾದದ ಆಕಾರದ ರೀತ್ಯಾ ಶ್ರೀಭೂಜ ಪಟ್ಟಕ, ಆಯತ ಪಟ್ಟಕ, ವರ್ಗಪಾದ ಪಟ್ಟಕ, ಪಂಚಭೂಜ ಪಾದ ಪಟ್ಟಕ, ಷಟ್ಪುಜ ಪಾದ ಪಟ್ಟಕ ಇತ್ಯಾದಿ ಇವೆ.

ಪಟ್ಟಕದ ಪಾಶ್ಚಮೇಲೆಯು ಪಾದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಪಾಶ್ಚಮೇಲೆಯು ಪಾದದೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿರುವ ಕೋನಕ್ಕನ್ನುಗುಣವಾಗಿ ಪಟ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಧಗಳಿವೆ.

ಸಂ.	ನೇರ ಪಟ್ಟಕ	ನೇರ ಪಟ್ಟಕ	ಒರೆ ಪಟ್ಟಕ	ಒರೆ ಪಟ್ಟಕ
1		ಪಟ್ಟಕದ ಪಾಶ್ಚಮೇಗಳು ಪಾದದ ಸಮತಲಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿವೆ.	ಪಾಶ್ಚ ಅಂಚು ಪಾದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿಲ್ಲ.	
2		ಪಾಶ್ಚಮೇಲೆಗಳು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿವೆ.	ಪಾಶ್ಚಮೇಲೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜಗಳು	
3		ಪಾಶ್ಚದ ಅಂಚು ಪಟ್ಟಕದ ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ.	ಪಾಶ್ಚದ ಅಂಚು ಪಟ್ಟಕದ ಎತ್ತರವಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ ಅದು ಪಾದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿಲ್ಲ.	

6.10.2 ಪಟ್ಟಕಗಳ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ABCDEF ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಪಾದ ಪಟ್ಟಕವಾಗಿದ್ದು, ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:-

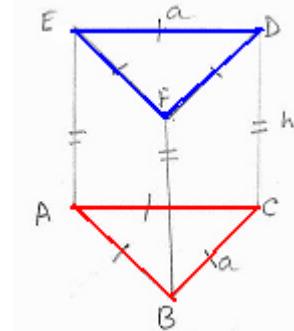
1. ಪಾದ ABC ಮತ್ತು ಮೇಲಾಗು DEF ಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದ್ದು ಪ್ರತೀಭಾಹು 'a' ಆಗಿದೆ.

2. $\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle DEF$ ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಮತ್ತು ಸರ್ವಸಮ.

3. ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಅಂಚುಗಳು AE, BF ಮತ್ತು CD ಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಸಮಾದ ಎತ್ತರ 'h' ಹೊಂದಿದೆ.

4. ಮೂರು ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಮೇಲೆ ಗಳು: $ABFE, BCDF$ ಮತ್ತು $ACDE$.

ಪ್ರತೀ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಮೇಲೆ ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $a * h = ah$



ಈ ಪಟ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಮೇಲೆಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಮೇಲೆಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $3ah$.

ಪಟ್ಟಕದ ಪೂರ್ಣಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಮೇಲಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಮೇಲೆಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $2 * (\text{ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}) + 3ah$ ($\because \text{ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \text{ಮೇಲಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$)

ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ = $3a$ (ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ 3 ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ).

ಪೂರ್ಣಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $2 * \text{ಪಟ್ಟಕದ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + (\text{ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ}) * \text{ಎತ್ತರ} = 2B + Ph$

ಇಲ್ಲಿ B = ಪಟ್ಟಕದ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, P = ಪಟ್ಟಕದ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ

ಮೇಲೆ ಕಾಣಿಸಿದ ಪೂರ್ಣಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವು ಎಲ್ಲಾ ನೇರ ಪಟ್ಟಕಕ್ಕೂ (ಎಷ್ಟೇ ಅಂಚು/ಭುಜಗಳಿರಲಿ) ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ.

6.10.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಒಂದು ನೇರ ಪಟ್ಟಕದ ಪಾಶ್ಚಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 143 ಚ. ಸೆಂ.ಮಿ. ಇದ್ದು, ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ (P) ಯು 13 ಸೆಂ.ಮಿ. ಇದ್ದರೆ, ಪಟ್ಟಕದ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಪಾಶ್ಚಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರ = Ph

$$\therefore 143 = 13h$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ } h = 11 \text{ ಸೆಂ.ಮಿ.}$$

6.10.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಒಂದು ವರ್ಗಪಾದ ಪಟ್ಟಕದ ಅಂಚು 2 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 12 ಸೆ.ಮಿ. ಆಗಿದೆ. ಪಟ್ಟಕದ ಮುಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೆಳಗಿನವರೆಗೂ 1 ಸೆ.ಮಿ ಬದಿಯಿಂದ ಸಮಬಾಹು ಶ್ರಿಭೂಜ ಪಾದ ಪಟ್ಟಕದ ಆಕಾರದ ಒಂದು ರಂಧ್ರವಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಘನ ಭಾಗದ ಪೂರ್ಣಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿ (ಬಣ್ಣಹಚ್ಚುವ ಹೊರಭಾಗ)

ಪರಿಹಾರ:

ವಿಧಾನ:

ಮೊದಲು ನಾವೀಗ ರಂಧ್ರವಿಲ್ಲದಾಗ ಪಟ್ಟಕ ಪೂರ್ಣಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಿಂದ ರಂಧ್ರದ ಮೇಲಾಗದ ಮತ್ತು ಕೆಳಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಳೆದಾಗ. ಘನಭಾಗದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಪಟ್ಟಕವು ವರ್ಗಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ಬದಿಯ ಉದ್ದ = 2ಸೆ.ಮಿ., ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $2 \times 2 = 4$ ಚ. ಸೆ.ಮಿ.,
ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ = $2 \times 4 = 8$ ಸೆ.ಮಿ.

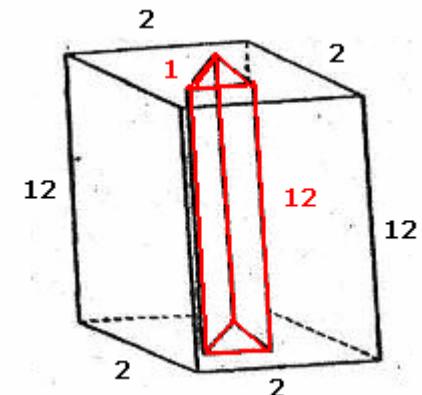
ಪಟ್ಟಕದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ(ರಂಧ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸದೆ)

$$= 2B + Ph = 8 + 96 = 104 \text{ ಚ.ಸೆ.ಮಿ.}$$

ರಂಧ್ರವು ಸಮಬಾಹು ಶ್ರಿಭೂಜಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ.

$$\text{ರಂಧ್ರದ ಪಾದದ/ಮೇಲಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \left\{ \frac{1}{2} \left(1 * \frac{1 * \sqrt{3}}{2} \right) \right\} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ಚ.ಸೆ.ಮಿ.}$$

$$\begin{aligned} \text{ರಂಧ್ರವನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಒಟ್ಟು ಘನಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ಪಟ್ಟಕದ ಪೂರ್ಣಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} - \text{ರಂಧ್ರದ ಮೇಲಾಗದ} \\ \text{ಮತ್ತು ಕೆಳಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 104 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = (104 - \frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ ಚ.ಸೆ.ಮಿ.} \end{aligned}$$

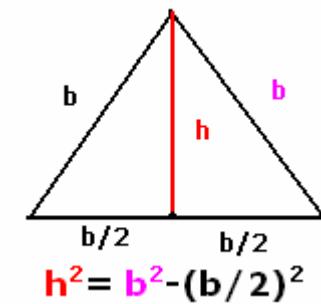


ಗಮನಿಸಿ:

ಸಮಭಾಯ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಕೆಳಗಿನ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದೇವೆ:

$$\text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{bh}{2} \quad (\text{b ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ, h = ಎತ್ತರ})$$

$$= \frac{1}{2} \left(b * \frac{b\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\because \text{ಸಮಭಾಯ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, } h = \frac{b\sqrt{3}}{2})$$



6.10.3 ಗೋಪುರಗಳು

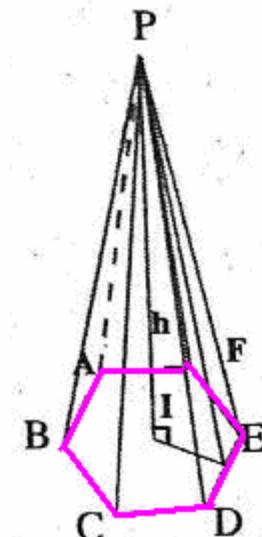
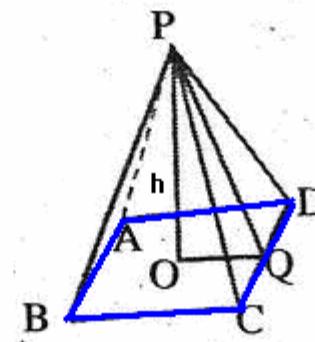
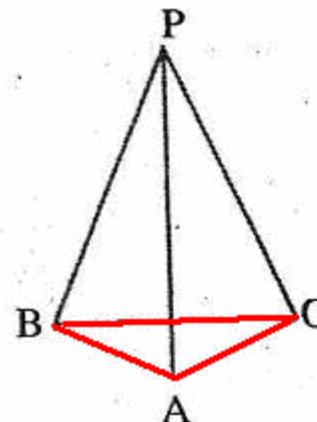
ನಾವು, ಸರ್ವಸಮವಾದ ಬಹುಭುಜಕೃತಿಯ ಪಾದ ಮತ್ತು ಮೇಲಾಭಾಗವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ಆಯತಾಕಾರ ಪಾಶ್ಚಯಮೈಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಫ್ರಾನ್ಕ್‌ಕ್ರಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಕೆ ಎಂದು ಕರೆದಿದ್ದೇವೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಮೇಲಾಭಾಗವಿಲ್ಲದೆ, ಪಾಶ್ಚಯಮೈಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಒಂದುಗೂಡಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಒಂದು ಫ್ರಾನ್ಕ್‌ಕ್ರಿಯೆ ಬಹುಭುಜ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ಪಾಶ್ಚಯಮೈಗಳು

ತ್ರಿಭುಜಕೃತಿಯಲ್ಲಿದ್ದು, ಮೇಲಾಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಏಕೀಭವಿಸಿದರೆ, ಅಂತಹ ಫ್ರಾನ್ಕ್‌ಕ್ರಿಯನ್ನು ‘**ಗೋಪುರ**’ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಏಕೀಭವಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ‘**ಶಿರೋಬಿಂದು**’ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಗೋಪುರದ ಪಾಶ್ಚಯಮೈಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವುದರಿಂದ ಇದಕ್ಕೆ ಮೇಲಾಭಾಗ ಇಲ್ಲ.



ಗೋಪುರಗಳ ಪಾದದ ಆಕಾರಕ್ಕೆನುಗೂಣವಾಗಿ ‘**ತ್ರಿಭುಜ ಗೋಪುರ**’, ‘**ವರ್ಗ ಗೋಪುರ**’, ಮತ್ತು ‘**ಷಟ್ಪಢಿ ಗೋಪುರ**’ ಎಂದು ಹೆಸರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ P ಯು ಶಿರೋಬಿಂದು ಆಗಿದ್ದು, ABC, ABCD, ABCDEF ಗಳು ಗೋಪುರಗಳ ಪಾದಗಳಾಗಿವೆ.

ವರ್ಗ ಪಾದ ಗೋಪುರದಲ್ಲಿ ಪಾದ, ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಓರೆ ಎತ್ತರಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ:

ವರ್ಗ ಪಾದ ಗೋಪುರದ ಪಾದದ ಒಂದು ಬದಿ b

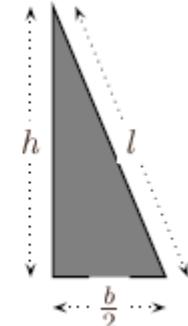
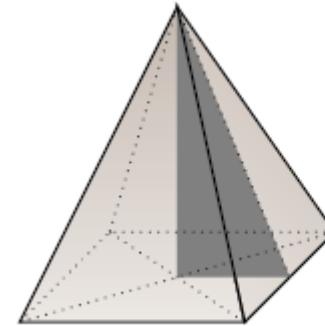
ಆಗಿರಲಿ. ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ h ಆಗಿರಲಿ.

ಓರೆ ಎತ್ತರ | ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರೈಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ,

$$l^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2$$

$$\therefore l = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + (h)^2}$$



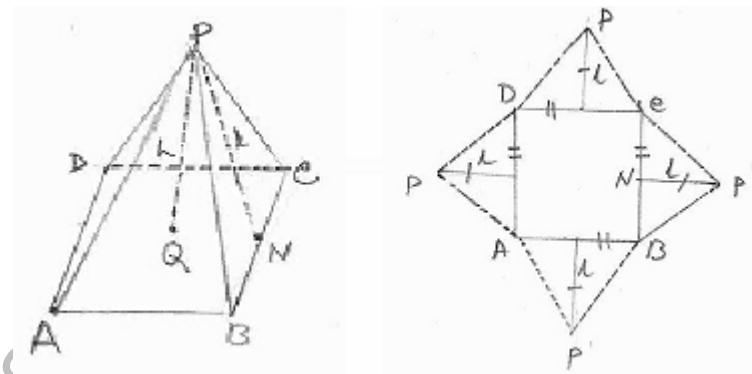
ವರ್ಗಪಾದ ಗೋಪುರದ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ:

PABCD ಯು ಒಂದು ವರ್ಗಪಾದ ಗೋಪುರ. ABCD ಯು ಪಾದ, ಹಾಗೂ ಅದು ವರ್ಗಕಾರದಲ್ಲಿದೆ.

ABCD ಯು ಮಧ್ಯಬಿಂದು Q. ಆಗ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ $h = PQ$.

BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು N ಆದರೆ, ಗೋಪುರದ ಓರೆ ಎತ್ತರ $I = PN$ ಮತ್ತು $AB=BC=CD=DA=a$

2 ನೇ ಚಿತ್ರವು 1 ನೇ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿಟ್ಟಾಗ ಉಂಟಾದದ್ದು ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದು.



PAB, PBC, PCD ಮತ್ತು PAD ಗಳು ಗೋಪುರದ ಪಾಶ್ಚಮೇಲೆ ಗಳಾಗಿದ್ದು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸರ್ವಸಮ ಆಗಿದ್ದು. ಸಮದ್ವಿಭಾಯ ಶ್ರಿಭೂಜಗಳಾಗಿವೆ.

ಗೋಪುರದ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ: $p = 4 * \text{ಪಾದದ ಒಂದು ಬದಿಯ ಉದ್ದ} = 4a$

1. ವರ್ಗಪಾದ ಗೋಪುರದ ಪಾಶ್ಚಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ:

$$= 4 * \text{ಸರ್ವಸಮವಾದ ಪಾಶ್ಚಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ} (\text{PAB, PBC, PCD, PAD})$$

$$= 4 * \text{ಒಂದು ಶ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

$$= 4 \left\{ \frac{1}{2} \text{ಪಾದ} * \text{ಎತ್ತರ} \right\} = 4 \left(\frac{1}{2} \right) a l = \frac{1}{2} 4 a l = \left(\frac{1}{2} \right) (\text{ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ}) * (\ಓರೆ ಎತ್ತರ)$$

$$2. \text{ ಗೋಪುರದ ಪೂರ್ಣಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \text{ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \text{ಪಾಶ್ಚಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = a^2 + \frac{1}{2} (\text{PI})$$

ಸಮಭಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಪಾದ ಗೋಪುರದ ಮೇಲೆಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ:

ABC ಯು ಸಮಭಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ($AB=BC=CA=a$). BCಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು

N. ಗೋಪುರದ ಓರೆ ಎತ್ತರ $I = PN$.

PAB, PBC ಮತ್ತು PCA ಗಳು ಗೋಪುರದ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಮೇಲೆಟ್ಟುಗಳಾಗಿದ್ದು.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದ್ದು. ಸಮದ್ವಿಭಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿವೆ.

ಗೋಪುರದ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ: $p = 3 * \text{ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬದಿ.} = 3a$

ತ್ರಿಭುಜ ಪಾದ ಗೋಪುರದ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಮೇಲೆಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= 3 ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ (PAB, PBC,PCA) ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ

= $3 * \text{ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$

= $3 * (\frac{1}{2}) * \text{ಪಾದ} * \text{ಗೋಪುರದ ಓರೆ ಎತ್ತರ}$

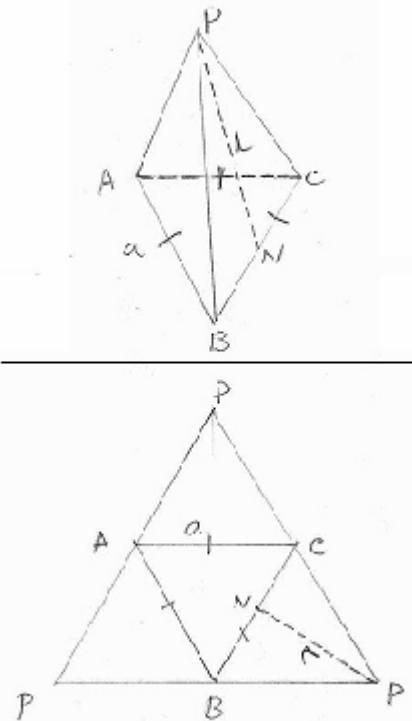
= $\frac{1}{2} (3al) = \frac{1}{2} (\text{ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ}) * (\text{ಓರೆ ಎತ್ತರ}) = \frac{1}{2} (PI)$

\therefore ಸಮಭಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಪಾದ ಗೋಪುರದ ಮೇಲೆಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಮೇಲೆಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= $B + \frac{1}{2} (PI)$

ಪಾದವು ಸಮಭಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾದ್ದರಿಂದ, $B = (a^2 \frac{\sqrt{3}}{4})$ (ವಿವರಗಳಿಗೆ 6.10.2 ಸಮಸ್ಯೆ ನೋಡಿ)



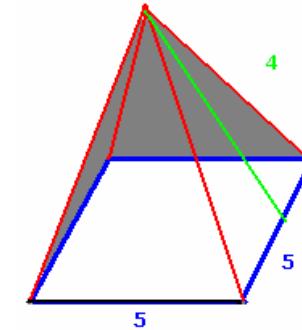
6.10.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1:ಒಂದು ಗೋಪುರಾಕೃತಿಯ ಡೇರೆಯ ಪಾದ ವರ್ಗಾಕೃತಿಯಾಗಿದ್ದ **5** ಮಿ. ಅಂಚನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಒಂದು ಸಮಾರಂಭಕ್ಕಾಗಿ ಡೇರೆಯ ಓರೆ ಎತ್ತರ **4** ಮಿ.ಇರುವಂತೆ ಕ್ಯಾನ್‌ವಾಸ್ ಹೊದಿಸಲಾಗಿದೆ. ಡೇರೆಯ ಬಾಡಿಗೆಯು ಕ್ಯಾನ್‌ವಾಸಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಕ್ಯಾನ್ ವಾಸಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ಇಲ್ಲಿ } P = 4 * \textcolor{blue}{5} \text{ ಮಿ.} = 20 \text{ ಮಿ.} \quad l = \textcolor{green}{4} \text{ ಮಿ.}$$

ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಕ್ಕೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ(ಕ್ಯಾನ್‌ವಾಸಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$$= \frac{1}{2}(PI) = \frac{1}{2}(20 * 4) = 40 \text{ ಚ.ಮಿ.}$$



6.10.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಒಂದು ವರ್ಗಪಾದ ಗೋಪುರದ ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಕೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 125 ಚ.ಮಿ. ಆಗಿದ್ದು. ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ 20 ಮಿ.ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಇದರ ಓರೆ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ವರ್ಗ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ} = p=4a = 20 \text{ ಮಿ.}$$

$$\therefore \text{ಪಾದದ ಒಂದು ಬದಿ} = a = 5 \text{ ಮಿ.}$$

$$\therefore \text{ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = B=a^2 = 25\text{ಚ.ಮಿ.}$$

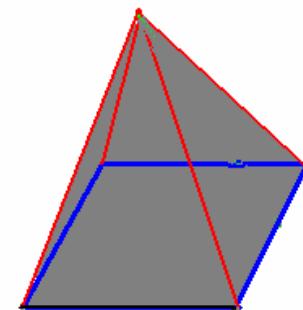
ಈಗ, ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಕೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \text{ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \frac{1}{2}(\text{PI}).$$

$$125=25+\frac{1}{2}(20*\text{I}): 125 = 25+10*\text{I}$$

$$\therefore 10*\text{I} = 125-25 = 100.$$

$$\therefore \text{ಓರೆ ಎತ್ತರ} (\text{I}) = 10 \text{ ಮಿ.}$$

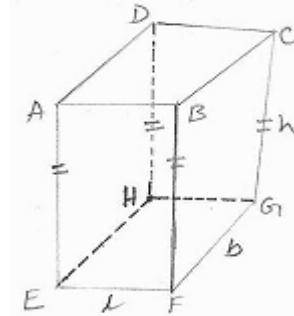


6.10.4 ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಗೋಪುರಗಳ ಘನಫಲ (ಗಾತ್ರ)

ಒಂದು ಆಯತ ಘನದ ಘನಫಲ = ಉದ್ದ * ಅಗಲ * ಎತ್ತರ. = $l \times b \times h$

ಆದರೆ, ($l \times b$) = ಆಯತ ಘನದ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಆಯತ ಘನದ ಘನಫಲ = (ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) * ಎತ್ತರ



ನೇರ ತ್ರಿಭುಜ ಪಾದ ಪಟ್ಟಕದ ಫಾನಫಲ:

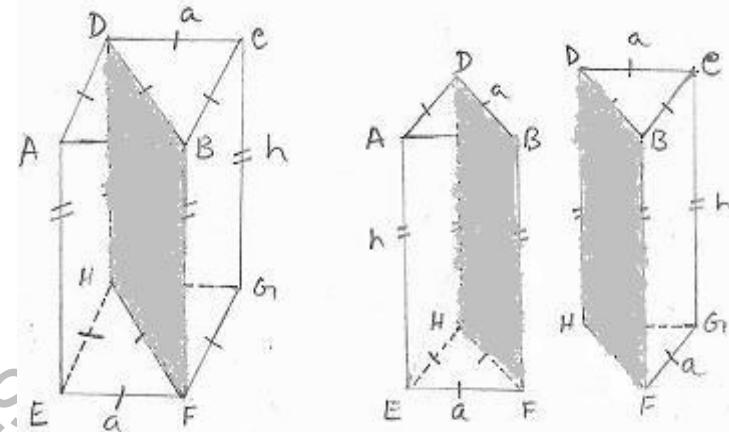
ಒಂದು ವರ್ಗ ಪಾದ ಪಟ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ ಅದು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಪಟ್ಟಕಗಳ ಸಂಯೋಗವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ವರ್ಗ ಪಾದ ಪಟ್ಟಕದ ಗಾತ್ರ ತ್ರಿಭುಜಪಾದಪಟ್ಟಕದ ಎರಡರಷ್ಟುರುತ್ತದೆ.

ಅಲ್ಲದೆ, ವರ್ಗಪಾದವು ಎರಡು ಸರ್ವಸಮಾದ ಸಮದ್ವಿಭಾಷು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಂಯೋಗವಾಗಿದೆ.

\therefore ನೇರ ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಪಟ್ಟಕದ ಫಾನಫಲ

$$= \frac{1}{2}(\text{ವರ್ಗಪಾದ ಪಟ್ಟಕದ ಫಾನಫಲ})$$



$$= \frac{1}{2}(\text{ವರ್ಗಪಾದ ಪಟ್ಟಕದ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} * \text{ಎತ್ತರ}) = \frac{1}{2}(2 * \text{ತ್ರಿಭುಜಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} * \text{ಎತ್ತರ})$$

= **ತ್ರಿಭುಜಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} * \text{ಎತ್ತರ}**

2 ನೇ ಚಿತ್ರವು, 1 ನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಪಟ್ಟಕವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಸೀಳಿದಾಗಿ ಸಿಗುವ ಎರಡು ಸರ್ವಸಮನಾದ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಪಟ್ಟಕದ ಫಾನಫಲವು ಅದರ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದಾಗಿದೆ.

6.10.4 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಒಂದು ಸಮಭಾಯ ಶ್ರೀಭುಜಪಾದ ಪಟ್ಟಕದ ಫನಫಲ $27\sqrt{3}$ ಫ.ಸೆ.ಮಿ. ಅಗಿದ್ದು, ಅದರ ಎತ್ತರ 12ಸೆ.ಮಿ. ಆದರೆ ಪಟ್ಟಕದ ಪಾದದ ಬದಿಯ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಪಾದದ ಒಂದು ಬದಿಯ ಉದ್ದ 'b' ಆಗಿರಲಿ.

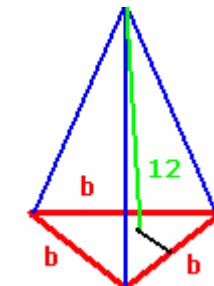
ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವ ಸೂತ್ರದಂತೆ, ಪಟ್ಟಕದ ಫನಫಲ

$$= \text{ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} * \text{ಎತ್ತರ} = (b^2 \frac{\sqrt{3}}{4}) * \text{ಎತ್ತರ}$$

ಬೆಲೆಗಳನ್ನ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$27\sqrt{3} = (b^2 \frac{\sqrt{3}}{4}) * 12.$$

$$27 = 3 * b^2 \therefore 3b^2 = 27 \therefore b^2 = 9 \therefore b = 3 \text{ ಸೆ.ಮಿ.}$$



ಗೋಪುರದ ಘನಫಲ:

'a' ಮಾನ ಅಂಚುಳ್ಳೆ ಒಂದು ವರ್ಗ ಪಾದ ಗೋಪುರ PABCDP ಯ ಪಾದ ABCD, P ಯು ಸಮತಲದಿಂದ $\frac{a}{2}$ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ಶೃಂಗ ಬಿಂದು. P ಯಿಂದ ಪಾದಕ್ಕೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ PM ಲಂಬವನ್ನೇಳಿಯಿರ.

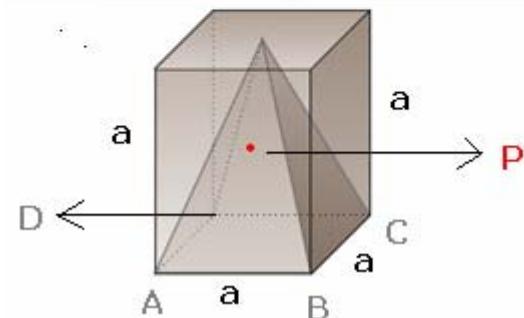
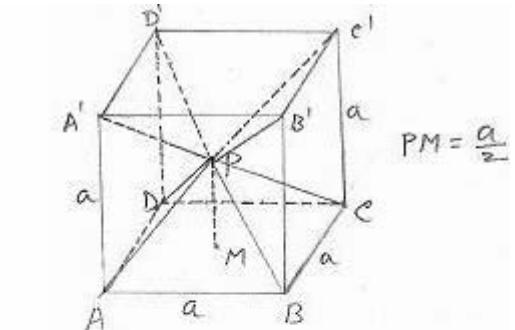
$$PM = h = \frac{a}{2}.$$

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ, ಒಂದು ಘನದಲ್ಲಿ ಆರು ಸರ್ವಸಮಾದ ಗೋಪುರಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

(PABCD, PBCC¹B¹, PCC¹D¹D, PC¹D¹A¹B¹, PD¹A¹AD, PABB¹A¹)

ಪ್ರತೀ ಗೋಪುರದ ಪಾದವೂ ಘನದ ಒಂದೊಂದು ಮುಖಿವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಆರು ಗೋಪುರಗಳನ್ನಷಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿದಾಗ, ನಮಗೆ ಒಂದು ವರ್ಗಪಾದ ಪಟ್ಟಕ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.



ಬಲಬದಿಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ, ವರ್ಗ ಪಾದ ಗೋಪುರದ ಘನಫಲ = $\frac{1}{6}$ (ಘನದ ಘನಫಲ)

$$= \frac{1}{6} \{(\text{ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}) * a\} = \frac{1}{6} \{(\text{ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}) * 2h\} (\because h = \frac{a}{2})$$

$$= \frac{1}{3} \{(\text{ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}) * h\} = \frac{1}{3} (Bh); \text{ಇಲ್ಲಿ } B \text{ಯು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ.}$$

$$= \frac{1}{3} * \text{ಅದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಅದೇ ಎತ್ತರದ ವರ್ಗ ಪಾದ ಪಟ್ಟಕದ ಘನಫಲ.}$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಗೋಪುರದ ಘನಫಲವು ಕೂಡಾ ಅದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವಿರುವ ಪಟ್ಟಕದ ಘನಫಲ $\frac{1}{3}$ ರಷ್ಟು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಒಂದು ಗೋಪುರದ ಘನಫಲವು ಅದರ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯದ $\frac{1}{3}$ ರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

6.10.4 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಒಂದು ವರ್ಗ ಪಾದ ಗೋಪುರಕೃತಿಯ ಡೇರೆಯೊಂದನ್ನು ಕ್ಯಾನ್‌ವಾಸ್ ಬಳಸಿ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದು ನೆಲದ ಮೇಲೆ 100 ಚ.ಮಿ. ವಿಸ್ತಾರದಲ್ಲಿ ಹರಡಿದೆ. ಗೋಪುರದ ಓರೆ ಎತ್ತರ 13 ಮಿ. ಆದರೆ, ಡೇರೆಯ ಒಳಗೆ ಲಭ್ಯ ಇರುವ ವಾತಾವಕಾಶವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

(ಡೇರೆಯ ನೇರ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ $h^2 = l^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ ಬಳಸಿ. | ಓರೆ ಎತ್ತರ, a ಒಂದು ಬದಿ)

ಪರಿಹಾರ:

ಡೇರೆಯ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 100\text{ಚ.ಮಿ.}$ \therefore ಒಂದು ಬದಿಯ ಉದ್ದ $a=10\text{ಮಿ.}$

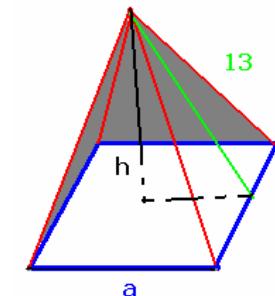
ಓರೆ ಎತ್ತರ $l = 13$ ಮಿ. ನಮಗೇಗ ಗೋಪುರದ ನೇರ ಎತ್ತರ ಬೇಕು.

$$h^2 = l^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 : h^2 = 169 - 25 = 144$$

$$\therefore h=12 \text{ ಮಿ.}$$

ಡೇರೆಯಲ್ಲಿ ಲಭ್ಯ ವಾತಾವಕಾಶ $=$ ಗೋಪುರದ ಫ್ರಾನ್‌ಫಲ

$$= \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}(100*12) = 400 \text{ ಫ್ರಾನ್.ಮಿ.}$$



6.10.4 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ಒಂದು ತೊಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಹಸುಗಳು ನೀರು ಕುಡಿಯಲಿಕ್ಕಾಗಿ ಕಟ್ಟಿದ ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿ ಇದೆ. (ಅದರ ಉದ್ದ್ವಿ $l=4$ ಮೀ. ಅಗಲ $b=1.2$ ಮೀ., ಮತ್ತು ಎತ್ತರ $h=1$ ಮೀ.) ಅದನ್ನು ದಿನಕ್ಕೂಂದು ಸಾರಿ ಬೆಳಿಗ್ಗೆ ತುಂಬಿಸುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿ ಹಸುವೂ ದಿನಕ್ಕೆ 40 ಲೀಟರ್ ನೀರನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬಿರುವ ನೀರು ಎಷ್ಟು ಹಸುಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ? (1 ಫ್ರ.ಮೀ. = 1000 ಲೀಟರ್)

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ತೊಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ} = lbh = 4 * 1.2 * 1 \text{ ಫ್ರ.ಮೀ.} = 4.8 \text{ ಫ್ರ.ಮೀ.}$$

$$= 4,800 \text{ ಲೀಟರ್} \quad (1 \text{ ಫ್ರ.ಮೀ.} = 1,000 \text{ ಲೀಟರ್})$$

$$\text{ನೀರನ್ನು ಕುಡಿಯುವ ಹಸುಗಳು} = \frac{4800}{40} = 120 \text{ ಹಸುಗಳು}$$

6.10.4 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಪಾದವುಳ್ಳ ಗೋಪುರದ ಘನಫಲ 900 ಘನಮೀಟರ್ ಆಗಿದ್ದು, ಆಯತಪಾದದ ಬದಿಗಳು 20 ಮೀ. ಮತ್ತು 15 ಮೀ. ಆಗಿದ್ದಾರೆ, ಅದರ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

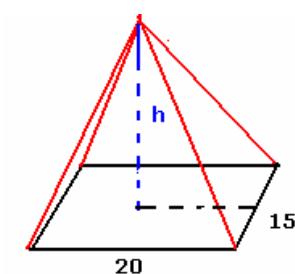
ಗೋಪುರದ ಘನಫಲ $= \frac{1}{3}(Bh)$ (ಇಲ್ಲಿ B =ಬಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು h = ಎತ್ತರ) ಘನಫಲ ಮತ್ತು B ಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$900 = \frac{1}{3}(20 * 15)h$$

$$900 = 100h$$

$$\therefore h = 9 \text{ ಮೀ.}$$

ದತ್ತ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ 9 ಮೀಟರ್.



6.10.4 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ಇಟಿಗೆಗಳ ಉದ್ದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ ಕ್ರಮವಾಗಿ $18, 12, 3$ ಅಂಗುಲಗಳು. ಒಂದು ಗೋಡೆಯ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $8, 5, 3$ ಹಸ್ತಗಳು. ಹಾಗಿದ್ದರೆ ಗೋಡೆಯ ಗಾತ್ರ, ಇಟಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸಾಲುಗಳು ಎಷ್ಟು? ('ಲೀಲಾವತಿ' ಶ್ಲೋಕ 227)

$$\text{ಗೋಡೆಯ ಗಾತ್ರ} = 8 * 5 * 3 = 120 \text{ ಘನ ಹಸ್ತಗಳು}$$

$$\text{ಇಟಿಗೆಯ ಗಾತ್ರ} = \frac{(18 * 12 * 3)}{(24 * 24 * 24)} = \frac{3}{64} \text{ ಘನ ಹಸ್ತ}$$

$$(1 \text{ ಹಸ್ತ} = 24 \text{ ಅಂಗುಲಗಳು})$$

$$\text{ಇಟಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = \text{ಗೋಡೆಯ ಗಾತ್ರ} \div \text{ಇಟಿಗೆಯ ಗಾತ್ರ}$$

$$= 120 * \frac{64}{3} = 2,560$$

$$\text{ಸಾಲುಗಳು} = \text{ಗೋಡೆಯ ಎತ್ತರ} \div \text{ಇಟಿಗೆಯ ಎತ್ತರ}$$

$$3 * 24 \div 3 = 24$$

