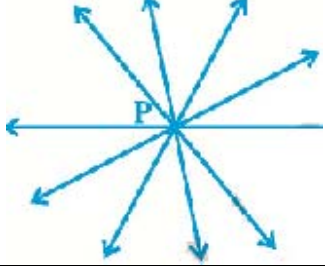

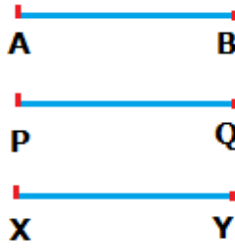


ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

2.1.1. ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸತ್ಯ ಮತ್ತು ಯಾವುದು ಸುಳ್ಳು? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಾರಣಸಹಿತ ತಿಳಿಸಿ.

ಸಂ.	ಪ್ರಶ್ನೆ.	ಉತ್ತರ.	ಚಿತ್ರ
(i)	ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ ಹಾದು ಹೋಗಬಹುದು.	ಸುಳ್ಳು. ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಹಾದುಹೋಗುತ್ತವೆ.	
(ii)	ಎರಡು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಅಪರಿಮಿತ ರೇಖೆಗಳು ಹಾದುಹೋಗುತ್ತವೆ.	ಸುಳ್ಳು. ಎರಡು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಒಂದೇ ಸರಳ ರೇಖೆ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತದೆ.	
(iii)	ಒಂದು ಅಂತ್ಯಗೊಂಡಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ವೃದ್ಧಿಸಬಹುದು.	ಸತ್ಯ. ಆಧಾರಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 2 ರಿಂದ	
(iv)	ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಸಮ ಎಂದಾದರೆ, ಅವುಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳೂ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.	ಸತ್ಯ. ವೃತ್ತಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.	
(v)	$AB=PQ$ ಮತ್ತು $PQ=XY$ ಎಂದಾದರೆ, $AB=XY$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.	ಸತ್ಯ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 1ರಿಂದ	

2.1.2. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದಕ್ಕೂ ಒಂದೊಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡಿರಿ. ಇವುಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಮೊದಲು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಪದಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆಯೇ? ಇದ್ದರೆ ಅವುಗಳು ಯಾವುವು? ನೀವು ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವಿರಿ?

ಸಂ.	ಪ್ರಶ್ನೆ.	ವ್ಯಾಖ್ಯೆ.	ಚಿತ್ರ
(i)	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	ಸರಳರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ(ಲಂಬ) ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ ಅವು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು: AB & PQ	
(ii)	ಲಂಬರೇಖೆಗಳು	ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ನೇರ(ಲಂಬ)ವಾಗಿ ಎಳೆದ ಇನ್ನೊಂದು ಸರಳರೇಖೆ: PQ ರೇಖೆಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದುವಿನ ಕೋನ 90° ಆಗಿರುತ್ತದೆ	
(iii)	ರೇಖಾಖಂಡ	ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿದ ಭಾಗ: AB	
(iv)	ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ	ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಅದರ ಮೇಲೆ(ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ) ಇರುವ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆ. OP ಯು ತ್ರಿಜ್ಯ	
(v)	ಚೌಕ	ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತವೆ. AB=BC=CD=DA ಮತ್ತು ಕೋನ A=ಕೋನ B=ಕೋನ C= ಕೋನ D= 90°	

2.1.3. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ಎರಡು `ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗಳನ್ನು' ಗಮನಿಸಿ.

(i) A ಮತ್ತು B ಎಂಬ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ, ಅವುಗಳ ನಡುವೆ C ಎಂಬ 3 ನೆಯ ಬಿಂದು ಇರುತ್ತದೆ.

(ii) ಏಕರೇಖಾಗತವಲ್ಲದಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳಾದರೂ ಇರುತ್ತವೆ.

ಈ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸದಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಪದಗಳಿವೆಯೆ? ಈ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗಳು ಸುಸ್ಥಿರವೆ? ಅವುಗಳು ಯುಕ್ತಿಸಂಪಾದನ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತವೆಯೆ? ವಿವರಿಸಿ.

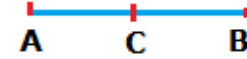
ಇವು ಯುಕ್ತಿಸಂಪಾದನ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿಲ್ಲ. ಆದರೂ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧದ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆ.

2.1.4. $AC=BC$ ಆಗುವಂತೆ A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವೆ C ಎಂಬ ಬಿಂದು ಇರುವುದಾದರೆ, $AC = \frac{1}{2} AB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ. ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ವಿವರಿಸಿ.

$AC=CB$ (ದತ್ತ) ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ AC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ

$AC+AC = AC+CB$ (ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 2)

$$2AC=AB \Rightarrow AC = \frac{1}{2} AB$$



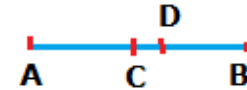
2.1.5. 4 ನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ C ಬಿಂದುವನ್ನು ರೇಖಾಖಂಡ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೂ ಒಂದು ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಒಂದು ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು C ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $AC=CB$ & $AC = \frac{1}{2} AB$ -----(1)

AB ಯ ಇನ್ನೊಂದು ಬಿಂದು D ಕೂಡಾ ಅದರ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $AD=DB$ & $AD = \frac{1}{2} AB$ -----(2)

ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 1 ರಿಂದ $AC=AD \Rightarrow C$ ಮತ್ತು D ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ಅಗಿವೆ. (ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 4)

ಹೀಗಾಗಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೂ ಒಂದು ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಒಂದು ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಇರುತ್ತದೆ



2.1.6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AC = BD$ ಆದರೆ $AB = CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

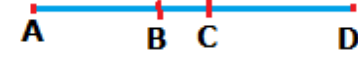
$$AC = BD \text{ (ದತ್ತ)} \text{ ----- (1)}$$

$$\text{ಚಿತ್ರದಂತೆ } AB + BC = AC \text{ \& } BC + CD = BD \text{ ----- (2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ $AB + BC = BC + CD$ ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ BC ಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ

$$AB + BC - BC = BC + CD - BC$$

$$\text{ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 3 ರಿಂದ } AB = CD$$



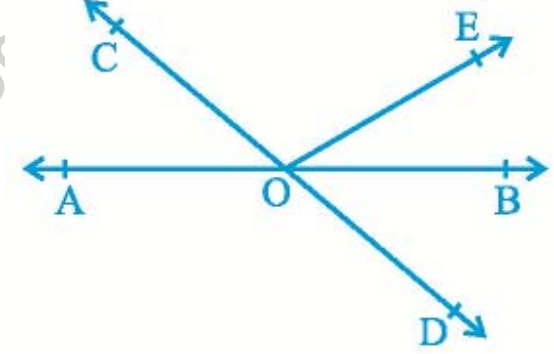
2.1.7. ಯುಕ್ಲಿಡನ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧಗಳ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ, 5ನೆಯ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧವನ್ನು 'ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಸತ್ಯ' ಎಂದು ಏಕೆ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ? (ಪ್ರಶ್ನೆಯು 5ನೆಯ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಅಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.)

ಪೂರ್ಣವು ಅದರ ಭಾಗಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಎನ್ನುವುದು 5ನೆಯ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧವು. ಗಣಿತ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ(ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ, ಬೀಜಗಣಿತ, ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ, ಜ್ಯಾಮಿತಿ..) ಇದು ಸತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಇನ್ನು ಇತರ ವಿಜ್ಞಾನಗಳ ವಿಭಾಗದಲ್ಲೂ (ಭೌತ ಶಾಸ್ತ್ರ, ರಸಾಯನ ಶಾಸ್ತ್ರ....) ನಿತ್ಯ ಜೀವನದ ದೈನಂದಿಕ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲೂ ಇದು ಸತ್ಯ. ನೀರಿನಲ್ಲಿ, ಭೂಮಿ ಮೇಲೆ, ಆಕಾಶದಲ್ಲೂ ಇದು ಸತ್ಯ. ಹೀಗಾಗಿ ಇದನ್ನು ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಸರ್ವಕಾಲಿಕ ಸತ್ಯ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

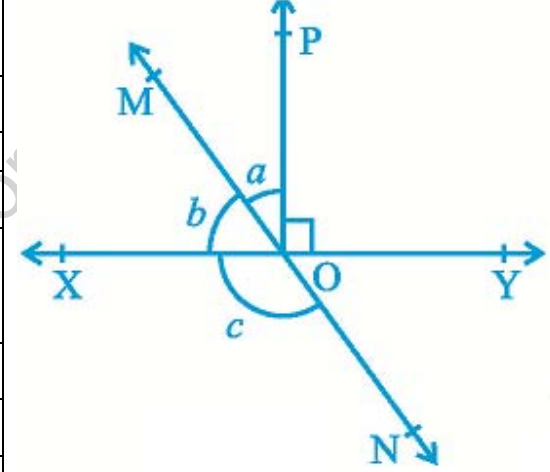
3.1.1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಸರಳರೇಖೆಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$ ಮತ್ತು $\angle BOD = 40^\circ$ ಆದರೆ $\angle BOE$ ಮತ್ತು ಸರಳಾಧಿಕ $\angle COE$ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle AOC + \angle COE + \angle EOB = 180^\circ$	ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
2	$\angle AOC + \angle BOE + \angle COE = 180^\circ$	ಮರುಹೊಂದಿಕೆ
3	$70^\circ + \angle COE = 180^\circ$	$\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$. (ದತ್ತ)
4	$\therefore \angle COE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$	
5	ಸರಳಾಧಿಕ $\angle COE = 360^\circ - \angle COE$ $= 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$	ಕೇಂದ್ರ O ನಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನ 360°
6	$\angle COE + \angle BOE + \angle BOD = 180^\circ$	ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
7	$110^\circ + \angle BOE + 40^\circ = 180^\circ$	ಬೆಲೆಗಳ ಆದೇಶ
8	$\therefore \angle BOE = 180^\circ - 110^\circ - 40^\circ = 30^\circ$	



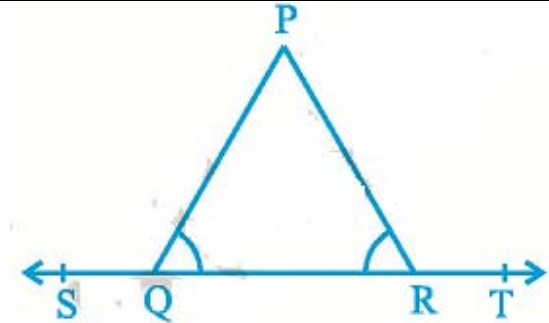
3.1.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ XY ಮತ್ತು MN ಸರಳರೇಖೆಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $\angle POY = 90^\circ$ ಮತ್ತು $a:b=2:3$ ಆದರೆ $\angle c$ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle XOM + \angle MOP + \angle POY = 180^\circ$	ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
2	$b + a + 90^\circ = 180^\circ$	ಬೆಲೆಗಳ ಆದೇಶ
3	$b + a = 90^\circ$	
4	$3b + 3a = 270^\circ$	ಎರಡೂ ಕಡೆ 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ
5	$3b + 2b = 270^\circ$ $5b = 270^\circ$ $\therefore b = 54^\circ$	$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ (ದತ್ತ) $\therefore 3a = 2b$ & ಆದೇಶ
6	$a = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$	ಬೆಲೆಯ ಆದೇಶ
7	$b + c = 180^\circ$	ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
8	$54^\circ + c = 180^\circ \therefore c = 126^\circ$	ಬೆಲೆಯ ಆದೇಶ



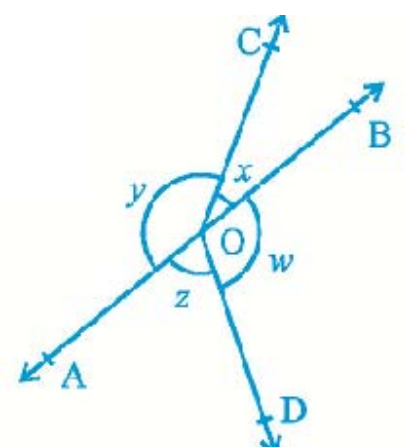
3.1.3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle PQR = \angle PRQ$ ಆದರೆ $\angle PQS = \angle PRT$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle PQS + \angle PQR = 180^\circ$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
2	$\angle PRQ + \angle PRT = 180^\circ$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
3	$\angle PQS + \angle PQR = \angle PRQ + \angle PRT$	(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ
4	$\angle PQS = \angle PRT$	$\angle PQR = \angle PRQ$ (ದತ್ತ)



3.1.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $x+y = w+z$ ಆದರೆ $\angle AOB$ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

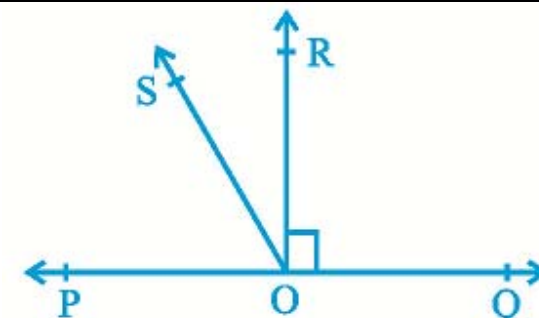
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$x+y+w+z=360^\circ$	ಕೇಂದ್ರ O ನಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನ 360°
2	$x+y+x+y=360^\circ$	$x+y=w+z$ ದತ್ತ
3	$2(x+y)=360^\circ$	
4	$(x+y)=180^\circ$	$\therefore \angle AOB$ ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆ



3.1.5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle POQ$ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ. OR ಕಿರಣವು $\angle POQ$ ಸರಳರೇಖೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆ. OP ಮತ್ತು OR ಕಿರಣಗಳ ನಡುವೆ OS ಕಿರಣ ಇದೆ.

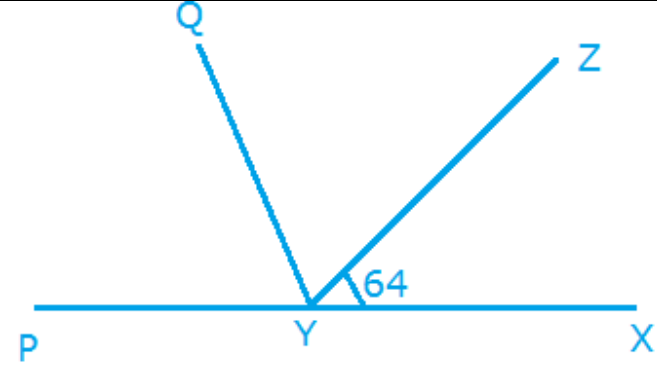
$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle POS + \angle ROS + \angle ROQ = 180^\circ$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
2	$\angle POS + \angle ROS + 90^\circ = 180^\circ$	$OR \perp PQ$
3	$\therefore \angle ROS = 180^\circ - 90^\circ - \angle POS = 90^\circ - \angle POS$	
4	$\angle QOS - \angle ROS = \angle ROQ = 90^\circ$ $\therefore \angle ROS = \angle QOS - 90^\circ$	$OR \perp PQ$
5	$\angle ROS + \angle ROS = 90^\circ - \angle POS + (\angle QOS - 90^\circ)$	(3) ಮತ್ತು (4) ಕೂಡಿಸಿ.
6	$\therefore 2(\angle ROS) = \angle QOS - \angle POS$	



3.1.6. $\angle XYZ = 64^\circ$ ಮತ್ತು XY ಯನ್ನು P ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. ಈ ದತ್ತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ. $\angle ZYP$ ಯನ್ನು ಕಿರಣ YQ ದ್ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ $\angle XYQ$ ಮತ್ತು ಸರಳಾಧಿಕ $\angle QYP$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle QYP = \angle QYZ$	$\angle ZYP$ ಯನ್ನು ಕಿರಣ YQ ದ್ವಿಭಾಗಿಸಿದೆ.
2	$\angle QYP + \angle QYZ + \angle ZYX = 180^\circ$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
3	$2\angle QYP + 64^\circ = 180^\circ$	(1) ರಿಂದ
4	$2\angle QYP = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$	
5	$\therefore \angle QYP = 58^\circ$	
6	ಸರಳಾಧಿಕ $\angle QYP = 360^\circ - \angle QYP = 360^\circ - 58^\circ = 302^\circ$	
7	$\angle XYQ = \angle XYZ + \angle QYZ = 64^\circ + 58^\circ = 112^\circ$	

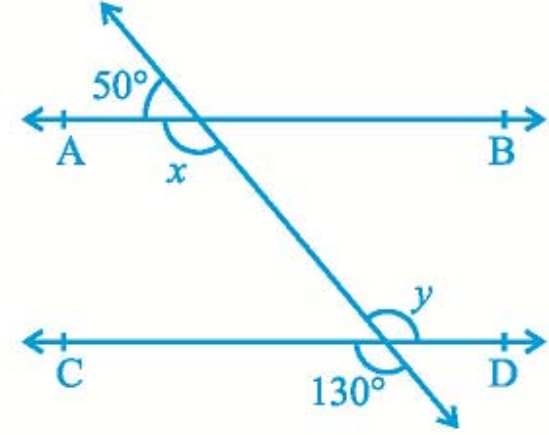


A Project of www.eQ

ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

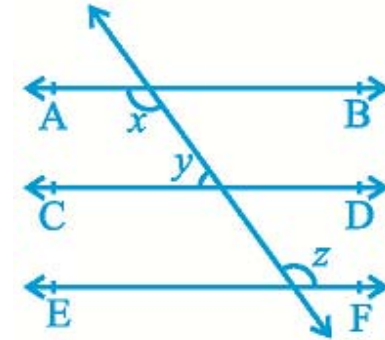
3.2.1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ x ಮತ್ತು y ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದು $AB \parallel CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$50^\circ + x = 180^\circ$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ = 180°
2	$\therefore x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$	
3	$y = 130^\circ$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನ
4	$AB \parallel CD$	1) x ಮತ್ತು y ಗಳು ಸಮ 2) AB ಮತ್ತು CD ಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ x ಮತ್ತು y ಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು



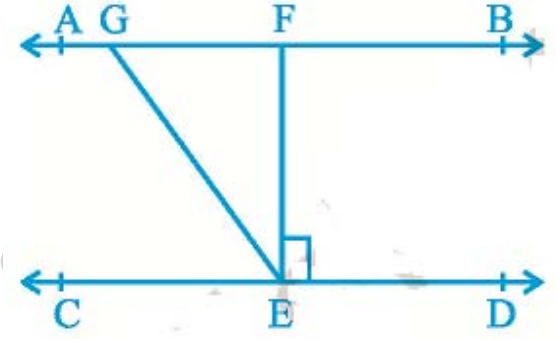
3.2.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$ ಮತ್ತು $y:z=3:7$ ಆದರೆ x ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1	$AB \parallel CD \parallel EF$	$AB \parallel CD$ ಮತ್ತು $CD \parallel EF$. ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರ.
2	$x = z$	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು
3	$x + y = 180^\circ$	ಭೇದಕದ ಒಂದೇ ಬದಿಯಲ್ಲಿನ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕ.
4	$z + y = 180^\circ$	(2) ರಿಂದ
5	$3(z + y) = 540^\circ$	ಎರಡೂ ಕಡೆ 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ.
6	$3z + 3y = 540^\circ$ $\therefore 7y + 3y = 540^\circ$ $\therefore y = 54^\circ$	$\frac{y}{z} = \frac{3}{7}$ (ದತ್ತ) $\therefore 3z = 7y$
7	$3z = 7y = 7 * 54 \therefore z = 7 * 18 = 126^\circ = x$	



3.2.3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AB \parallel CD$, $EF \perp CD$ ಮತ್ತು $\angle GED = 126^\circ$ ಆದರೆ $\angle AGE$, $\angle GEF$ ಮತ್ತು $\angle FGE$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

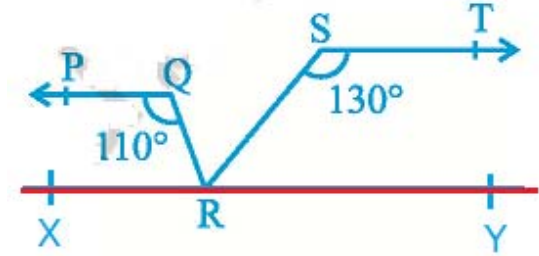
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle GEF + \angle FED = 126^\circ$	$\angle GED = 126^\circ$ (ದತ್ತ) & $\angle GED = \angle GEF + \angle FED$
2	$\angle GEF + 90^\circ = 126^\circ$	$EF \perp CD$
3	$\angle GEF = 126^\circ - 90^\circ = 36^\circ$	
4	$\angle AGE = \angle GED = 126^\circ$	$AB \parallel CD$, ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
5	$\angle AGE + \angle FGE = 180^\circ$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ = 180°
6	$126^\circ + \angle FGE = 180^\circ$	ಬೆಲೆಯ ಆದೇಶ
7	$\angle FGE = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$	



3.2.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110^\circ$ ಮತ್ತು $\angle RST = 130^\circ$ ಆದರೆ $\angle QRS$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

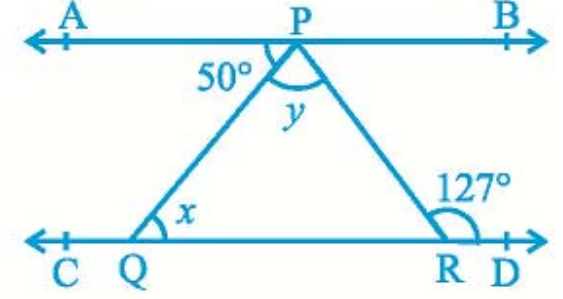
ರಚನೆ: ST ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ R ಮೂಲಕ XY ಎಳೆಯಿರಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$XY \parallel ST$	ರಚನೆ
2	$\angle PQR + \angle QRX = 180^\circ$ $\therefore \angle QRX = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$	$PQ \parallel XY$ & ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಬದಿಯಲ್ಲಿನ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕ.
3	$\angle RST + \angle SRY = 180^\circ$ $\therefore \angle SRY = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$	$PQ \parallel ST$ & ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಬದಿಯಲ್ಲಿನ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕ.
4	$\angle QRX + \angle QRS + \angle SRY = 180^\circ$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ = 180°
5	$70^\circ + \angle QRS + 50^\circ = 180^\circ$	
6	$\angle QRS = 60^\circ$	



3.2.5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AB \parallel CD$, $\angle APQ=50^\circ$ ಮತ್ತು $\angle PRD=127^\circ$ ಆದರೆ x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

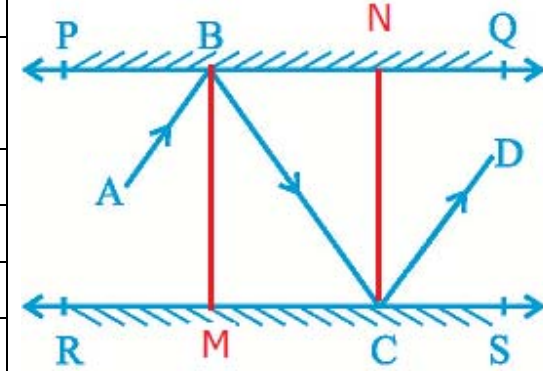
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle APR = \angle PRD$	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು
2	$\angle APQ + \angle QPR = \angle PRD$	
3	$50^\circ + \angle QPR = 127^\circ \therefore \angle QPR = 77^\circ = y$	
4	$\angle APQ = \angle PQR$	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು
5	$50^\circ = \angle PQR = x$	



3.2.6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PQ ಮತ್ತು RS ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಎರಡು ದರ್ಪಣಗಳನ್ನು ಇಡಲಾಗಿದೆ. AB ಪತನ ಕಿರಣವು PQ ದರ್ಪಣವನ್ನು B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ತಾಗಿ ಪ್ರತಿಫಲಿತ ಕಿರಣವು BC ಹಾದಿಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿ RS ದರ್ಪಣವನ್ನು C ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ತಾಗಿ, ಪುನಃ CD ಹಾದಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಫಲಿತಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. $AB \parallel CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ರಚನೆ: $BM \perp PQ$ & $CN \perp RS$ ಆಗುವಂತೆ ಲಂಬಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$BM \perp PQ$ & $CN \perp RS$	ರಚನೆ
2	$BM \parallel CN$	$PQ \parallel RS$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳ ರಚನೆ
3	$\angle ABM = \angle BCN$ & $\angle MBC = \angle NCD$	ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
4	$\angle ABM = \angle MBC$ & $\angle BCN = \angle NCD$	ದರ್ಪಣದ ಪ್ರತಿಫಲನ ನಿಯಮ
5	$\angle ABM = \angle MBC = \angle NCD = \angle BCN$	(3) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ
6	$\angle ABM + \angle MBC = \angle NCD + \angle BCN$	(5)ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದೆ.
7	$\angle ABC = \angle BCD$	

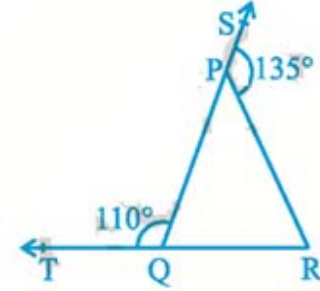


AB ಮತ್ತು CD ಗಳಿಗೆ (7) ರಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $AB \parallel CD$

ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

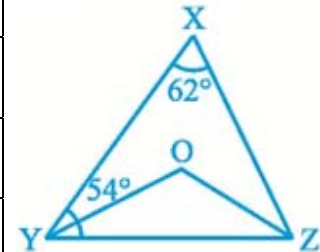
3.3.1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\triangle PQR$ ನ ಬಾಹುಗಳಾದ QP ಮತ್ತು RQ ನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ S ಮತ್ತು T ಬಿಂದುಗಳವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. $\angle SPR=135^\circ$ ಮತ್ತು $\angle PQT=110^\circ$ ಆದರೆ $\angle PRQ$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle TQP + \angle PQR = 180^\circ$	TR ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
2	$110^\circ + \angle PQR = 180^\circ \therefore \angle PQR = 70^\circ$	
3	$\angle SPR + \angle QPR = 180^\circ$	QS ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
4	$135^\circ + \angle QPR = 180^\circ \therefore \angle QPR = 45^\circ$	
5	$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180^\circ$	ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
6	$70^\circ + 45^\circ + \angle PRQ = 180^\circ \therefore \angle PRQ = 65^\circ$	



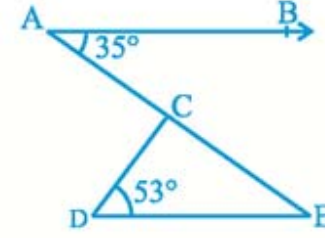
3.3.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle YXZ=62^\circ$ ಮತ್ತು $\angle XYZ=54^\circ$. $\triangle XYZ$ ನಲ್ಲಿ YO ಮತ್ತು ZO ಕ್ರಮವಾಗಿ $\angle XYZ$ ಮತ್ತು $\angle XZY$ ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ $\angle OZY$ ಮತ್ತು $\angle YOZ$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle XYZ + \angle YXZ + \angle XZY = 180^\circ$	XYZ ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
2	$54^\circ + 62^\circ + \angle XZY = 180^\circ \therefore \angle XZY = 64^\circ$	
3	$\angle OZY = \frac{64}{2} = 32^\circ$	ZO $\angle XZY$ ನ ಕೋನಾರ್ಧಕ
4	$\angle OYZ = \frac{54}{2} = 27^\circ$	YO $\angle XYZ$ ನ ಕೋನಾರ್ಧಕ
5	$\angle OYZ + \angle OZY + \angle YOZ = 180^\circ$	YOZ ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
6	$32^\circ + 27^\circ + \angle YOZ = 180^\circ \therefore \angle YOZ = 121^\circ$	



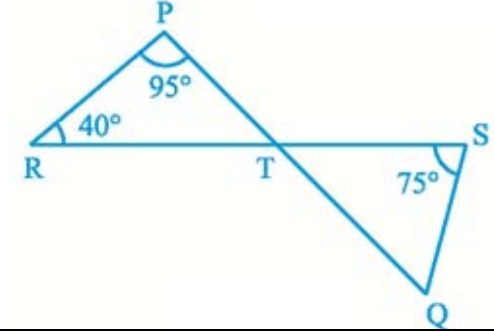
3.3.3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AB \parallel DE$, $\angle BAC = 35^\circ$ ಮತ್ತು $\angle CDE = 53^\circ$ ಆದರೆ $\angle DCE$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle BAE = \angle CED \therefore \angle CED = 35^\circ$	ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
2	$\angle CDE + \angle CED + \angle DCE = 180^\circ$	CED ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
3	$53^\circ + 35^\circ + \angle DCE = 180^\circ \therefore \angle DCE = 92^\circ$	



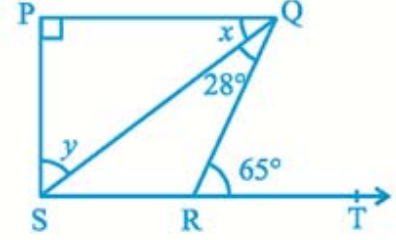
3.3.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PQ ಮತ್ತು RS ರೇಖೆಗಳು T ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $\angle PRT = 40^\circ$, $\angle RPT = 95^\circ$ ಮತ್ತು $\angle TSQ = 75^\circ$ ಆದರೆ $\angle SQT = ?$

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle PRT + \angle RPT + \angle RTP = 180^\circ$	PRT ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
2	$40^\circ + 95^\circ + \angle RTP = 180^\circ \therefore \angle RTP = 45^\circ$	
3	$\angle STQ = \angle RTP = 45^\circ$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನ
4	$\angle TSQ + \angle STQ + \angle SQT = 180^\circ$	SQT ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
5	$75^\circ + 45^\circ + \angle SQT = 180^\circ \therefore \angle SQT = 60^\circ$	



3.3.5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $PQ \perp PS$, $PQ \parallel SR$, $\angle SQR = 28^\circ$ ಮತ್ತು $\angle QRT = 65^\circ$ ಆದರೆ x ಮತ್ತು y ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle PQR = \angle QRT \therefore \angle PQR = 65^\circ$	$PQ \parallel SR$, QR ಛೇದಕ. ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
2	$\angle PQS + \angle SQR = \angle PQR$	
3	$x + 28^\circ = 65^\circ \therefore x = 37^\circ$	
4	$\angle SPQ + \angle PQS + y = 180^\circ$	PQS ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
5	$90^\circ + 37^\circ + y = 180^\circ \therefore y = 53^\circ$	



3.3.6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\triangle PQR$ ನ ಬಾಹು QR ನ್ನು S ಬಿಂದುವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. $\angle PQR$ ಮತ್ತು $\angle PRS$ ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳು T ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ.

$\angle QTR = \frac{1}{2} \angle QPR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle QTR + \angle TQR = \angle TRS$	$\angle TRS$ ವು QTR ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ
2	$\angle QTR = \angle TRS - \angle TQR$	
3	$\angle PQR + \angle QPR = \angle PRS$	$\angle PRS$ ವು PQR ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ
4	$2\angle TQR + \angle QPR = 2\angle TRS$	$\angle PQR$ ನ್ನು QT ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ & $\angle PRS$ ನ್ನು RT ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ
5	$\angle QPR = 2\angle TRS - 2\angle TQR$	
6	$\angle QPR = 2(\angle TRS - \angle TQR)$	
7	$\angle QPR = 2\angle QTR$	(2) ರಿಂದ

