6.3 ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯ:

ತರ್ಕಬದ್ಧವಾಗಿ ಸಾಧಿಸಬೇಕಾದ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು 'ಪ್ರಮೇಯ' ಎನ್ನುವರು.
ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಗಳಿರುತ್ತವೆ:–

1. **ದತ್ತ:** ಪ್ರಮೇಯದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಅಂಶಗಳು.
2. ಪ್ರಮೇಯದ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕನುಗುಣವಾದ ಒಂದು ನಕ್ಷೆ(ಚಿತ್ರ).
3. **ಸಾಧನೀಯ:** ಸಾಧಿಸಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು.
4. **ರಚನೆ:** ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧನೆಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ರಚನೆ ಬೇಕಾದರೆ, ಅವುಗಳ ರಚನೆ.
5. **ಸಾಧನೆ:** ತರ್ಕಬದ್ಧವಾದ ಸಾಧನೆ.

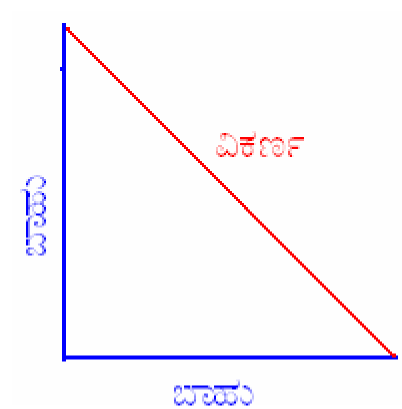
'ಪ್ರಮೇಯ'ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ:

ಪೈಥಾಗೊರಸನ ಪ್ರಮೇಯ:

"ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ".

$(\text{ವಿಕರ್ಣ})^2 = (\text{ಬಾಹು})^2 + (\text{ಬಾಹು})^2$

ಇದನ್ನು ಮುಂದೆ ಸಾಧಿಸಲಿಕ್ಕೆ ಇದ್ದೇವೆ.



6.3 ಪ್ರಮೇಯ 1: ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕರೇಖೆಯು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ

1) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

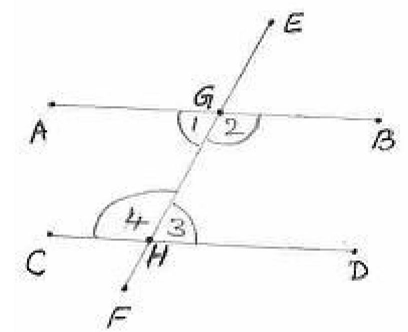
2) ಛೇದಕ ರೇಖೆಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ದತ್ತ: AB || CD, EF ಛೇದಕ ರೇಖೆಯು AB ಮತ್ತು CD ಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ G ಮತ್ತು H ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: 1) $\angle AGH = \angle GHD$, $\angle BGH = \angle CHG$ ($\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$)

2) $\angle AGH + \angle CHG = 180^0$, $\angle BGH + \angle DHG = 180^0$ ($\angle 1 + \angle 4 = 180^0$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^0$)

ಸಂ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle EGB = \angle GHD$	ಹೇಳಿಕೆ 3 : ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
2	$\angle EGB = \angle AGH$	ಹೇಳಿಕೆ 2 : ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
3	$\angle AGH = \angle GHD$	ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 1: ಒಂದೇ ಅಂಶಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ಅಂಶಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ.
4	$\angle AGE = \angle CHG$	ಹೇಳಿಕೆ 3: ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು
5	$\angle AGE = \angle BGH$	ಹೇಳಿಕೆ 2: ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
6	$\angle CHG = \angle BGH$	ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 1: ಒಂದೇ ಅಂಶಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ಅಂಶಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ.
7	$\angle AGH + \angle HGB = 180^0$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳು
8	$\angle BGH = \angle CHG$	ಹಂತ 5, 6ರಿಂದ
9	$\angle AGH + \angle CHG = 180^0$	$\angle HGB$ ಯ ಬದಲು $\angle CHG$ ಯನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದೆ.
10	$\angle CHG + \angle GHD = 180^0$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳು
11	$\angle BGH = \angle CHG$	ಹಂತ 6 ರಿಂದ
12	$\angle GHD + \angle BGH = 180^0$	10 ರಲ್ಲಿ $\angle CHG$ ಬದಲು $\angle BGH$ ಆದೇಶಿಸಿದೆ.



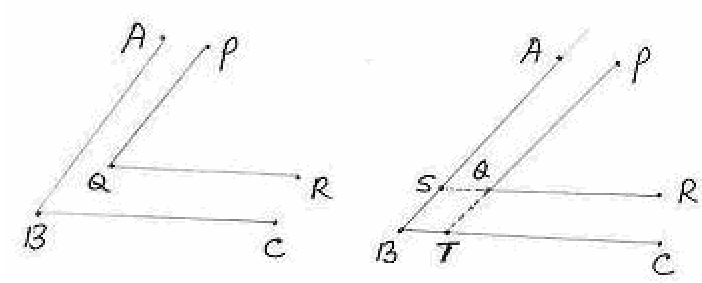
6.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB || PQ ಮತ್ತು BC || QR. ಆದರೆ $\angle PQR = \angle ABC$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: AB || PQ, BC || QR

ಸಾಧನೀಯ: $\angle PQR = \angle ABC$

ರಚನೆ: PQ ವನ್ನ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. ಅದು BC ಯನ್ನು T ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದೆ. RQ ವನ್ನ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. ಅದು AB ಯನ್ನು S ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದೆ.

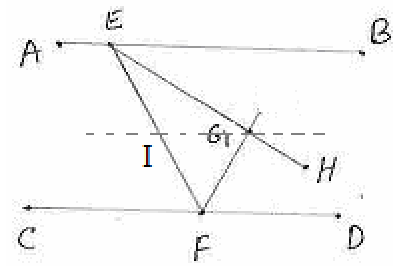
ಸಾಧನೆ:

$\angle PQR = \angle ASR$ (AB || PQ : ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು) $\angle ASR = \angle ABC$ (BC || QR : ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು) $\therefore \angle PQR = \angle ABC$	

6.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2 : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB||CD. EH ಮತ್ತು FG ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\angle$FEB ಮತ್ತು $\angle$EFD ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳು. ಆಗ, EH ಮತ್ತು FG ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ರಚನೆ: CD ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ G ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ GI ರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆದಿದೆ.

ಸಂ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle BEF + \angle EFD = 180^0$	AB ||CD, EF ಛೇದಕ
2	$\angle GEF = \frac{1}{2}\angle BEF$	$\angle$FEB ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ EH.
3	$\angle EFG = \frac{1}{2}\angle EFD$	$\angle$EFD ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ FG.
4	$\angle GEF + \angle EFG = \frac{1}{2}(\angle BEF + \angle EFD)$	2 ಮತ್ತು 3 ರಿಂದ
5	$= \frac{1}{2}(180^0) = 90^0$	1 ರಿಂದ
6	$\angle EGF = 180^0 - (\angle GEF + \angle EFG)$	Δ EFG ಯ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0
7	$= 180^0 - 90^0 = 90^0$	5 ರಿಂದ
8	ಆದ್ದರಿಂದ, EH ಮತ್ತು FG ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿವೆ.	



6.3 ಪ್ರಮೇಯ 2(1 ನೇ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ): ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕರೇಖೆಯು ಛೇದಿಸಿದಾಗ,

1) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ

ಅಥವಾ

2) ಛೇದಕ ರೇಖೆಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿನ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,

ಆ ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ದತ್ತ:

1) AB ಮತ್ತು CD ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು EF ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು

2) $\angle AGH = \angle GHD$ ($\angle BGH = \angle CHG$)

ಅಥವಾ

3) $\angle AGH + \angle CHG = 180^0$($\angle BGH + \angle DHG = 180^0$)

ಸಾಧನೀಯ: AB||CD.

ಸೂಚನೆ: ಮೊದಲು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ನಂತರ 6.2.3 ಹೇಳಿಕೆ 4 ರ ಆಧಾರದಂತೆ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗುತ್ತದೆ