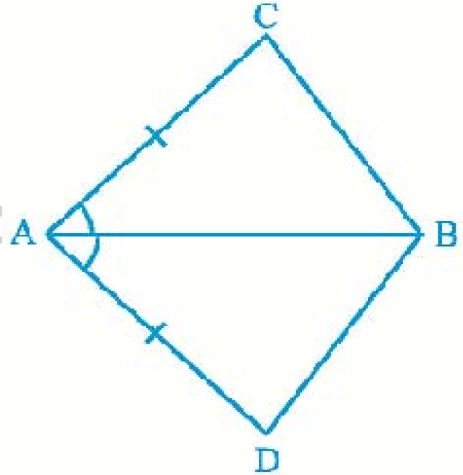
ಅಭ್ಯಾಸ 5.1

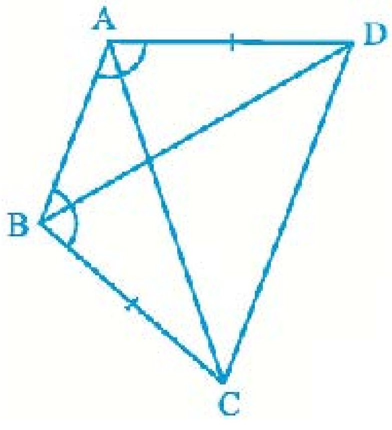
5.1.1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ABCD ಯಲ್ಲಿ AC=AD ಮತ್ತು AB ಯು ∠A ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ. ΔABC≅ ΔABD ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. BC ಮತ್ತು BD ಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ?

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔABC ಮತ್ತು ΔABD ಗಳಲ್ಲಿ	
2	AC=AD	(ದತ್ತ)
3	∠CAB = ∠BAD	AB ಯು ∠A ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ(ದತ್ತ)
4	AB=BA	AB ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
5	ΔABC≅ ΔABD	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	BC=BD	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ



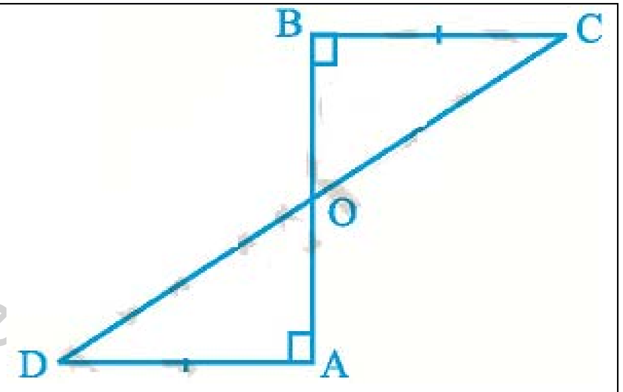
5.1.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ AD=BC ಮತ್ತು ∠DAB=∠CBA ಆಗಿದೆ. ಸಾಧಿಸಿ:
i) ΔABD≅ΔBAC ii) BD=AC iii) ∠ABD=∠BAC

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔABC ಮತ್ತು ΔABD ಗಳಲ್ಲಿ	
2	AD=BC	(ದತ್ತ)
3	∠DAB=∠CBA	(ದತ್ತ)
4	AB=BA	AB ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
5	ΔABC≅ ΔABD	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	BD=AC	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
7	∠ABD=∠BAC	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ



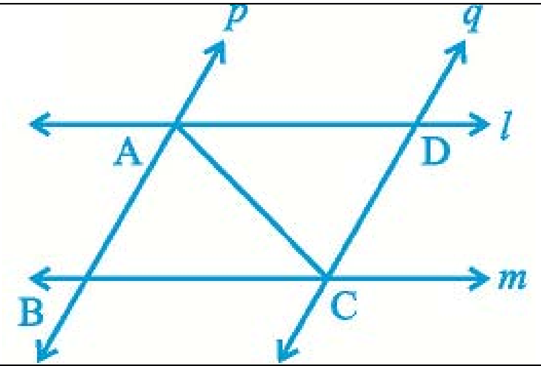
5.1.3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AD ಮತ್ತು BC ಗಳು AB ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸಮ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ. CD ಯು AB ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	Δ OBC ಮತ್ತು Δ OAD ಗಳಲ್ಲಿ	
2	$\angle$DAB = $\angle$CBA	(ದತ್ತ) -AD ಮತ್ತು BC ಗಳು AB ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬ
3	$\angle$BOC = $\angle$AOD	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನ
4	BC = AD	ಸಮ ಲಂಬಗಳು(ದತ್ತ)
5	Δ OBC $\cong$ Δ OAD	ಕೋ.ಕೋ.ಬಾ.ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	OB = OA & OD = OC	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
CD ಯು AB ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ		



5.1.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ l ಮತ್ತು m ಗಳು ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು. ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ p ಮತ್ತು q ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾದರೆ Δ ABC $\cong$ Δ CDA ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

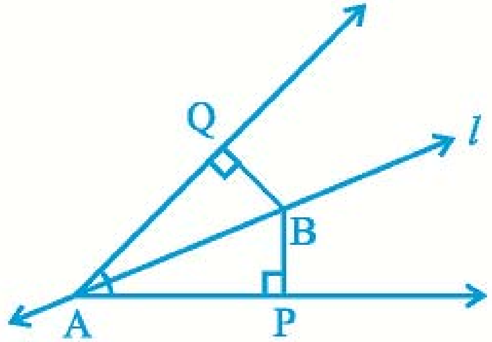
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	Δ ABC ಮತ್ತು Δ CDA ಗಳಲ್ಲಿ	
2	$\angle$BAC = $\angle$ACD	ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
3	AC = CA	AC ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
4	$\angle$BCA = $\angle$CAD	ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
4	Δ ABC $\cong$ Δ CDA	ಕೋ. ಬಾ.ಕೋ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ



5.1.5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ∠A ಯ ಕೊನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ l ಆಗಿದೆ. B ಯು l ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದು ಆಗಿದೆ. BP ಮತ್ತು BQ ಗಳು B ಯಿಂದ ∠A ನ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ. ಸಾಧಿಸಿ:

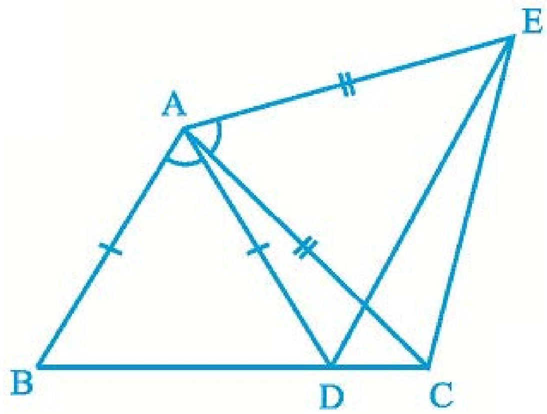
1. ∆ APB ≅ ∆ AQB
2. BP = BQ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	∆ APB ಮತ್ತು ∆ AQB ಗಳಲ್ಲಿ	
2	∠APB = ∠AQB	(ದತ್ತ) -BP ಮತ್ತು BQ ಗಳು B ಯಿಂದ l ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬ ಗಳು
3	AB = BA	AB ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
4	∠BAQ = ∠BAP	∠A ಯ ಕೊನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ l(ದತ್ತ)
5	∆ APB ≅ ∆ AQB	ಕೋ. ಬಾ.ಕೋ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	BP = BQ	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ



5.1.6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AC = AE, AB = AD ಮತ್ತು ∠BAD = ∠EAC ಆದರೆ BC = DE ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

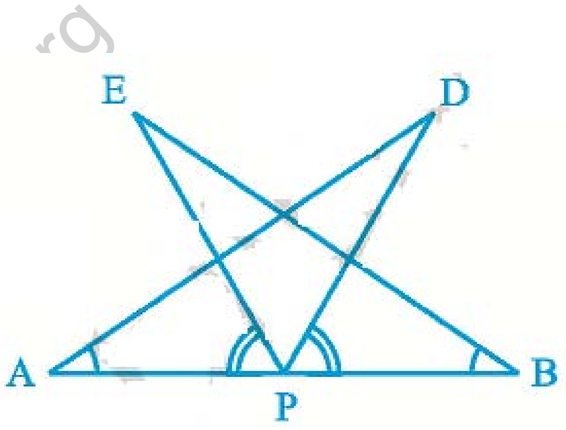
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	∆ BAC ಮತ್ತು ∆ DAE ಗಳಲ್ಲಿ	
2	AC = AE	(ದತ್ತ)
3	∠BAD = ∠EAC	(ದತ್ತ)
4	∠BAD + ∠DAC = ∠EAC + ∠DAC	ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ∠DAC ಸೇರಿಸಿ
5	∴ ∠BAC = ∠DAE	
6	AB = AD	(ದತ್ತ)
7	∆ BAC ≅ ∆ DAE	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
8	BC = DE	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ



5.1.7. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡ ಮತ್ತು P ಅದರ ಮಧ್ಯಬಿಂದು $\angle BAD = \angle ABE$ ಮತ್ತು $\angle EPA = \angle DPB$ ಆಗುವಂತೆ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳು AB ಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿವೆ. ಸಾಧಿಸಿ:

1. $\Delta DAP \cong \Delta EBP$
2. $AD = BE$

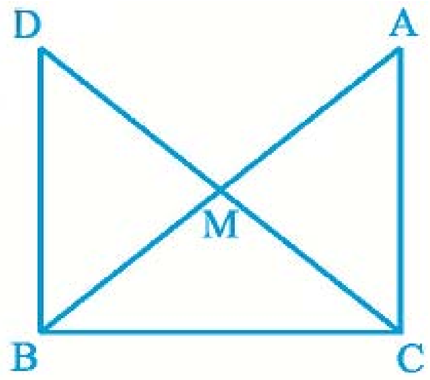
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle EPA = \angle DPB$	(ದತ್ತ)
2	$\angle EPA + \angle DPE = \angle DPB + \angle DPE$	ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ $\angle DPE$ ಸೇರಿಸಿ
3	ΔDAP ಮತ್ತು ΔEBP ಗಳಲ್ಲಿ	
4	$\therefore \angle DPA = \angle EPB$	(2) ರಿಂದ
5	$AP = PB$	P ಯು AB ಯಮಧ್ಯಬಿಂದು(ದತ್ತ)
6	$\angle BAD = \angle ABE$	(ದತ್ತ)
7	$\Delta DAP \cong \Delta EBP$	ಕೋ. ಬಾ.ಕೋ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
8	$AD = BE$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ



5.1.8. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ABC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $\angle C$ ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. ವಿಕರ್ಣ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ಆಗಿದೆ. C ನ್ನು M ಗೆ ಸೇರಿಸಿ DM=CM ಆಗುವಂತೆ D ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. D ಮತ್ತು B ಸೇರಿಸಿದೆ. ಸಾಧಿಸಿ:

i) $\Delta AMC \cong \Delta BMD$ ii) $\angle DBC$ ಲಂಬಕೋನ iii) $\Delta DBC \cong \Delta ACB$ iv) $CM = \frac{1}{2} AB$

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔAMC ಮತ್ತು ΔBMD ಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ	
2	AM=BM	ವಿಕರ್ಣ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M. (ದತ್ತ)
3	$\angle DMB = \angle AMC$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನ
4	DM=CM	(ದತ್ತ)
5	$\Delta AMC \cong \Delta BMD$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	$\angle ACM = \angle BDM$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
7	$\therefore$ AC||BD	AC & BD ಗಳಿಗೆ $\angle ACM$ & $\angle BDM$ ಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು
8	$\angle DBC + \angle ACB = 180^0$	AC & BD ಗಳಿಗೆ BC ಛೇದಕ & $\angle ACB = 90^0$(ದತ್ತ)
9	$\therefore \angle DBC = 90^0$	$\because$ $\angle ACB = 90^0$ -- $\angle C$ ಲಂಬಕೋನ. (ದತ್ತ)
10	ΔDBC ಮತ್ತು ΔACB ಗಳಲ್ಲಿ	
11	BC=CB	BC ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
12	$\angle DBC = \angle ACB$	(8) ಮತ್ತು (9)ರಿಂದ
13	BD=CA	(5) ರಿಂದ --ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
13	$\Delta DBC \cong \Delta ACB$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
14	DC=AB	(13) ರಿಂದ --ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
15	DC=DM+CM= 2CM	(ದತ್ತ)
16	$CM = \frac{1}{2}$ AB	(15) ಮತ್ತು (14)ರಿಂದ

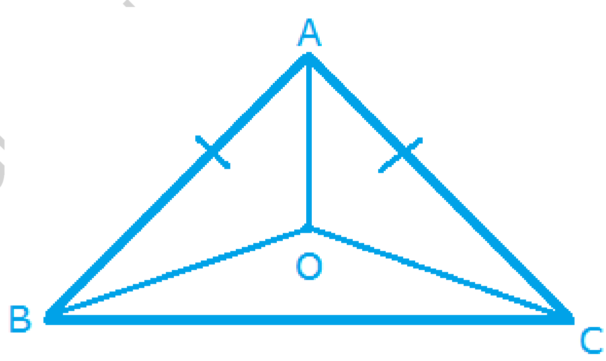


ಅಭ್ಯಾಸ 5.2

5.2.1. ABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ AB=AC. $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಸಾಧಿಸಿ:

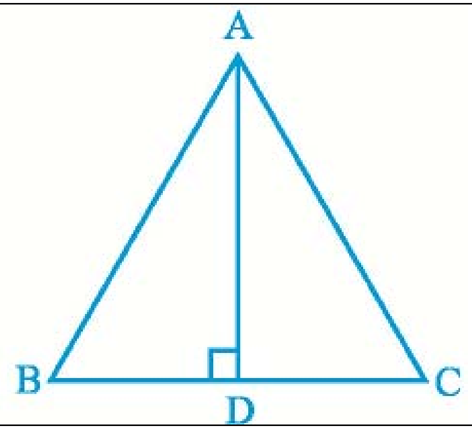
1. OB=OC
2. $\angle A$ ನ್ನು AO ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔABO ಮತ್ತು ΔACO ಗಳಲ್ಲಿ	
2	AB=AC	(ದತ್ತ)
3	$\therefore \angle B = \angle C$	ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಅಬಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
4	$\therefore \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle C \Rightarrow \angle OBC = \angle OCB$	
6	OB=OC	ಸಮಾನ ಕೋನಗಳ ಅಬಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
7	AO=OA	AO ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
8	$\Delta ABO \cong \Delta ACO$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
9	$\angle OAB = \angle OAC$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
	$\Rightarrow \angle A$ ನ್ನು AO ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.	



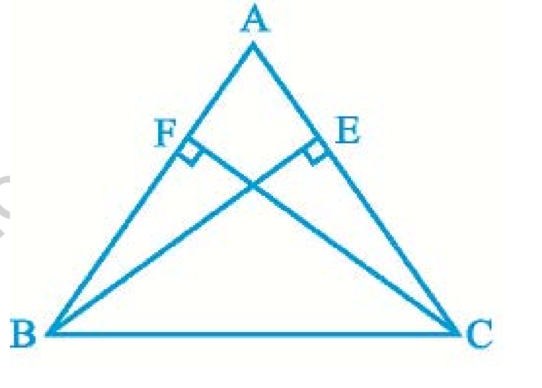
5.2.2. ಚಿತ್ರದ ΔABC ಯಲ್ಲಿ BC ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕವು AD ಆಗಿದೆ. AB=AC ಆಗಿರುವಂತೆ ΔABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔADB ಮತ್ತು ΔADC ಗಳಲ್ಲಿ	
2	AD=DA	AD ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
3	$\angle ADB = \angle ADC = 90^{O}$	AD $\perp$ BC (ದತ್ತ)
4	DB=DC	BC ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕವು AD(ದತ್ತ)
5	$\Delta ADB \cong \Delta ADC$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	AB=AC	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ



5.2.3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಸಮಬಾಹುಗಳಾದ AC ಮತ್ತು AB ಗಳಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ BE ಮತ್ತು CF ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಈ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

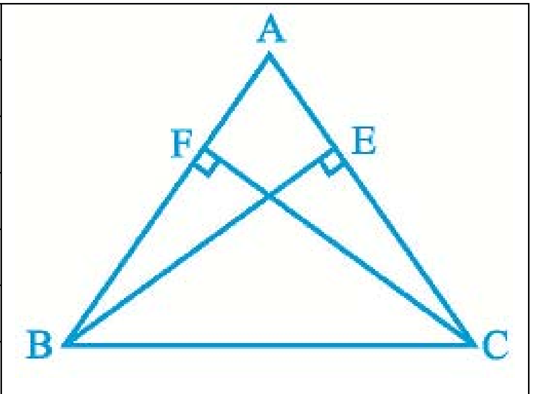
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔAEB ಮತ್ತು ΔAFC ಗಳಲ್ಲಿ	
2	$\angle AEB = \angle AFC = 90^{O}$	$BE \perp AC$ & $CF \perp AB$ (ದತ್ತ)
3	$\angle BAC = \angle CAB$	$\angle A$ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
4	$AB = AC$	(ದತ್ತ)
5	$\Delta AEB \cong \Delta AFC$	ಕೋ.ಕೋ.ಬಾ.ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	$BE = CF$(ಎತ್ತರಗಳು)	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ



5.2.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ΔABC ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಸಮಬಾಹುಗಳಾದ AC ಮತ್ತು AB ಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ BE ಮತ್ತು CF ಆಗಿದ್ದು ಅವು ಸಮವಾಗಿವೆ.. ಸಾಧಿಸಿ:

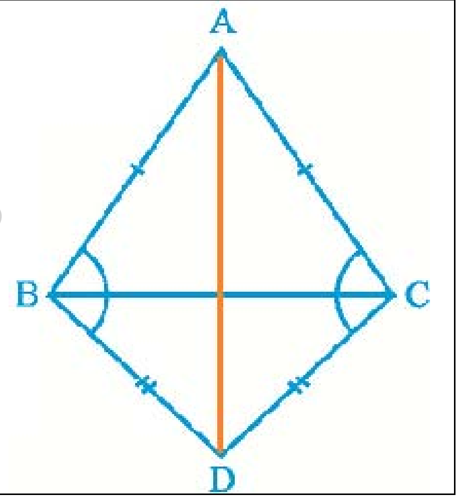
1. $AB = AC$ ಅಂದರೆ ΔABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ.
2. $\Delta ABE \cong \Delta ACF$

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔAEB ಮತ್ತು ΔAFC ಗಳಲ್ಲಿ	
2	$\angle AEB = \angle AFC = 90^{O}$	$BE \perp AC$ & $CF \perp AB$ (ದತ್ತ)
3	$\angle BAC = \angle CAB$	$\angle A$ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
4	$BE = CF$	(ದತ್ತ)
5	$\Delta AEB \cong \Delta AFC$	ಕೋ.ಕೋ.ಬಾ.ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	$AB = AC$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ



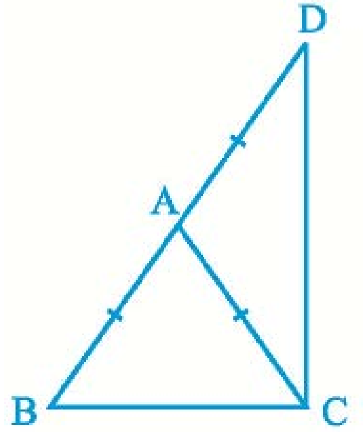
5.2.5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle DBC$ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲಿದೆ. $\angle ABD = \angle ACD$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	$\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle CDA$ ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$AB = AC$	(ದತ್ತ)
2	$BD = CD$	(ದತ್ತ)
3	$AD = DA$	AD ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
4	$\triangle ABC \cong \triangle CDA$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
5	$\angle ABD = \angle ACD$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ



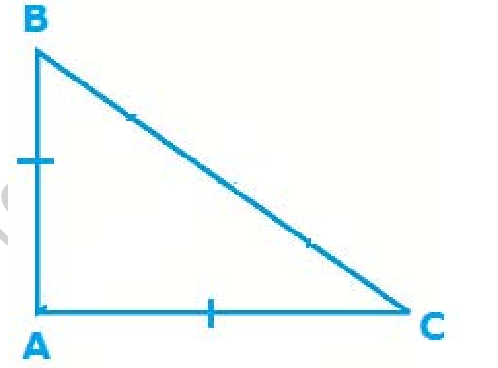
5.2.6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\triangle ABC$ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ. $AB=AC$ ಆಗಿದೆ. $AD=AB$ ಆಗುವಂತೆ BA ಯನ್ನು D ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ $\angle BCD$ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB = AC$	(ದತ್ತ)
2	$\angle ABC = \angle ACB$	ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಅಬಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
3	$AD = AC$	$AD = AB$ ಆಗುವಂತೆ BA ಯನ್ನು D ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ(ದತ್ತ) & (1) ರಿಂದ
4	$\angle ACD = \angle ADC$	ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಅಬಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
5	$\angle BCD + \angle ADC + \angle ABC = 180^{O}$	ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^{O}
6	$\angle BCD + \angle ACD + \angle ACB = 180^{O}$	(4) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ
7	$\angle BCD + \angle BCD = 180^{O}$	$\angle BCD = \angle ACD + \angle ACB$
8	$2\angle BCD = 180^{O} \quad \therefore \angle BCD = 90^{O}$	



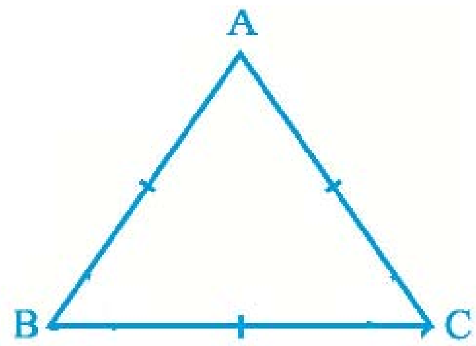
5.2.7. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ. $\angle A=90^{O}$ ಮತ್ತು $AB=AC$. ಆದರೆ, $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB=AC$	(ದತ್ತ)
2	$\angle ABC=\angle ACB$	ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಅಬಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
3	$\angle BAC+\angle ABC+\angle ACB=180^{O}$	ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^{O}
4	$90^{O}+\angle ACB+\angle ACB=180^{O}$	$\angle A=90^{O}$(ದತ್ತ) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ
5	$2\angle ACB=180^{O}-90^{O}=90^{O}$	
6	$\therefore \angle ACB=45^{O}$ & $\angle ABC=45^{O}$	(2) ರಿಂದ



5.2.8. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಸಮಬಾಹು ABC ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತೀ ಕೋನ 60^{O} ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB=AC$	(ದತ್ತ)
2	$\angle ABC=\angle BCA$	ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಅಬಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
3	$AB=BC$	(ದತ್ತ)
4	$\angle BCA=\angle BAC$	ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಅಬಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
5	$\angle B=\angle C=\angle A$	(2) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ
6	$\angle B+\angle C+\angle A=180^{O}$	ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^{O}
7	$3\angle A=180^{O}$	(5) ರಿಂದ
8	$\therefore \angle A=60^{O}$ & $\angle B=\angle C=\angle A=60^{O}$	(5) ರಿಂದ

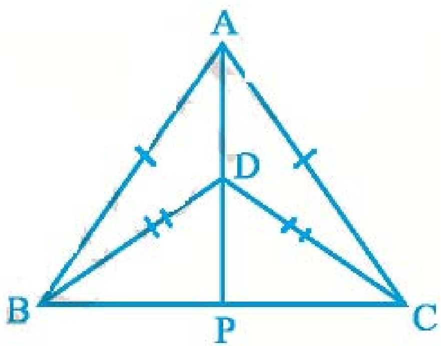


ಅಭ್ಯಾಸ 5.3

5.3.1. ಚಿತ್ರ 5.39 ರಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲೆ ΔABC ಮತ್ತು ΔDBC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ನಿಂತಿವೆ. A ಮತ್ತು D ಶೃಂಗಗಳು BC ಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿವೆ. AD ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಅದು BC ಯನ್ನು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದೆ. ಸಾಧಿಸಿ:

i) $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ ii) $\Delta ABP \cong \Delta ACP$ iii) $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle D$ ನ್ನು AP ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. iv) BC ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕ AP

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔABD ಮತ್ತು ΔACD ಗಳಲ್ಲಿ	
2	$AB = AC$	(ದತ್ತ)
3	$BD = CD$	(ದತ್ತ)
4	$AD = DA$	AD ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
5	$\Delta ABD \cong \Delta ACD$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	$\angle BAD = \angle CAD$ & $\angle ADB = \angle ADC$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
8	$\therefore \angle A$ ಯನ್ನು AD ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.	
9	ΔABP ಮತ್ತು ΔACP ಗಳಲ್ಲಿ	
10	$AB = AC$	(ದತ್ತ)
11	$\angle BAP = \angle CAP$	(6) ರಿಂದ
12	$AP = PA$	AP ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
13	$\Delta ABP \cong \Delta ACP$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
14	$\angle ADB + \angle BDP = \angle ADC + \angle CDP$	ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0
15	$\therefore \angle BDP = \angle CDP \therefore \angle D$ ಯನ್ನು AP ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ	
16	(i) $\angle BPD = \angle DPC$ & (ii) $BP = PC$	(13) ರಿಂದ-ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
17	$\angle BPD + \angle DPC = 180^0$	ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0
18	$\therefore 2\angle BPD = 180^0 \therefore \angle BPD = 90^0$	(16-i) ಮತ್ತು (17) ರಿಂದ
19	BC ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕ AP	(16-ii) ಮತ್ತು (18) ರಿಂದ

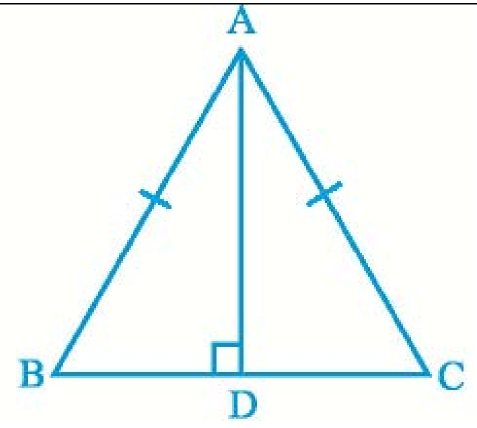


5.3.2. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB=AC ಆಗಿರುವ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ AD ಯು ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ. ಸಾಧಿಸಿ:

(1) BC ಯನ್ನು AD ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

(2) $\angle$A ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ AD.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔABD ಮತ್ತು ΔACD ಗಳಲ್ಲಿ	
2	AB=AC	(ದತ್ತ)
3	$\angle$ADB=$\angle$ADC=90^{O}	AD $\perp$ BC (ದತ್ತ)
4	AD=DA	AD ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
5	ΔABD$\cong$ ΔACD	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಅಥವಾ ಲಂ.ವಿ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ.
6	BD=DC	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
7	$\angle$BAD=$\angle$DAC	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ



5.3.3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABC ಯ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು BC ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AM ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ PQ ಮತ್ತು QR ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ PN ಗೆ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಸಾಧಿಸಿ:

(1) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$

(2) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$2BM = BC$	BC ನ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AM(ದತ್ತ)
2	$2QN = QR$	QR ನ ಮಧ್ಯರೇಖೆ PN(ದತ್ತ)
3	ΔABM ಮತ್ತು ΔPQN ಗಳಲ್ಲಿ	
4	$2BM = 2QN \quad \therefore BM = QN$	$BC = QR$(ದತ್ತ)
5	$AB = PQ$	(ದತ್ತ)
6	$AM = PN$	(ದತ್ತ)
7	$\Delta ABM \cong \Delta PQN$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
8	ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ	
9	$AB = PQ$	(ದತ್ತ)
10	$\angle ABC = \angle PQR$	(7) ರಿಂದ - ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
11	$BC = QR$	(ದತ್ತ)
12	$\Delta ABC \cong \Delta PQR$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ.

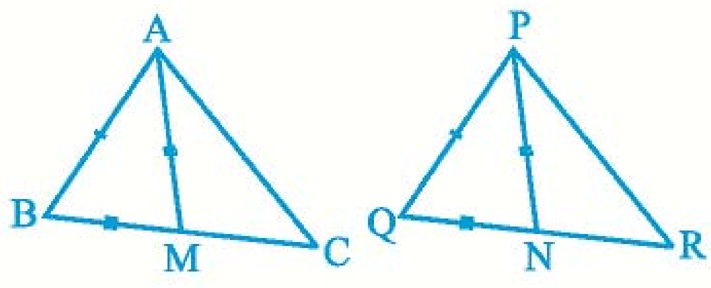
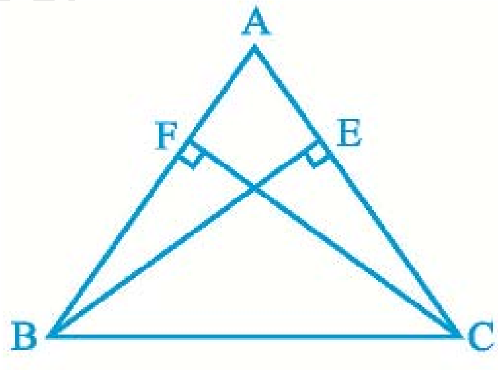


Fig. 5.40

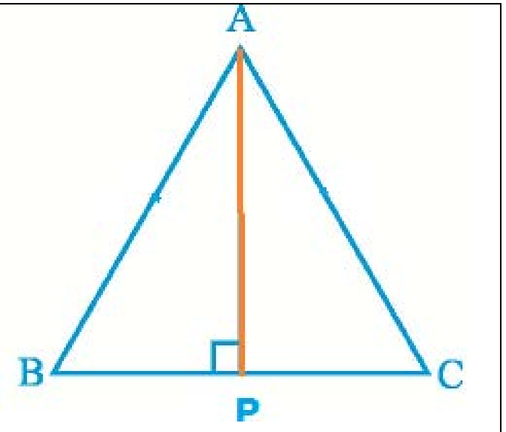
5.3.4. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ BE ಮತ್ತು CF ಗಳು ΔABC ಯ ಸಮ ಎತ್ತರಗಳಾಗಿವೆ. ಲಂ.ವಿ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ ABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔBEC ಮತ್ತು ΔBFC ಗಳಲ್ಲಿ	
2	$\angle BEC = \angle BFC = 90^O$	$BE \perp AC$ & $CF \perp AB$ (ದತ್ತ)
3	$BC = CB$	BC ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
4	$BE = CF$	(ದತ್ತ)
5	$\Delta BEC \cong \Delta BFC$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಅಥವಾ ಲಂ.ವಿ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ.
6	$BF = CE$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
7	ΔAEB ಮತ್ತು ΔAFC ಗಳಲ್ಲಿ	
8	$\angle BAC = \angle CAB$	$\angle A$ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ
9	$\angle AFC = \angle AEB = 90^O$	$BE \perp AC$ & $CF \perp AB$ (ದತ್ತ)
10	$BE = CF$	(ದತ್ತ)
11	$\Delta AEB \cong \Delta AFC$	ಕೋ.ಕೋ.ಬಾ.ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
12	$FA = EA$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
13	$BF + FA = CE + EA$	(6) ಮತ್ತು (12) ರಿಂದ
14	$BA = CA$	



5.3.5. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ AB=AC. $\angle B = \angle C$ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು $AP \perp BC$ ಎಳೆಯಿರಿ.

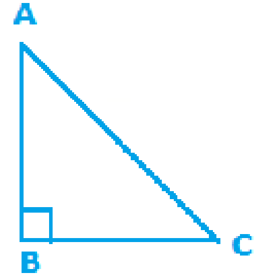
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	ΔAPB ಮತ್ತು ΔAPC ಗಳಲ್ಲಿ	
2	AB=AC	(ದತ್ತ)
3	$\angle APB = \angle APC = 90^{O}$	$AP \perp BC$: ರಚನೆ
4	AP=PA	AP ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
5	$\Delta APB \cong \Delta APC$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಅಥವಾ ಲಂ.ವಿ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ.
6	$\angle ABC = \angle ACB$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
7	$\therefore$ ABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ	(2) ಮತ್ತು (6) ರಿಂದ



ಅಭ್ಯಾಸ 5.4

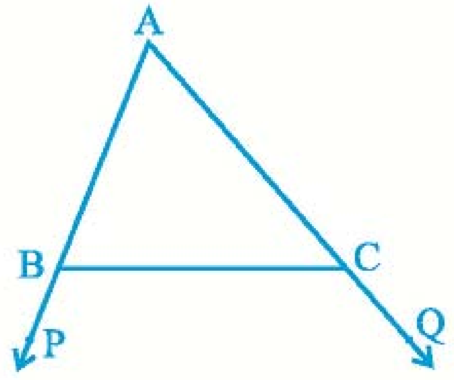
5.4.1 ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣವು ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle A+\angle B+\angle C=180^0$	ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0
2	$\angle A+\angle C=90^0$	$\angle B=90^0$ & $\angle A+\angle C=180^0-\angle B=180^0-90^0$
3	$\therefore \angle B=\angle A+\angle C$	$\angle B=90^0$
4	$\therefore \angle B>\angle A$ & $\angle B>\angle C$	
5	$\therefore AC>BC$ & $AC>AB$	ಯಾವುದೇ Δ ದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು ದೊಡ್ಡದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ



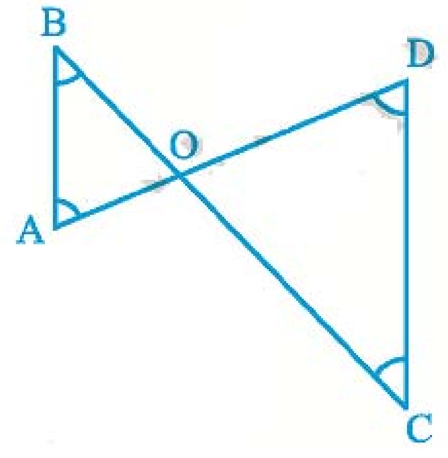
5.4.2 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು AC ಯನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ P ಮತ್ತು Q ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. ಹಾಗೆಯೇ $\angle PBC<\angle QCB$ ಆಗಿದೆ. $AC>AB$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle PBC<\angle QCB$	(ದತ್ತ)
2	$-\angle PBC>-\angle QCB$	ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ $<$ ಎನ್ನುವುದು $>$ ಆಗುತ್ತದೆ
3	$180^0-\angle PBC>180^0-\angle QCB$	ಎರಡೂ ಕಡೆ 180^0 ಯಿಂದ (2) ನ್ನು ಕಳೆದಿದೆ.
4	$\angle ABC>\angle ACB$	
5	$\therefore AC>AB$	ಯಾವುದೇ Δ ದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು ದೊಡ್ಡದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ



5.4.3 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle B < \angle A$ ಮತ್ತು $\angle C < \angle D$ ಆದರೆ $AD < BC$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

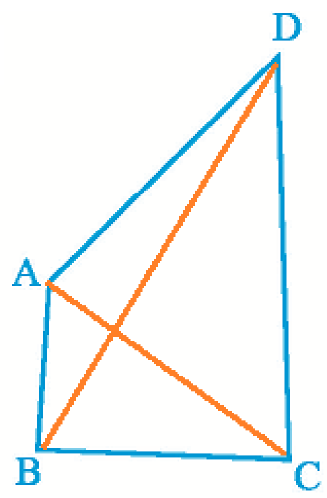
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle B < \angle A \Rightarrow \angle A > \angle B$	(ದತ್ತ)
2	$OB > OA$	ಯಾವುದೇ Δ ದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು ದೊಡ್ಡದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ
3	$\angle C < \angle D$	(ದತ್ತ)
4	$OC > OD$	ಯಾವುದೇ Δ ದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು ದೊಡ್ಡದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ
5	$\therefore OB + OC > OA + OD$	$(2) + (4)$
6	$BC > AD$	I.e. $AD < BC$



5.4.4 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ. $\angle A > \angle C$ ಮತ್ತು $\angle B > \angle D$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

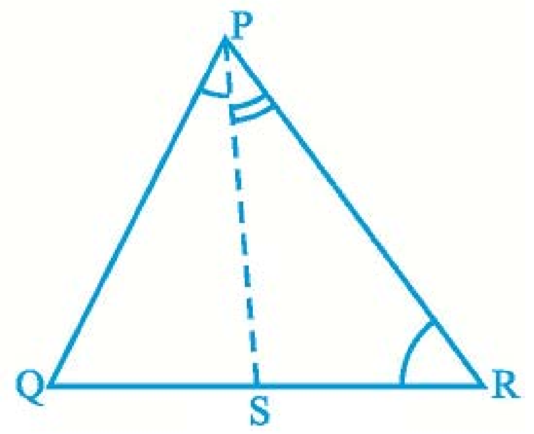
ರಚನೆ: AC ಯನ್ನು ಮತ್ತು BD ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	Δ ABC ಯಲ್ಲಿ $AB < BC$	ABCD ಯಲ್ಲಿ AB ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕಬಾಹು
2	$\therefore \angle BCA < \angle BAC$	ಯಾವುದೇ Δ ದಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಕೋನ ಚಿಕ್ಕದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ
3	Δ ADC ಯಲ್ಲಿ $AD < CD$	ABCD ಯಲ್ಲಿ CD ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡಬಾಹು
4	$\therefore \angle ACD < \angle CAD$	ಯಾವುದೇ Δ ದಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಕೋನ ಚಿಕ್ಕದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ
5	$\angle BCA + \angle ACD < \angle BAC + \angle CAD$	(2)+(4)
6	$\angle BCD < \angle BAD$	I.e $\angle A > \angle C$
7	Δ ABD ಯಲ್ಲಿ $AB < AD$	ABCD ಯಲ್ಲಿ AB ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕಬಾಹು
8	$\therefore \angle ADB < \angle ABD$	ಯಾವುದೇ Δ ದಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಕೋನ ಚಿಕ್ಕದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ
9	Δ BDC ಯಲ್ಲಿ $BC < CD$	ABCD ಯಲ್ಲಿ CD ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡಬಾಹು
10	$\therefore \angle BDC < \angle DBC$	ಯಾವುದೇ Δ ದಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಕೋನ ಚಿಕ್ಕದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ
11	$\angle ADB + \angle BDC < \angle ABD + \angle DBC$	(8)+(10)
12	$\angle ADC < \angle ABC$	I.e. $\angle B > \angle D$



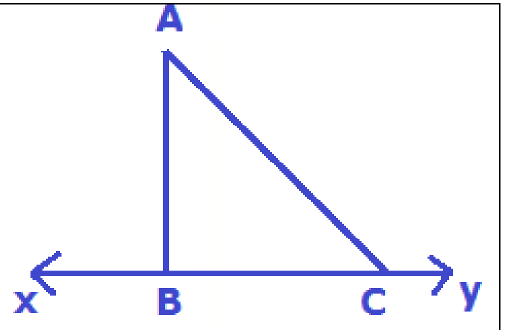
5.4.5 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PR>PQ ಮತ್ತು ∠QPR ನ್ನು PS ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ∠PSR>∠PSQ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	PR>PQ	(ದತ್ತ)
2	∠PQR>∠PRQ	ಯಾವುದೇ Δ ದಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಕೋನ ಚಿಕ್ಕದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ
3	∠PQR+∠QPS >∠PRQ+∠SPR	∠QPS =∠SPR(ದತ್ತ- PS ∠QPR ನ್ನು ದ್ವಿಬಾಗಿಸುತ್ತದೆ) ಹಾಗೂ ಎರಡೂ ಕಡೆ ಸಮನಾದ ಅಂಶವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದೆ.
4	180^{O}-∠QSP >180^{O}-∠PSR	∠PQR+∠QPS+∠PSQ=180^{O} & ∠PRQ+∠SPR+∠PSR=180^{O}
5	-∠QSP > -∠PSR	
6	∠QSP < ∠PSR	I.e. ∠PSR>∠PSQ



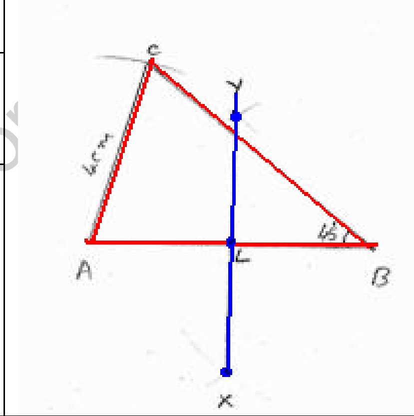
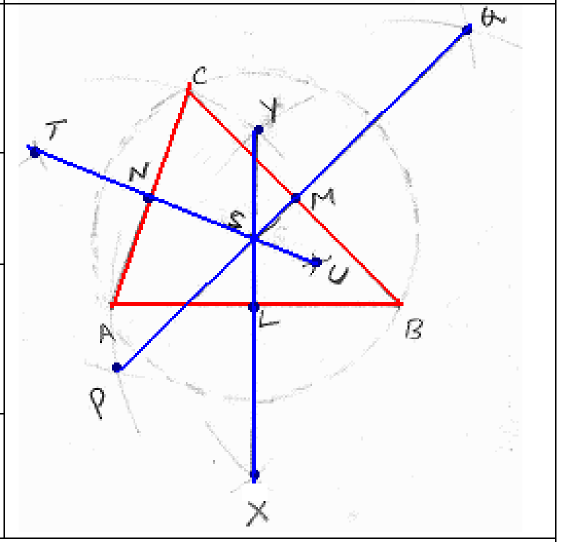
5.4.6 ದತ್ತ ಸರಳ ರೇಖೆಗೆ ಒಂದು ಹೊರಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬರೇಖಾಖಂಡವೇ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	∠ABC=90^{O}	ರಚನೆ
2	∠B > ∠C	∠C +∠A=90^{O} ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ∠C < 90^{O}
3	AC>AB	ಯಾವುದೇ Δ ದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು ದೊಡ್ಡದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ
4	I.e. AB < AC	



ಅಭ್ಯಾಸ 5.5

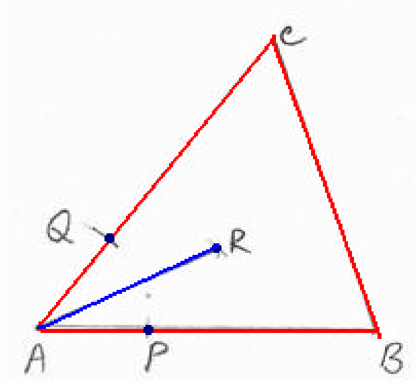
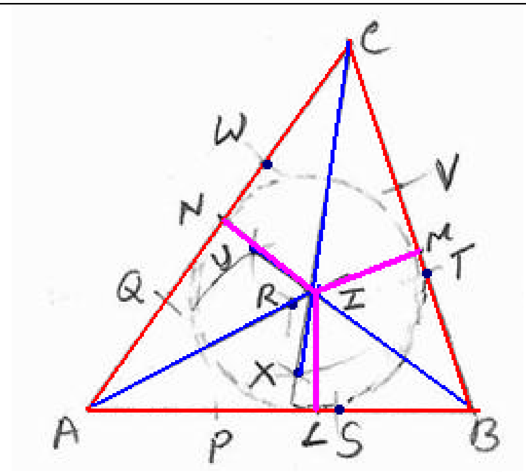
5.5.1 Δ ABC ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ. ABC ಯ ಎಲ್ಲಾ ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ

ಹಂತ.	ರಚನೆ	ಚಿತ್ರ
1	ದತ್ತ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ (AB=7.5 ಸೆಂ.ಮಿ, $\angle$ABC=45^{O},AC=4 ಸೆಂ.ಮಿ)	
2	A ಮತ್ತು B ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು AB ಯ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ AB ಯ ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡೆರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಈ ಕಂಸಗಳು X ಮತ್ತು Y ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ	
3	X ಮತ್ತು Y ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ. XY ರೇಖೆಯು AB ಯನ್ನು L ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ (**XY**ರೇಖೆಯು AB ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು AB ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆ.)	
4	B ಮತ್ತು C ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು BC ಯ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ BC ಯ ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡೆರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.ಈ ಕಂಸಗಳು P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.	
5	PQ ಜೋಡಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು BC ಯನ್ನು M ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ (**PQ** ರೇಖೆಯು BC ಗೆಲಂಬವಾಗಿದ್ದು BC ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.)	
6	A ಮತ್ತು C ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು AC ಯ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ AC ಯ ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡೆರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.ಈ ಕಂಸಗಳು T ಮತ್ತು U ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.	
7	TU ಜೋಡಿಸಿ. ಈ ರೇಖೆಯು AC ಯನ್ನು N ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ (**TU** ರೇಖೆಯು AC ಯನ್ನುಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.)	

ಗಮನಿಸಿ: ಮೇಲಿನ ಮೂರು ಲಂಬಾರ್ಧರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು 'S' ನಲ್ಲಿ ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತವೆ.

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ:ತ್ರಿಜ್ಯದ ಬಾಹುಗಳ ಲಂಬಾರ್ಧರೇಖೆಗಳು ಏಕೀಭವಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು "ಪರಿಕೇಂದ್ರ" (Circumcenter) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು **'S'** ಅಥವಾ **'C'** ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

5.5.2 Δ ABC ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ. ABC ಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ

ಹಂತ.	ರಚನೆ	ಚಿತ್ರ
1	ದತ್ತ ಅಳತೆಯ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.	
2	A ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು AB ಮತ್ತು AC ಗಳನ್ನು P ಮತ್ತು Q ಗಳಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.	
3	P ಮತ್ತು Q ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು PQ ನ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ, R ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.	
4	**AR** ಜೋಡಿಸಿ. ಇದು $\angle$CAB ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕರೇಖೆ.	
5	B ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, ಅನುಕೂಲವಾದ ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ,, BC ಮತ್ತು BA ಗಳನ್ನು T ಮತ್ತು S ಗಳಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.	
6	T ಮತ್ತು S ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, TS ನ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳು U ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ	
7	**BU** ಜೋಡಿಸಿ. ಇದು $\angle$ABC ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕರೇಖೆ.	
8	C ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, ಅನುಕೂಲವಾದ ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ,, CA ಮತ್ತು CB ಗಳನ್ನು W ಮತ್ತು V ಗಳಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.	
9	W ಮತ್ತು V ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, WV ನ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳು X ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ	
10	**CX** ನ ಜೋಡಿಸಿ. ಇದು $\angle$ACB ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕರೇಖೆ.	
11	ಮೂರು ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು ‘I’ ನಲ್ಲಿ ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತವೆ.	

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ:ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು “ಅಂತಃಕೇಂದ್ರ” (Incenter) ಎನ್ನುವರು ಮತ್ತು ಅದನ್ನ ‘I’ ಯಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

5.5.3 ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ ಜನರು ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರೀಕೃತರಾಗಿದ್ದಾರೆ.

A: ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿ ಭಿನ್ನ ಇಳಿಜಾರು(ಜಾರುವ ಬಂಡೆ) ಮತ್ತು ಉಯ್ಯಾಲೆ ಇರುವ ಕಡೆ.

B: ಮಾನವ ನಿರ್ಮಿತ ಕೊಳ ಇರುವ ಕಡೆ.

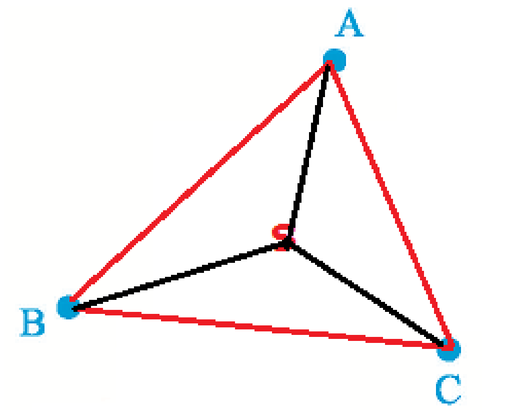
C: ಹೆಚ್ಚು ವಾಹನಗಳನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸುವ ಮತ್ತು ಹೊರಗಡೆ ಹೋಗುವ ಕಡೆ.

ಹೆಚ್ಚು ಜನ ಐಸ್ ಕ್ರೀಂ ಅಂಗಡಿಗೆ ಬರಲು ಅದನ್ನು ಎಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾಪಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

ಗಮನಿಸಿ : ಹೆಚ್ಚು ಐಸ್ ಕ್ರೀಂ ಮಾರಾಟವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಈ ಎಲ್ಲ ಜಾಗಗಳಿಂದ ಐಸ್ ಕ್ರೀಂ ಅಂಗಡಿ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕು.

ರಚನಾಕ್ರಮ: ಮೇಲೆ 5.5.1 ನಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದಂತೆ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಲಂಬಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

ಈ ರೇಖೆಗಳು ಎಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆಯೋ ಅದು ಎಲ್ಲಾ ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. AS=BS=CS



5.5.4 ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ನಕ್ಷತ್ರ ಆಕಾರದ ರಂಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ನಿಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಾಧ್ಯವೋ ಅಷ್ಟು 1 ಸೆ.ಮೀ. ಬಾಹು ಉದ್ದವಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಂದ ತುಂಬಿ ಭರ್ತಿ ಮಾಡಬೇಕಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಣಿಸಿ. ಯಾವುದರಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿವೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ರೇಖೆಯಿಂದ ಪ್ರತೀ ಅಕೃತಿಯಲ್ಲೂ 5 ಸೆ.ಮೀ. ಉದ್ದವಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?

i)ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ ಆಕಾರದ ರಂಗೋಲಿ ಒಳಗಡೆ 5 ಸೆ.ಮೀ. ಬಾಹು ಉದ್ದವಿರುವ 6 ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿವೆ.

ii)ನಕ್ಷತ್ರ ಆಕಾರದ ರಂಗೋಲಿ ಒಳಗಡೆ 5 ಸೆ.ಮೀ. ಬಾಹು ಉದ್ದವಿರುವ 12 ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿವೆ.

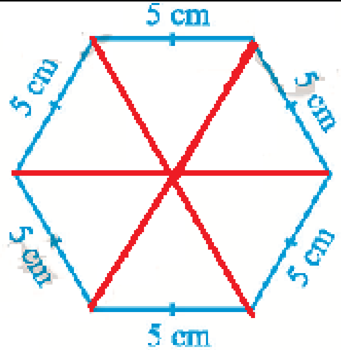
ಸಹಜವಾಗಿ ನಕ್ಷತ್ರ ಆಕಾರದ ರಂಗೋಲಿ ಒಳಗಡೆ 1 ಸೆ.ಮೀ. ಬಾಹು ಉದ್ದವಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಜಾಸ್ತಿ ಇವೆ.

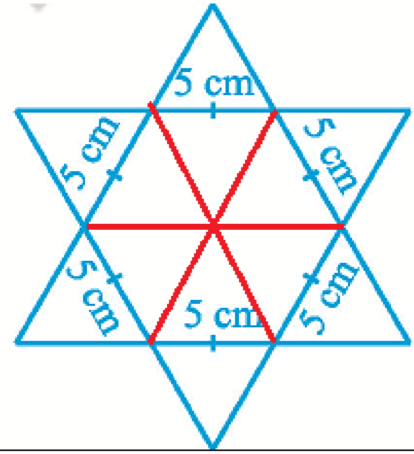
a ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಬಹುದು:

a ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$\therefore$ 5 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\sqrt{3}}{4} 5^2$ ------→(1)

$\therefore$ 1 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ ------→(2)





ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯ ಒಳಗೆ ಇರುವ 1 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =

ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (6 ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) ÷ 1 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = **150**

(ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ ನಂತರ 6 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ)

ನಕ್ಷತ್ರ ಆಕೃತಿಯ ಒಳಗೆ ಇರುವ 1 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =

ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ(12 ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) ÷ 1 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = **300**

(ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ ನಂತರ 12 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ)