ಅಭ್ಯಾಸ 8.1

8.1.1 “ಮುಂದೆ ಶಾಲೆ ಇದೆ” ಎಂದು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಚಾರ ಸಂಜ್ಞಾಫಲಕವು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿದ್ದು ಅದರ ಬಾಹು ‘a’ ಆಗಿದೆ. ಸಂಜ್ಞಾಫಲಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ಸಂಜ್ಞಾಫಲಕದ ಸುತ್ತಳತೆ 180cm ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಸಂಜ್ಞಾಫಲಕವು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ. ಅದರ ಬಾಹು ‘a’ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ

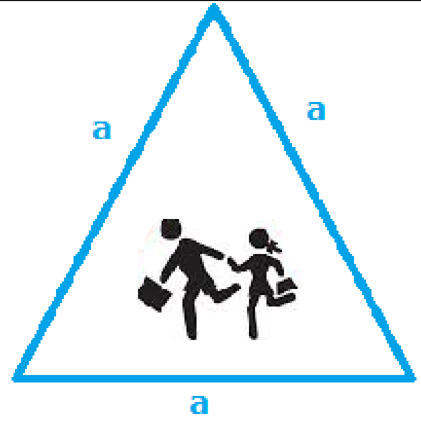
$2s = a+a+a = 3a \therefore s = \frac{3}{2}a$

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ಸಂಜ್ಞಾಫಲಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{\frac{3}{2}a(\frac{3}{2}a-a)(\frac{3}{2}a-a)(\frac{3}{2}-a)} = \sqrt{\frac{3}{2}a(\frac{a}{2})(\frac{a}{2})(\frac{a}{2})} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

ಸಂಜ್ಞಾಫಲಕದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ(a)= 60cm($\because$ ಸಂಜ್ಞಾಫಲಕದ ಸುತ್ತಳತೆ(2s) =3a=180cm)

ಸಂಜ್ಞಾಫಲಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} 60*60 = 900\sqrt{3}$ cm^2



8.1.2 ಒಂದು ಮೇಲುಸೇತುವೆಯ ತ್ರಿಭುಜಾಕರದ ಬದಿಯ ಗೋಡೆಗಳನ್ನು ಜಾಹೀರಾತು ಬರೆಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ. ಗೋಡೆಯ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವು 122m, 22m ಮತ್ತು 120m ಇವೆ. ಜಾಹೀರಾತು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಪ್ರತಿ m^2 ಗೆ ರೂ. 5000 ದಂತೆ ಆದಾಯಗಳಿಸುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಕಂಪನಿಯು ಈ ಗೋಡೆಗಳನ್ನು ಒಂದನ್ನು ಮೂರು ತಿಂಗಳಿಗಾಗಿ ಬಾಡಿಗೆಗೆ ಪಡೆದರೆ. ಅದು ನೀಡುವ ಬಾಡಿಗೆ ಎಷ್ಟು?

ಇಲ್ಲಿ a=122m,b=22m,c=120m ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ $2s = 122+22+120=264 \therefore s = \frac{264}{2} = 132$

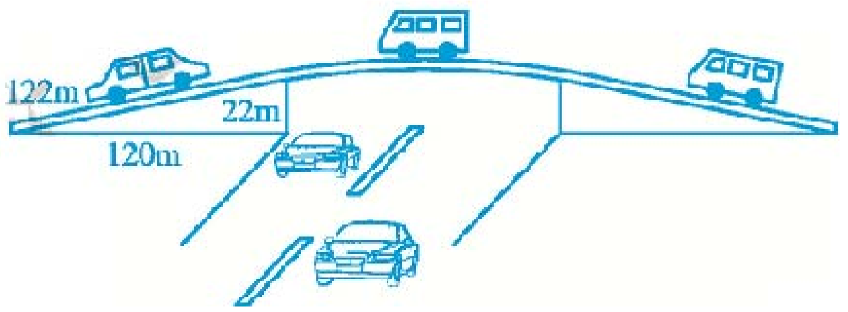
ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ಗೋಡೆಯ ಜಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{132(132-122)(132-22)(132-120)} = \sqrt{132*10*110*12} = 1320$

1 m^2 ಗೆ ಒಂದು ವರ್ಷದ(=12 ತಿಂಗಳ) ಬಾಡಿಗೆ=5000

1 m^2 ಗೆ 1 ತಿಂಗಳ ಬಾಡಿಗೆ= $\frac{5000}{12}$

1320 m^2 ಗೆ 3 ತಿಂಗಳ ಬಾಡಿಗೆ= $\frac{5000}{12} * 1320 * 3 = 1650000$ ರೂ



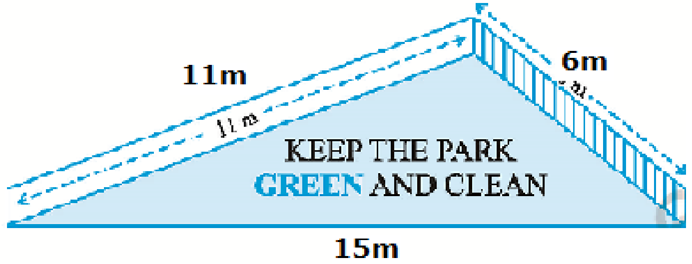
8.1.3 ಒಂದು ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ ಜಾರುಬಂಡೆ ಇದೆ. ಅದರ ಒಂದು ಬದಿಯ ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಬಣ್ಣದಿಂದ "**ಈ ಉದ್ಯಾನವನ್ನು ಹಸಿರಾಗಿ ಸ್ವಚ್ಛವಾಗಿಡಿ ಎಂದು ಬರೆದಿದೆ**". ಗೋಡೆಯ ಬಾಹುಗಳು 15m,11m ಮತ್ತು 6m ಇದ್ದರೆ ಬಣ್ಣ ಬಳಿದ ಜಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇಲ್ಲಿ a=15m,b=11m,c=6m ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ 2s= 15+11+6=32 $\therefore$ s= $\frac{32}{2}$=16

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ಬಣ್ಣ ಬಳಿದ ಜಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=

$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{16(16-15)(16-11)(16-6)} = \sqrt{16*1*5*10}$ =20 $\sqrt{2}$ m^2



8.1.4 ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು 18cm ಮತ್ತು 10cm ಆಗಿದ್ದು ಸುತ್ತಳತೆ 42cm ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು a, b, c ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ a=18cm,b=10cm.

$\therefore$ ಸುತ್ತಳತೆ= a+b+c=18+10+c=42 $\therefore$ c=42-28=14

$\therefore$ 2s=a+b+c=42 $\therefore$s= 21

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{21(21-18)(21-10)(21-14)} = \sqrt{21*3*11*7}$ =21 $\sqrt{11}$ cm^2

8.1.5 ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತವು 12:17:25 ಮತ್ತು ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆಯು 540cm ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12:17:25=12x:17x:25x ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ (ಏಕೆಂದರೆ ಅನುಪಾತದ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಪದ x ನಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗಿದೆ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು a, b, c ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ a=12x,b=17x,c=25x.

$\therefore$ ಸುತ್ತಳತೆ= a+b+c=(12x+17x+25x)=540 $\therefore$ 54x=540

$\therefore$ x=10 $\Rightarrow$ a=12x=120; b=17x=170; c=25x=250.

2s=a+b+c=120+170+250= 540 $\therefore$s= 270

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{270(270-120)(270-170)(270-250)} = \sqrt{270*150*100*20}$ =9000cm^2

8.1.6 ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆಯು 30cm ಮತ್ತು ಅದರ ಸಮಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 12cm ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು a, b, c ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ a= b.(ತ್ರಿಭುಜವು ಎರಡು ಸಮಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ,)

$\therefore$ ಸುತ್ತಳತೆ= a+b+c=(12+12+ c)=30 $\therefore$ c =30-24= 6

2s=30 $\therefore$ s= 15

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{15(15-12)(15-12)(15-6)} = \sqrt{15*3*3*9} = 9\sqrt{15}$ cm^2

ಅಭ್ಯಾಸ 8.2

8.2.1 ಒಂದು ಉದ್ಯಾನವನವು ABCD ಚತುರ್ಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ $\angle C=90^{o}$,AB=9m,BC=12m,CD=5m ಮತ್ತು AD=8m. ಅದು ಅತಿಕ್ರಮಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

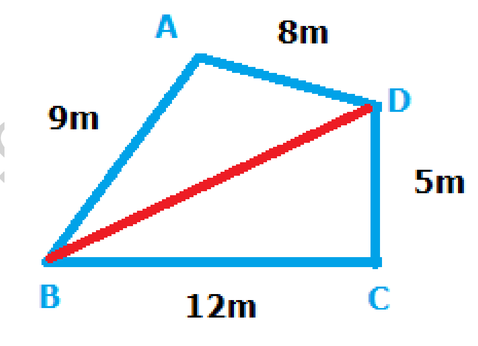
ΔBCD ಯಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ $BD^2=BC^2+CD^2=$

$12^2+5^2=144+25=169=13^2 \quad \therefore BD=13$

ΔBCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{1}{2}$BC*CD= $\frac{1}{2}$*12*5=$30m^2$

ΔABD ಯಲ್ಲಿ a=9m, b=8m, c=BD=13m ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ 2s= 9+8+13=30m $\therefore$ s=15m



ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ΔABD ಯ

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\sqrt{15(15-9)(15-8)(15-13)}=\sqrt{15*6*7*2}=6\sqrt{35}$ =6*5.91=$35.496m^2$

ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= Δ BCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ+ ΔABD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =30+35.496=$65.496m^2$

8.2.2 AB=3CM, BC=4CM, CD=4cm DA=5 cm ಮತ್ತು AC=5cm ಇರುವ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ΔABC ಯಲ್ಲಿ a=3cm, b=4cm, c= 5cm ಆಗಿರಲಿ.

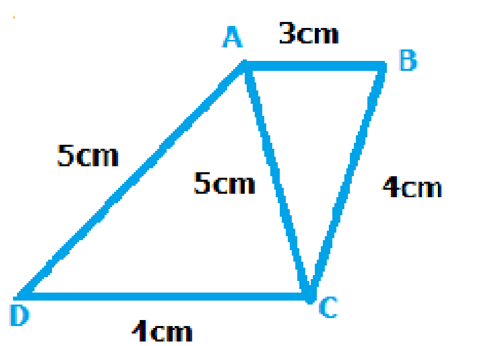
ಆಗ 2s= 3+4+5=12 cm $\therefore$ s=6 cm

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ΔABD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=

$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}=\sqrt{6*3*2*1}=6\ cm^2$

ΔADC ಯಲ್ಲಿ a=AD=5cm, b=AC=5cm, c=CD= 4cm ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ 2s= 5+5+4=14cm $\therefore$ s=7cm



ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ΔADC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\sqrt{7(7-5)(7-5)(7-4)}=\sqrt{7*2*2*3}=2\sqrt{21}$ =2*4.583=9.166

ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ΔABD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ+ ΔADC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =6 +9.166 =$15.166cm^2$

8.2.3 ಚಿತ್ರ 8.15 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ, ಒಂದು ವಿಮಾನದ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದದಿಂದ ರಾಧಾಳು ಮಾಡಿದಳು. ಅವಳು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಕಾಗದದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜ I ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ. ಇದರ ಪಾದ 1cm, ಸಮಬಾಹುಗಳು 5cm.

ಇಲ್ಲಿ a=5cm, b=5cm, c= 1cm ಆದಾಗ 2s= 5+5+1=11cm $\therefore$ s=5.5cm

I ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{5.5(5.5-5)(5.5-5)(5.5-1)} = \sqrt{5.5*0.5*0.5*4.5}$$

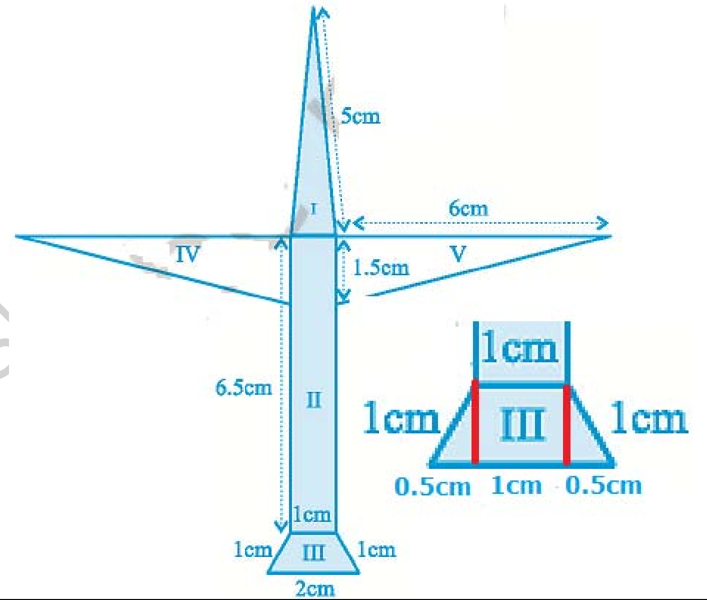
$$= (0.5)*\sqrt{5.5*4.5} = (0.5)*\sqrt{5.5*4.5} = (0.5)*\sqrt{24.75} = 2.488$$

ಚತುರ್ಭುಜ II ಒಂದು ಆಯತ. ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= l*b=6.5*1=6.5cm^2

ಚತುರ್ಭುಜ III ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ. ಇದರ ಎತ್ತರ(h) ನ್ನು ಮೊದಲು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಗಾತ್ರ ಹೆಚ್ಚಿಸಿರುವ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?. ಅದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ, ಆಯತ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ.

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದಾಗ

$$1^2=(0.5)^2+h^2 \quad \therefore \quad h=\sqrt{1-(0.5)^2} = \sqrt{1-(0..25} = \sqrt{0.75}$$



ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{1}{2}*b*h=\frac{1}{2}*0.5*\sqrt{0.75}$ cm^2

$\therefore$ III ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$=\frac{1}{2}*0.5*\sqrt{0.75}+1*\sqrt{0.75}+\frac{1}{2}*0.5*\sqrt{0.75}=(\sqrt{0.75})*(0.25+1+0.25)=1.5*\sqrt{0.75}=1.299$$

ತ್ರಿಭುಜ IV ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ತ್ರಿಭುಜ V ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\frac{1}{2}*b*h=\frac{1}{2}*1.5*6=4.5cm^2$

ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಕಾಗದದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=(I+II+III+IV+V)=(2.488+ 6.5 + 1.299 + 4.5 + 4.5)cm^2=19.287cm^2

8.2.4 ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಹಾಗೂ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದೇ ಪಾದವನ್ನು ಮತ್ತು ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು 26cm, 28cm ಮತ್ತು 30cm ಹಾಗೂ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು 28cm ಪಾದದ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದ್ದರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು a, b, c ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ a=26cm, b=28cm, c= 30cm ಆಗಿರಲಿ. $\therefore$ 2s = a+b+c=26+28+30=42 =84 $\therefore$ s= 42cm

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)} = \sqrt{42*16*14*12}$ =336 cm^2

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರ h ಆಗಿರಲಿ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$\therefore$ h*28=336 $\therefore$ h=12. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರ=12cm

8.2.5 ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಜಮೀನು 18 ಹಸುಗಳು ಮೇಯಲು ಹಸಿರು ಹುಲ್ಲನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಪ್ರತೀ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವು 30m ಮತ್ತು ಅದರ ದೊಡ್ಡದಾದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು 48m ಆದರೆ, ಪ್ರತೀ ಆಕಳಿಗೆ ಸಿಗುವ ಹುಲ್ಲಿನ ಜಮೀನಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ΔBCD ಯಲ್ಲಿ a=30m, b=30m, c= 48m ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ 2s= 30+30+48=108m $\therefore$ s=54m

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ΔABD ಯ

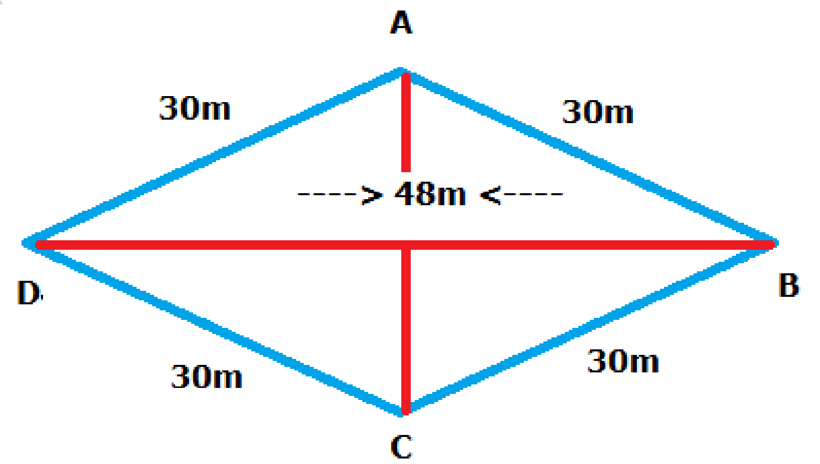
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{54(54-30)(54-30)(54-48)}$

$= \sqrt{54*24*24*6}$ =432 m^2

ಜಮೀನು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಕರ್ಣವು ಅದನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಜಮೀನಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =2(ΔABD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) =864 m^2

ಪ್ರತೀ ಆಕಳಿಗೆ ಸಿಗುವ ಹುಲ್ಲಿನ ಜಮೀನಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{864}{18}$ =48 m^2



8.2.6 ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಣ್ಣಗಳಿಂದ ಮಾಡಿದ ಹತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿಯ ಬಟ್ಟೆಯನ್ನು ಹೊಲಿದು ಒಂದು ಛತ್ರಿ ಮಾಡಿದೆ. ಪ್ರತೀ ತುಂಡು ಬಟ್ಟೆಯ ಅಳತೆಯು 20cm, 50cm ಮತ್ತು 50cm ಆಗಿದೆ. ಛತ್ರಿಗೆ ಪ್ರತೀ ಬಣ್ಣದ ಎಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಬಟ್ಟೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ a=20cm, b=50cm, c= 50cm ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ 2s= 20+50+50=120c $\therefore$ s=60cm

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{60(60-20)(60-50)(60-50)} = \sqrt{60*40*10*10} = 200\sqrt{6}\ cm^2$

ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಣ್ಣಗಳಿಂದ ಛತ್ರಿ ಮಾಡಿರುವುದರಿಂದ ಒಂದೇ ಬಣ್ಣದ ತುಂಡು ಬಟ್ಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಐದು ಆಗಿದೆ.

ಪ್ರತೀ ಬಣ್ಣದ ತುಂಡು ಬಟ್ಟೆಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $5*200\sqrt{6}\ cm^2 = 1000\sqrt{6}\ cm^2$

8.2.7. ಕರ್ಣ 32cm ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಹಾಗೂ 8cm ಪಾದವನ್ನು ಮತ್ತು ಪ್ರತೀ ಬಾಹು 6cm ಇರುವ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಗಾಳಿಪಟವು ಮೂರು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಛಾಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಪ್ರತೀ ಛಾಯೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{1}{2}$ (ಕರ್ಣ)^2 $\therefore$ ಗಾಳಿಪಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{1}{2}(32)^2 = 512\ cm^2$

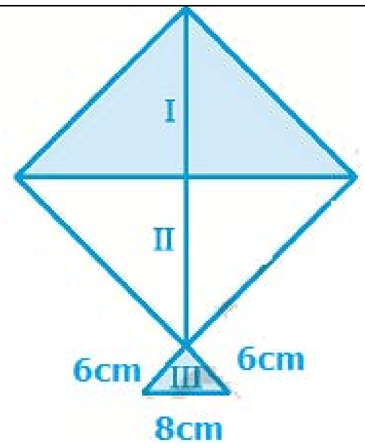
ಆಕೃತಿ I ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಆಕೃತಿ II ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{1}{2}$ ಗಾಳಿಪಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{1}{2} 512\ cm^2 = 256\ cm^2$

ಬಾಲಂಗೋಚಿ ಆಕಾರದ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ a=6cm, b=6cm, c= 8cm ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ 2s= 6+6+8=20cm$\therefore$ s=10cm

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=

$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{10(10-6)(10-6)(10-8)} = \sqrt{10*4*4*2} = 8\sqrt{5} = 8*2.24 = 17.92cm^2$



8.2.8 ನೆಲದ ಮೇಲಿರುವ ಒಂದು ಹೂವಿನ ವಿನ್ಯಾಸವು 16 ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು 9cm, 28cm ಮತ್ತು 35cm ಆಗಿವೆ. ಈ ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳನ್ನು ಪ್ರತೀ cm^2 ಗೆ 50 ಪೈಸೆಯಂತೆ ನುಣುಪು ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ a=35cm, b=9cm, c= 28cm ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ 2s= 35+9+28=72cm

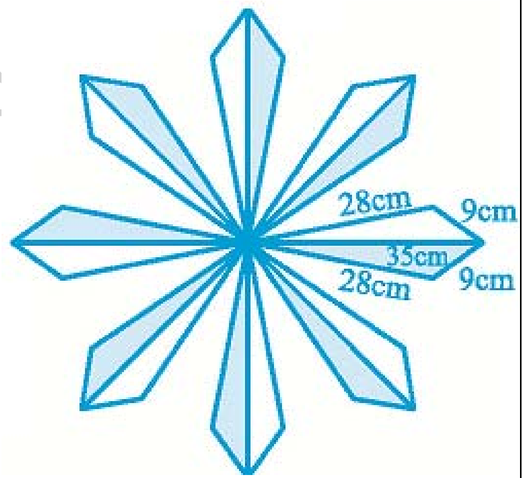
$\therefore$ s=36cm

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ಹಾಸುಗಲ್ಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=

$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{36(36-35)(36-9)(36-28)} = \sqrt{36*1*27*8}$ =36*2.45=88.2cm^2

ಒಂದು ಹಾಸುಗಲ್ಲನ್ನು ನುಣುಪು ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ =0.50*88.2=44.1 ರೂ.

16 ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳನ್ನು ನುಣುಪು ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ =16*44.1 =705.6 ರೂ



8.2.9 ಒಂದು ಜಮೀನು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು 25m ಮತ್ತು 10m. ಅದರ ಇತರ ಬಾಹುಗಳು 14m ಮತ್ತು 13m ಆಗಿವೆ. ಜಮೀನಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅದರ ಎತ್ತರ ಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಹಾಗಾಗಿ AD ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ DC ಮೇಲೆ BE ಮತ್ತು CD $\perp$ BF ಎಳೆಯಿರಿ.

BF ಎತ್ತರವಾಗುತ್ತದೆ. EC=DC-DE=25-10=15m ಆಗಿದೆ.

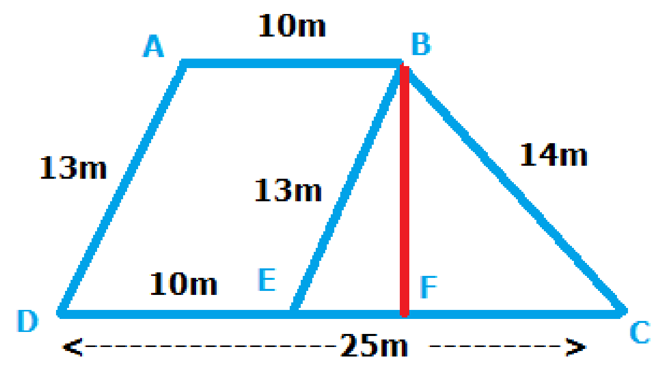
ΔBEC ಯಲ್ಲಿ a=13m, b=15m, c= 14m.

ಆಗ 2s= 13+15+14=42m $\therefore$ s=21m

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ΔBEC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$=\sqrt{21(21-13)(21-15)(21-14)}=\sqrt{21*8*6*7}$ =84 m^2 ---→(1)

ΔBEC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{1}{2}$EC*BF= $\frac{1}{2}$*15*BF -----→(2)

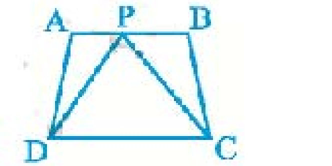
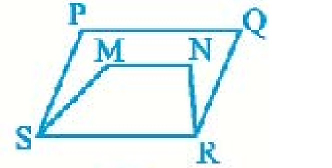
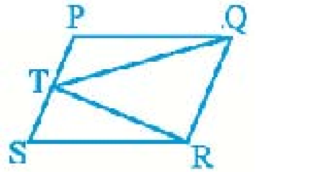
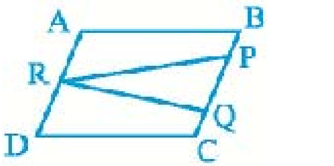
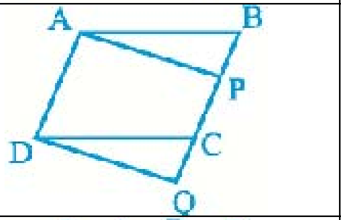
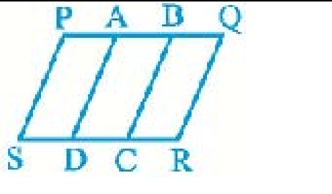


(1) ಮತ್ತು (2) ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ = $\frac{1}{2}$*15*BF =84 $\therefore$ BF= $\frac{168}{15}$=11.2m

ABED ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = DE*BF=10*11.2=112m^2 $\therefore$ ಜಮೀನಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=(ABED+ BEC)=84+112=196 m^2

ಅಭ್ಯಾಸ 11.1

11.1.1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಆಕೃತಿಗಳು ಯಾವುವು? ಅಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯಪಾದ ಮತ್ತು ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ

(i)		CD||AB ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ CDAB & ತ್ರಿಭುಜ CDP ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ CD ಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ CD ಮತ್ತು AB ನಡುವೆ ಇವೆ.. (ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ)
(ii)		SR||PQ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS & ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ MNRS ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ SR ಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೂ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ PQ ಮತ್ತು SR ನಡುವೆ ಇಲ್ಲ.(ಎತ್ತರ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿವೆ)
(iii)		PS||QR ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS & ತ್ರಿಭುಜ QRT ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ QR ಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ PS ಮತ್ತು QR ನಡುವೆ ಇವೆ.. (ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ)
(iv)		AD||BC ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD & ತ್ರಿಭುಜ PQR ಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ AD ಮತ್ತು BC ನಡುವೆ ಇದ್ದರೂ . ಒಂದೇ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ.
(v)		AD||BQ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD & ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ APQD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ AD ಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ AD ಮತ್ತು BQ ನಡುವೆ ಇವೆ. (ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ)
(vi)		PS||AD||BC||QR (i) ಇಲ್ಲಿ PS ಪಾದವಾಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲಿದ್ದರೂ, ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇಲ್ಲ(ಎತ್ತರ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿವೆ). (ii) ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ PQ ಮತ್ತು SR ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ 11.2

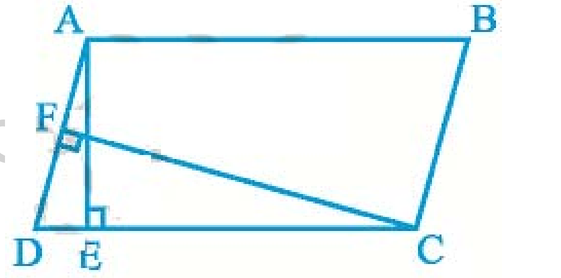
11.2.1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ AE ⊥ DCಮತ್ತು CF ⊥ AD ಆಗಿದೆ. AB =16cm AE =8 cm,CF =10 cm ಆದರೆ AD ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

AB=DC=16cm

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ DCBA ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=ಪಾದ*ಎತ್ತರ = CD*AE=16*8=128 ----(1)

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ADCB ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=ಪಾದ*ಎತ್ತರ = AD*CF= AD*10=10AD ---(2)

(1)=(2) $\Rightarrow$ 10AD=128 $\therefore$ AD=12.8cm



11.2.2. E,F,G ಮತ್ತು H ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ, ವಿ(EFGH) = $\frac{1}{2}$ವಿ(ABCD) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

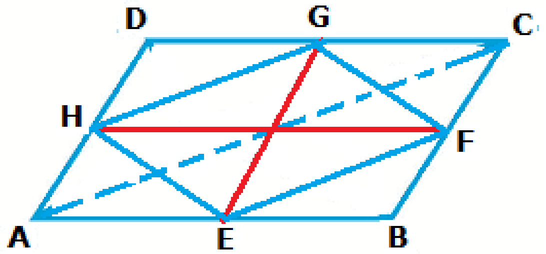
HD=$\frac{1}{2}$AD=$\frac{1}{2}$BC=CF & HD||FC ($\because$ ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ & HD=HA,BF=FC)

$\therefore$ DHFC ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow$ HF||DC

$\therefore$ ವಿ(HFG) = $\frac{1}{2}$ವಿ(HFCD) --------(1)

HA=$\frac{1}{2}$AD=$\frac{1}{2}$BC=BF & HA||FB$\Rightarrow$ AHFB ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow$ HF|AB

$\therefore$ ವಿ(HFE) = $\frac{1}{2}$ವಿ(HFBA) ---------(2)



(1)+(2) $\Rightarrow$ ವಿ(HFG)+ ವಿ(HFE) = $\frac{1}{2}$ವಿ(HFCD)+ $\frac{1}{2}$ವಿ(HFBA) $\Rightarrow$ ವಿ(EFGH) = $\frac{1}{2}$ವಿ(ABCD)

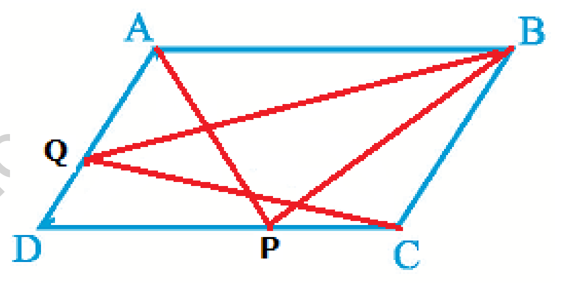
11.2.3. P ಮತ್ತು Q ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಮಾಂತರ ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ DC ಮತ್ತು AB ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು. ವಿ(APB) = ವಿ(BQC) ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD & ತ್ರಿಭುಜ ABP ಒಂದೇ ಪಾದ AB ಯ ಮೇಲಿವೆ

$\therefore$ ವಿ(ABP) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ABCD) --------(1)

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ BCDA & ತ್ರಿಭುಜ BCQ ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲಿವೆ

$\therefore$ ವಿ(BCQ) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(BCDA) --------(2)



(1) ಮತ್ತು (2) ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ವಿ(ABP) = ವಿ(BCQ)

11.2.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ P ಯು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು ಆದರೆ,

(i) ವಿ(APB) + ವಿ(PCD) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ABCD) (ii) ವಿ(APD) + ವಿ(PBC) = ವಿ(APB) + ವಿ(PCD) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

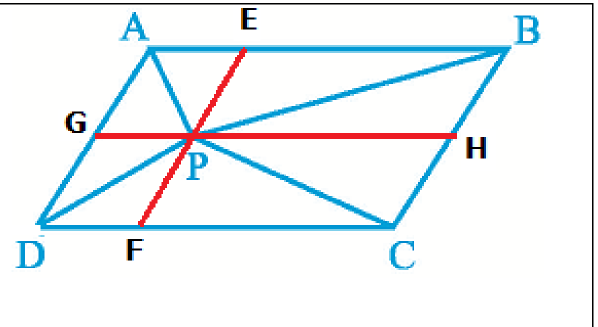
ರಚನೆ: P ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ AD ಮತ್ತು AB ಗೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಆಗ EF||AD & GH||AB

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABHG & ತ್ರಿಭುಜ ABP ಒಂದೇ ಪಾದ AB ಯ ಮೇಲಿವೆ

$\therefore$ ವಿ(ABP) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ABHG) --------(1)

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ DCHG & ತ್ರಿಭುಜ DCP ಒಂದೇ ಪಾದ DC ಯ ಮೇಲಿವೆ

$\therefore$ ವಿ(DCP) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(DCHG) --------(2)



(1)+(2) $\Rightarrow$ ವಿ(ABP)+ವಿ(DCP) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ABHG)+$\frac{1}{2}$ ವಿ(DCHG)=$\frac{1}{2}$ ವಿ(ABCD) -----------(3)

ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿದ ಹಂತಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವುದರಿಂದ ವಿ(ADP) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ADFE) & ವಿ(BCP) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(BCFE) ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಆಗ ವಿ(ADP)+ ವಿ(BCP) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ADFE)+$\frac{1}{2}$ ವಿ(BCFE) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ABCD) ----------(4)

(3) ಮತ್ತು (4) ರ RHS ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ವಿ(ABP)+ವಿ(DCP)=ವಿ(ADP)+ ವಿ(BCP)

11.2.5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PQRS ಮತ್ತು ABRS ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು. X ಎಂಬುವುದು BR ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದು ಆದರೆ,

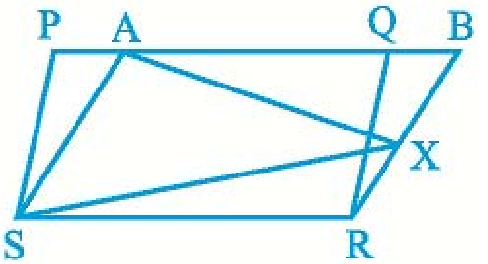
(i) ವಿ(PQRS) = ವಿ(ABRS)ಗಳು

(ii) ವಿ(AXS) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(PQRS) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ SRQP ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ SRBA ವಿಸ್ತೀರ್ಣ --------(1)

(∵ ಒಂದೇ ಪಾದ SR & SR||PAQB)

ವಿ(ASX) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ASRB) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(PSRQ) [(1) ರಿಂದ]



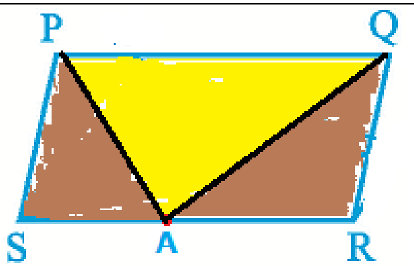
11.2.6. ಕೃಷಿಕಳೊಬ್ಬಳ ಹೊಲವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಆಕೆಯು RS ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಅದನ್ನು P ಮತ್ತು Q ಶೃಂಗಗಳಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದಳು. ಹೊಲವು ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಣೆಯಾಯಿತು? ಈ ಭಾಗಗಳ ಆಕಾರ ಯಾವುದು? ಆ ಕೃಷಿಕಳು ಸಮನಾದ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಗೋಧಿ ಮತ್ತು ಕಾಳುಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಬಿತ್ತಲು ಇಚ್ಛಿಸಿದರೆ ಅದನ್ನು ಆಕೆಯು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದು?

ಹೊಲವು ಮೂರು ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿಯ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಣೆಯಾಯಿತು

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ವಿ(ASP)+ವಿ(ARQ)+ವಿ(PQA) --------(1)

ವಿ(PQA) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(PQRS) ---------(2) ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

ವಿ(ASP) +ವಿ(ARQ) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(PQRS) =ವಿ(PQA)



ತ್ರಿಭುಜ ASP ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ ARQ ಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬೆಳೆ ಬೆಳೆದರೆ, ತ್ರಿಭುಜ PQA ನಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಬೆಳೆಯಬಹುದು. ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಿಸಲೂ ಬಹುದು

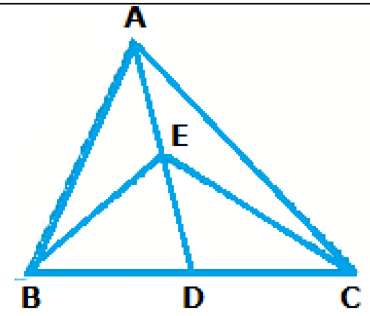
ಅಭ್ಯಾಸ 11.3

11.3.1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ Δ ABC ಯ AD ಮಧ್ಯರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು E ಆದರೆ ವಿ(ABE) = ವಿ(ACE) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

Δ ABC ಯಲ್ಲಿ DB= DC ⇒ ವಿ(ADB) = ವಿ(ADC) -----(1)

Δ EBC ಯಲ್ಲಿ DB= DC ⇒ ವಿ(EDB) = ವಿ(EDC) -----(2)

ಸ.(1)-(2) ⇒ ವಿ(ADB)- ವಿ(EDB) = ವಿ(ADC) - ವಿ(EDC) ⇒ ವಿ(AEB) = ವಿ(AEC)

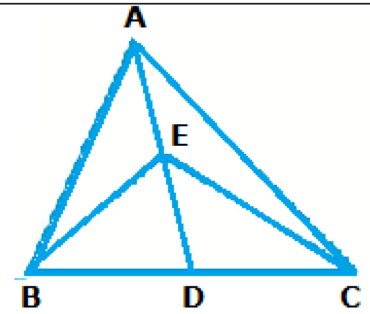


11.3.2. Δ ABC ಯಲ್ಲಿ AD ಮಧ್ಯರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು E ಆದರೆ ವಿ(BED) = $\frac{1}{4}$ವಿ(ABC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

Δ ABD ಯಲ್ಲಿ ED = EA ⇒ ವಿ(BED) = ವಿ(BEA) ⇒ ವಿ(BED) = $\frac{1}{2}$ವಿ(ADB)-----(1)

Δ ABC ಯಲ್ಲಿ DB= DC ⇒ ವಿ(ADB) = ವಿ(ADC) ⇒ ವಿ(ADB) = $\frac{1}{2}$ವಿ(ABC)-----(2)

ಸ.(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ ⇒ ವಿ(BED)=$\frac{1}{2}*\frac{1}{2}$ವಿ(ABC) =$\frac{1}{4}$ವಿ(ABC)



11.3.3. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಅದನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

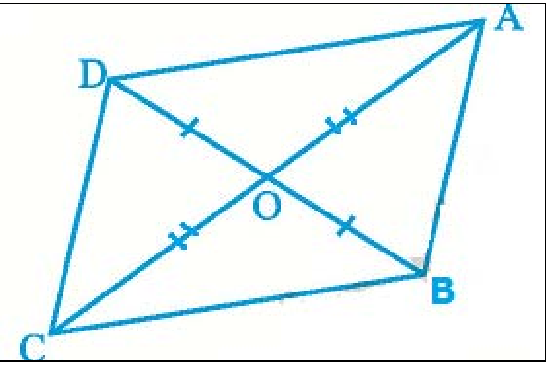
Δ CAD ಯಲ್ಲಿ OC=OA ⇒ ವಿ(OCD) = ವಿ(OAD) -----(1)

Δ CAB ಯಲ್ಲಿ OC=OA ⇒ ವಿ(OCB) = ವಿ(OAB) -----(2)

Δ CDB ಯಲ್ಲಿ OD=OB ⇒ ವಿ(OCD) = ವಿ(OCB) -----(3)

Δ ADB ಯಲ್ಲಿ OD=OB ⇒ ವಿ(OAB)= ವಿ(OAD) -------(4)

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ ವಿ(OCD) = ವಿ(OAD)= ವಿ(OAB)= ವಿ(OCB)



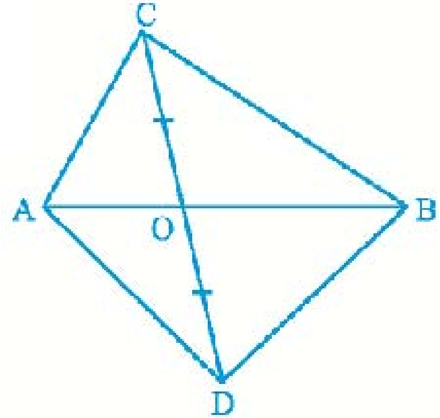
11.3.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ Δ ABC ಮತ್ತು Δ ABD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ AB ಯ ಮೇಲಿವೆ. CD ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು AB ಯು O ನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸಿದರೆ ವಿ(ABC) = ವಿ(ABD) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

Δ CBD ಯಲ್ಲಿ OC=OD ⇒ ವಿ(OBC) = ವಿ(OBD) -----(1)

Δ CAD ಯಲ್ಲಿ OC=OD ⇒ ವಿ(OAC) = ವಿ(OAD) -----(2)

(1) +(2) ⇒ ವಿ(OBC) + ವಿ(OAC)= ವಿ(OBD)+ ವಿ(OAD)

⇒ ವಿ(ABC) = ವಿ(ABD)



11.3.5. D,E ಮತ್ತು F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ Δ ABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ BC, CAC ಮತ್ತು AB ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ,

(i) BDEF ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

(ii) ವಿ(DEF) $= \frac{1}{4}$ ವಿ(ABC)

(iii) ವಿ(BDEF) $= \frac{1}{2}$ ವಿ(ABC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

BF=AF & AE=EC, ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ EF||BD & EF=$\frac{1}{2}$BC ---(1)

BD=DC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ EF=BD -----(2)

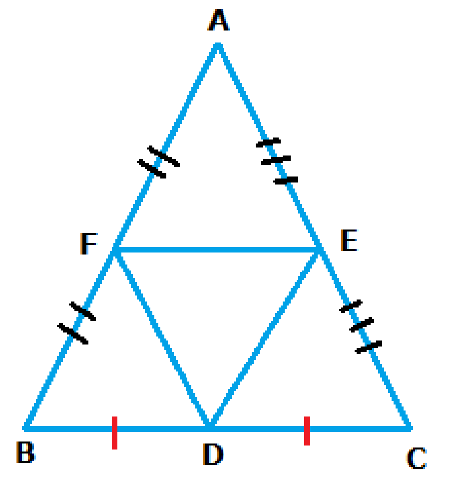
(1)ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ BDEF ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. ∴ ವಿ(FBD)=ವಿ(DEF)

ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿದಂತೆ CDFE ಮತ್ತು AFDE ಗಳು ಕೂಡ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

∴ ವಿ(DCE)=ವಿ(DEF) & ವಿ(AFE)=ವಿ(DEF) ಅಂದರೆ ಈ ನಾಲ್ಕೂ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮ

∴ ವಿ(DEF)=$\frac{1}{4}$ವಿ(ABC)

ವಿ(BDEF) =2*ವಿ(DEF)= 2*$\frac{1}{4}$ವಿ(ABC)=$\frac{1}{2}$ವಿ(ABC)



11.3.6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು OB = OD ಆಗುವಂತೆ O ನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. AB = CD ಆದರೆ

(i) ವಿ (DOC) = ವಿ (AOB)

(ii) ವಿ (DCB) = ವಿ (ACB)

(iii) DA || CB ಅಥವಾ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

[ಸುಳುಹು D ಮತ್ತು B ಗಳಿಂದ AC ಗೆ ಲಂಬಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ]

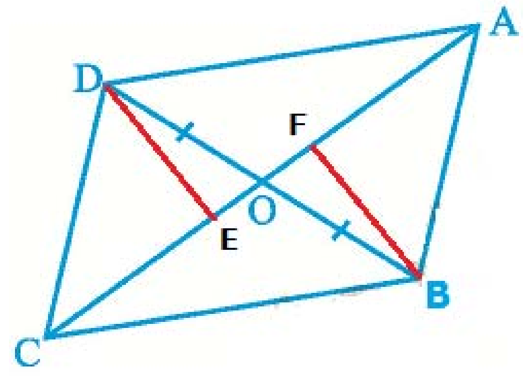
Δ ADB ಯಲ್ಲಿ OD=OB ⇒ ವಿ(AOB)=ವಿ(AOD) -----(1)

Δ CDB ಯಲ್ಲಿ OD=OB ⇒ ವಿ(BOC)=ವಿ(DOC) -----(2)

(1) +(2) ⇒ ವಿ(AOB) + ವಿ(BOC)= ವಿ(AOD)+ ವಿ(DOC)⇒ವಿ(ABC) = ವಿ(ADC)

ABC ಮತ್ತು ADC ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪಾದ AC ಒಂದೇ ಅಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ ಅಂದರೆ DE=BF,

DE=CF , AB=CD ಮತ್ತು DEC & BFA ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಬಾ.ಬಾ.ಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ ಅವುಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳು. ಹಾಗಾಗಿ ∠DCE=∠BAC.



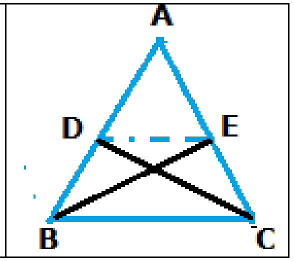
ಇವುಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ CD||AB. ಒಂದು ಜೊತೆ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ABCD ಯು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. ⇒OC=OA.

Δ DOC ಮತ್ತು Δ AOB ಗಳಲ್ಲಿ OC=OA & DE=BF ⇒ವಿ(DOC) = ವಿ(AOB)

Δ DCB ಮತ್ತು Δ ACB ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪಾದ CB ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ (DCB) = ವಿ (ACB)

11.3.7. Δ ABC ಯ AB ಮತ್ತು AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ D ಮತ್ತು E ಆಗಿವೆ. ವಿ(DBC) = ವಿ(EBC) ಆದರೆ DE || BC ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

Δ DBC ಮತ್ತು Δ EBC ಗಳ ಪಾದ BC ಒಂದೇ ಅಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ.
ಅಂದರೆ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳು BC ರೇಖೆಯಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿವೆ. ಹೀಗಾಗಿ DE||BC



11.3.8. XY ಯು Δ ABC ಯ BC ಬಾಹುಗೆ ಸಮಾಂತರ ವಾಗಿರುವ ಒಂದು ರೇಖೆಯಾಗಿದೆ. BE || AC ಮತ್ತು CF || AB ಗಳು XY ಯನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ E ಮತ್ತು F ಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದರೆ ವಿ(ABE) = ವಿ(ACF) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

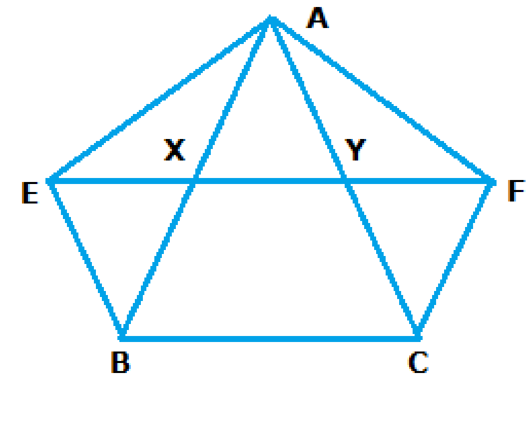
XY(=EXYF)||BC,BE||AC(=AYC) $\Rightarrow$ EBCY ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

XY(=EXYF)||BC,CF||AB(=BXA) $\Rightarrow$ BCFX ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

ಇವುಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಮತ್ತು ಸಮನಾದ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ವಿ(EBCY)=ವಿ(BCFX) ----(1)

Δ EBA ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ EBCY ಗಳ ಪಾದ EB ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(EBA)=$\frac{1}{2}$ವಿ(EBCY) -------(2)

Δ CFA ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ CFXB ಗಳ ಪಾದ CF ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(CFA)=$\frac{1}{2}$ವಿ(CFXB) -------(3)



(2),(3) & (1) ರಿಂದ ವಿ(EBA)=ವಿ(CFA)

11.3.9. ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ AB ಬಾಹುವನ್ನು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದು P ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಲಾಗಿದೆ. A ಮೂಲಕ CP ಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರವಾದ ಸರಳರೇಖೆಯು CB ಯಿಂದ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ರೇಖೆಯನ್ನು Q ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದೆ. ವಿ (ABCD) = ವಿ (PBQR) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.[ಸುಳುಹು : AC ಮತ್ತು PQ ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಆಗ ವಿ (ACQ) ಮತ್ತು ವಿ (APQ) ಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ]

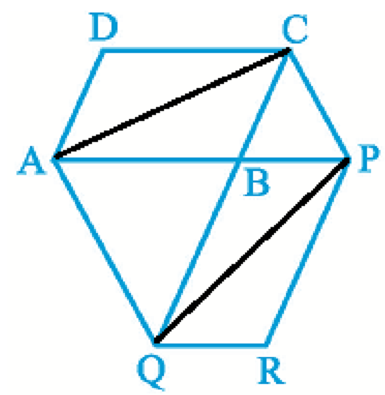
AQ||PC & Δ AQC ಮತ್ತು Δ AQP ಗಳ ಪಾದ AQ ಒಂದೇ ಅಗಿ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ. ವಿ(AQC) = ವಿ(AQP)

∴ ವಿ(AQC)- ವಿ(ABQ) = ವಿ(AQP)- ವಿ(ABQ) ⇒ ವಿ(ABC)= ವಿ(PBQ) -------(1)

ವಿ(ABC)= $\frac{1}{2}$ ವಿ(ABCD)---------(2) (∵ ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, AC ಕರ್ಣ)

ವಿ(PBQ) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(PBQR) ------(3) (∵ PBQR ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQ ಕರ್ಣ)

(1),(2) & (3) ರಿಂದ ವಿ (ABCD) = ವಿ (PBQR)

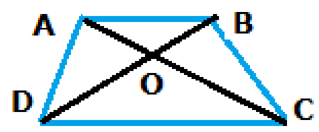


11.3.10. ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ AB || DC. AC ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. ವಿ(AOD) = ವಿ(BOC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

Δ ADC ಮತ್ತು Δ BDC ಗಳ ಪಾದ DC ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ

ವಿ(ADC) = ವಿ(BDC)

∴ ವಿ(ADC)- ವಿ(DOC) = ವಿ(BDC)- ವಿ(DOC) ⇒ ವಿ(AOD) = ವಿ(BOC)



11.3.11. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCDE ಒಂದು ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿ B ನಿಂದ AC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು DC ಯ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ಭಾಗವನ್ನು F ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದೆ

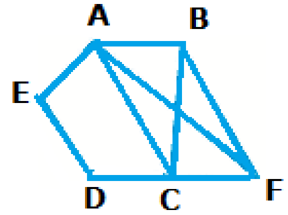
(i) ವಿ (ACB) = ವಿ(ACF)

(ii) ವಿ(AEDF) = ವಿ(ABCDE) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

BF||AC
Δ ACB ಮತ್ತು Δ ACF ಗಳ ಪಾದ AC ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ

ವಿ(ACB) = ವಿ(ACF)

∴ ವಿ(ACB)+ ವಿ(AEDC) = ವಿ(ACF)+ವಿ(AEDC) ⇒ ವಿ(ABCDE) = ವಿ(AEDF)



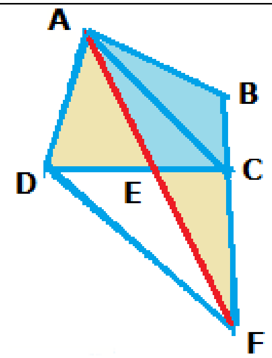
11.3.12. ಹಳ್ಳಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಇತ್‌ವಾರಿ ಎಂಬುವರಿಗೆ ಸೇರಿದ ಜಮೀನು ಚತುರ್ಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಆ ಊರಿನ ಗ್ರಾಮ ಪಂಚಾಯಿತಿಯು ಒಂದು ಆರೋಗ್ಯ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಕಟ್ಟಲು ಇತ್‌ವಾರಿಯವರ ಜಮೀನಿನ ಮೂಲೆಯೊಂದರ ಸ್ವಲ್ಪ ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿತು. ಇತ್‌ವಾರಿಯು ತನ್ನ ಜಮೀನಿನ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಅಷ್ಟೇ ದೊಡ್ಡದಾದ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು ಅವರ ಜಮೀನಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರ ರಚನೆಯಾಗುವಂತಿರುವ ಜಾಗವನ್ನು ಕೊಡಬೇಕೆಂಬ ಶರ್ತಿನ ಮೇರೆಗೆ ಒಪ್ಪಿಕೊಂಡರು. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಒಪ್ಪಂದವನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಾಕಾರಗೊಳಿಸಬಹುದೆಂಬುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

ಜಮೀನು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿ, ಚೌಕಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಆಕಾರದಲ್ಲಿಯೂ ಇರಬಹುದು. ಆಗ ದೊರೆಯುವ ಪರಿಹಾರಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ಬೇರೆ ತೆರನಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ.ಆದುದರಿಂದ ಅದು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸುವ. ಅವರ ಈಗಿನ ಜಮೀನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ABCD ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇರಲಿ. ಅವರು ಬದಲಿಸಿಕೊಂಡ ನಂತರ ABF ನಂತೆ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಇರಲಿ.

AC ಎಳೆಯಿರಿ. AC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ D ಯಿಂದ ಎಳೆದ ರೇಖೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದ BC ಯನ್ನು F ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಲಿ.

Δ ADF ಮತ್ತು Δ CDF ಗಳ ಪಾದ DF ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ

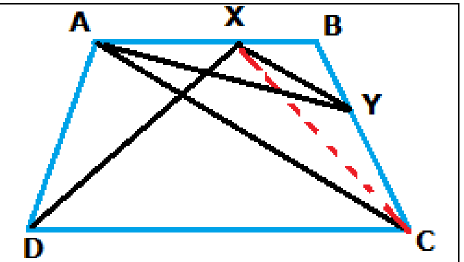
ವಿ(ADF)=ವಿ(CDF) ∴ ವಿ(ADF) - ವಿ(DEF) = ವಿ(CDF)- ವಿ(DEF) ⇒ ವಿ(ADE) = ವಿ(CEF)



ಅಂದರೆ ಅವರು ತ್ರಿಭುಜ ADE ಜಾಗ ಬಿಟ್ಟುಕೊಟ್ಟು ಅದರ ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜ CEF ಜಾಗ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಆಗ ಅವರ ಜಮೀನು ಉಳಿಸಿಕೊಂಡ ಜಾಗ ABCE ಸೇರಿ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ABF ಆಗುತ್ತದೆ

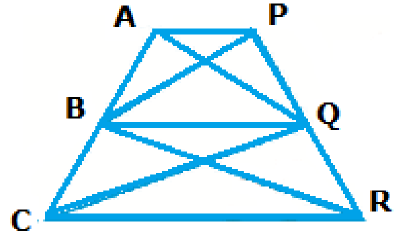
11.3.13. ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ AB || DC. AC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖಾಖಂಡವು AB ಯನ್ನು X ನಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ BC ಯನ್ನು Y ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಆದರೆ ವಿ(ADX) = ವಿ(ACY) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.[ಸುಳುಹು CX ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ]

AB||CD
Δ AXD ಮತ್ತು Δ AXC ಗಳ ಪಾದ AX ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ
ವಿ(AXD)=ವಿ(AXC) ------(1)
Δ ACX ಮತ್ತು Δ ACY ಗಳ ಪಾದ AC ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ
ವಿ(ACX)=ವಿ(ACY) ------(2)
(1) & (2) ರಿಂದ ವಿ(ADX)=ವಿ(ACY)



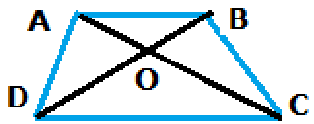
11.3.14. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AP||BQ||CR ಅದರೆ ವಿ(AQC) = ವಿ(PBR) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

AP||BQ, Δ BQA ಮತ್ತು Δ BQP ಗಳ ಪಾದ BQ ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(BQA)=ವಿ(BQP) ------(1)
BQ||CR, Δ BQC ಮತ್ತು Δ BQR ಗಳ ಪಾದ BQ ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(BQC)=ವಿ(BQR) ------(2)
(1) + (2) ⇒ ವಿ(BQA)+ ವಿ(BQC)= ವಿ(BQP)+ ವಿ(BQR) ⇒ ವಿ(AQC) = ವಿ(PBR)

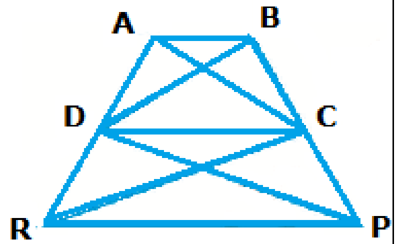


11.3.15. Δ AOD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು Δ BOC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. ABCD ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ವಿ(AOD) = ವಿ(BOC) ∴ ವಿ(AOD)+ ವಿ(AOB) = ವಿ(BOC)+ ವಿ(AOB)
⇒ ವಿ(ABD) = ವಿ(ABC)
Δ ABD ಮತ್ತು Δ ABC ಗಳ ಪಾದ AB ಒಂದೇ ಅಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ. ಅಂದರೆ AB ಯು BC ರೇಖೆಯಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ AB ||BC ⇒ABCD ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ



11.3.16. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ವಿ(DRC) = ವಿ(DPC) ಮತ್ತು ವಿ(BDP) = ವಿ(ARC) ಆದರೆ ABCD ಮತ್ತು DCPR ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

<table>
<tr>
<td>ವಿ(DCR)=ವಿ(DCP) ⇒ Δ DCR ಮತ್ತು Δ DCP ಗಳ ಪಾದ DC ಒಂದೇ ಅಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ. ಅಂದರೆ DC ರೇಖೆಯು RP ರೇಖೆಯಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿವೆ.
ಹೀಗಾಗಿ DC||RP ⇒ DCPR ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ
ವಿ(BDP)=ವಿ(ARC) ⇒ ವಿ(BDP)- ವಿ(DPC)=ವಿ(ARC)- ವಿ(DPC)= ವಿ(ARC)- ವಿ(DRC)
∴ ವಿ(DCB)=ವಿ(DCA)
Δ DCB ಮತ್ತು Δ DCA ಗಳ ಪಾದ DC ಒಂದೇ ಅಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ. ಅಂದರೆ DC ರೇಖೆಯು AB ರೇಖೆಯಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿವೆ. ಹೀಗಾಗಿ DC||AB ⇒ ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ</td>
<td></td>
</tr>
</table>

ಅಭ್ಯಾಸ 11.4

11.4.1. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಮತ್ತು ABEF ಆಯತಗಳು AB ಪಾದದ ಮೇಲಿದ್ದು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ. ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

CD=AB (ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD) & AB=AE=EF=FB(ABEF ಆಯತ)

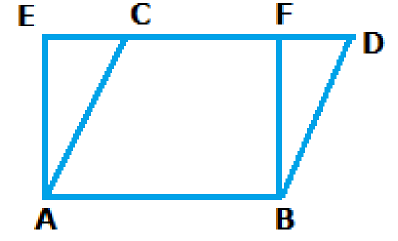
ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಎಲ್ಲಾ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬವೇ ಚಿಕ್ಕ ರೇಖೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ AC>AE

ಎರಡೂ ಕಡೆ AB ಸೇರಿಸಿದಾಗ AB+AC>AB+AE ----(1)

ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಎಲ್ಲಾ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬವೇ ಚಿಕ್ಕ ರೇಖೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ BD>BF

ಎರಡೂ ಕಡೆ CD ಸೇರಿಸಿದಾಗ CD+BD>CD+BF=EF+BF ----(2) ($\because$ ಇಲ್ಲಿ CD=AB=EF)

(1)+(2) $\Rightarrow$ AB+AC+CD+BD >(AB+AE)+(EF+BF)



11.4.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ BD=DE=EC ಆಗುವಂತೆ BC ಯ ಮೇಲೆ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳಿವೆ. ಆದರೆ ವಿ(ABD)=ವಿ(ADE) = ವಿ(AEC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಪೀಠಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕೇಳಲಾದ, ಬುಧಿಯಾ ತನ್ನ ಜಮೀನನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಮೂರು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿರುವಳೇ? ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಈಗ ನೀವು ಉತ್ತರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

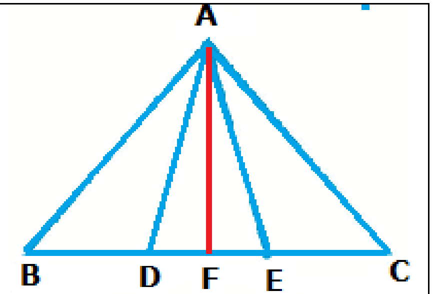
[ಗಮನಿಸಿ : BD=DE=EC ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ Δ ABC ಯು ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ Δ ABD, Δ ADE ಮತ್ತು ΔAEC ಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ BC ಯನ್ನು n ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ Δ ABC ಯು ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ n ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ]

ರಚನೆ : A ಯಿಂದ BC ಗೆ AF ಲಂಬ ಎಳೆಯಿರಿ.

ವಿ(ABD)= $\frac{1}{2}$ BD*AF ; ವಿ(ADE)= $\frac{1}{2}$ DE*AF; ವಿ(AEC)= $\frac{1}{2}$ EC*AF

BD=DE=EC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ವಿ(ABD)= ವಿ(ADE)= ವಿ(AEC)

BC ಯನ್ನು 3 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದಾಗ 3 ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ದೊರೆತವು.



ಅದೇ ರೀತಿ BC ಯನ್ನು n ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದಾಗ n ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.

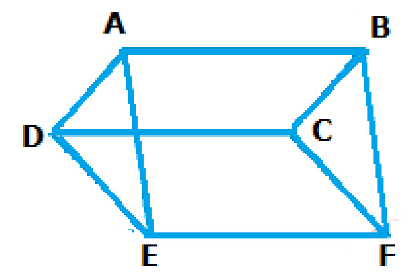
11.4.3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD, DCFE ಮತ್ತು ABEF ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಆದರೆ ವಿ (ADE) = ವಿ (BCF) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow$ AD=BC

DCFE ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow$ DE=CF

ABFE ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow$ AE=BF

ADE & BCF ತ್ರಿಬುಜಗಳ ಮೂರೂ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳು. ಹಾಗಾಗಿ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮ.



11.4.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. AD=CQ ಆಗುವಂತೆ BC ಯನ್ನು Q ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. AQ ರೇಖಾಖಂಡವು DC ಯನ್ನು P ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ ವಿ (BPC) = ವಿ(DPQ) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ(ಸುಳುಹು : AC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ)

ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ AB||CPD

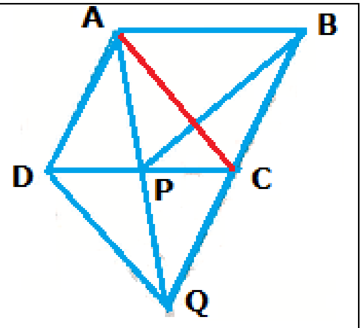
Δ BPC ಮತ್ತು Δ APC ಗಳ ಪಾದ PC ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ

ವಿ(BPC)= ವಿ(APC) ----(1)

AD=CQ & AD||BCQ $\Rightarrow$ ADQC ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ∴ DP=CP $\Rightarrow$ ವಿ(APC) = ವಿ(APD) ----(2)

ADQC ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ∴ AP=PQ $\Rightarrow$ ವಿ(APD) = ವಿ(DPQ) ----(3)

(1) , (2) & (3) ರಿಂದ ವಿ (BPC) = ವಿ(DPQ)



11.4.5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABC ಮತ್ತು BDE ಗಳು ಎರಡು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು. D ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆಗಿದೆ. AE ಯು BC ಯನ್ನು F ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ,(i) ವಿ(BDE) $=\frac{1}{4}$ವಿ(ABC) (ii) ವಿ(BDE)$=\frac{1}{2}$ವಿ(BAE) (iii) ವಿ(ABC)=2ವಿ(BEC) (iv) ವಿ(BFE)=ವಿ(AFD)
(v) ವಿ(BFE) = 2ವಿ(FED) (vi) ವಿ(FED) $=\frac{1}{8}$ವಿ(AFC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

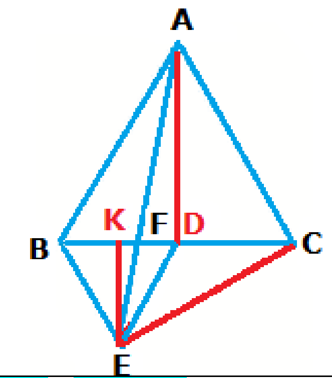
BD=$\left(\frac{BC}{2}\right)$; BDE & ABC ಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ; ಸೂತ್ರದಂತೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

ವಿ(BDE) $=\frac{\sqrt{3}}{4}BD^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{BC}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\left[\frac{\sqrt{3}}{4}BC^2\right]=\frac{1}{4}$ವಿ(ABC) ------(1)

Δ BEC ನಲ್ಲಿ BD=DC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ವಿ(BDE) $=\frac{1}{2}$ವಿ(BEC) ------(2)

Δ ABC & Δ BED ಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಒಳಗಿನ ಪ್ರತೀ ಕೋನವು 60^{O}

$\therefore \angle EBD=\angle BCA$. & $\angle ABC=\angle BDE$ ಇವು ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ BE||AC & AB||DE



Δ BEA ಮತ್ತು Δ BEC ಗಳ ಪಾದ BE ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(BEA)=ವಿ(BEC) ----(3)

(2) & (3) ರಿಂದ ವಿ(BDE)= $\frac{1}{2}$ವಿ(BEA) ; (1)=(2) ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\frac{1}{4}$ವಿ(ABC)= $\frac{1}{2}$ವಿ(BEC) $\Rightarrow$ ವಿ(ABC) = 2 ವಿ(BEC)

Δ BDE ಮತ್ತು Δ ADE ಗಳ ಪಾದ DE ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(BDE)= ವಿ(AED)

ಎರಡೂ ಕಡೆ ವಿ(FED) ಕಳೆದಾಗ ವಿ(BDE) - ವಿ(FED) =ವಿ(AED)- ವಿ(FED) $\Rightarrow$ ವಿ(BFE) =ವಿ(AFD) ----(4)

Δ ABC & Δ BED ಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಲಂಬ AD=$\frac{\sqrt{3}}{2}$*ಬಾಹು=$\frac{\sqrt{3}}{2}$*BC & ಲಂಬ EK=$\frac{\sqrt{3}}{2}$*BD

(4) ರಿಂದ ವಿ(BFE)=ವಿ(AFD)=$\frac{1}{2}$*FD*AD=$\frac{1}{2}$*FD*$\frac{\sqrt{3}}{2}$*BC =$\frac{1}{2}$*FD*$\frac{\sqrt{3}}{2}$2*BD =2{$\frac{1}{2}$*FD*$\frac{\sqrt{3}}{2}$BD}=2{$\frac{1}{2}$*FD*EK}=2ವಿ(FED)

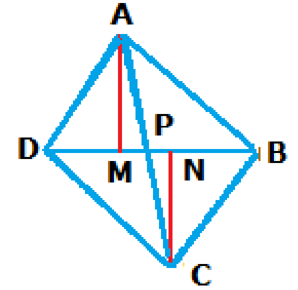
ವಿ(AFC)= ವಿ(AFD)+ ವಿ(ADC)= ವಿ(AFD)+$\frac{1}{2}$ವಿ(ABC)= ವಿ(AFD)+$\frac{1}{2}${4ವಿ(BDE)}= ವಿ(AFD)+2ವಿ(BDE)}

= ವಿ(AFD)+2ವಿ(AED)}= ವಿ(AFD)+2{ವಿ(AFD)+ವಿ(FED)}= 3ವಿ(AFD) +2ವಿ(FED)=3*2ವಿ(FED) +2ವಿ(FED)=8ವಿ(FED)

11.4.6. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ P ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. ವಿ(APB)*ವಿ(CPD)=ವಿ(APD)*ವಿ(BPC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.[ಸುಳುಹು : A ಮತ್ತು C ಗಳಿಂದ ಕ್ರಮವಾಗಿ BD ಗೆ ಲಂಬಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.]

ರಚನೆ :ಶೃಂಗ A ಮತ್ತು C ಗಳಿಂದ BD ಗೆ ಲಂಬ AM ಮತ್ತು CN ಎಳೆಯಿರಿ.

ವಿ(APB)*ವಿ(CPD)= $\frac{1}{2}$(PB*AM)* $\frac{1}{2}$(DP*CN)= $\frac{1}{2}$(DP*AM)* $\frac{1}{2}$(PB*CN)= ವಿ(APD)*ವಿ(BPC)



11.4.8. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABC ಯು A ಯಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ಹೊಂದಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ. BCED, ACFG ಮತ್ತು ABMN ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ BC,CA,AB ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿರುವ ವರ್ಗಗಳಾಗಿವೆ. ರೇಖಾಖಂಡ AX ⊥ DE ಯು BC ಯನ್ನು Y ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದೆ.

(i) Δ MBC ≅ Δ ABD (ii) ವಿ(BYXD)=2ವಿ(MBC)(iii) ವಿ(BYXD) =ವಿ (ABMN)

(iv) Δ FCB ≅ Δ ACE (v) ವಿ(CYXE)=2ವಿ(FCB) (vi) ವಿ(CYXE) = ವಿ(ACFG)

(vii) ವಿ(BCED) = ವಿ (ABMN) + ವಿ (ACFG) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ΔMBC & ΔABD ಗಳಲ್ಲಿ

∠MBC=∠MBA+∠ABC=90^{O}+∠ABC=∠DBC+∠ABC=∠DBA

ಮತ್ತು MB=BA,BC=BD ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ

Δ MBC ≅ Δ ABD ⇒ ವಿ(MBC)=ವಿ(ABD)=ವಿ(ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABDX)- ವಿ(ADX)

$=\frac{1}{2}$(BD+AX)BY-$\frac{1}{2}$DX*AX=$\frac{1}{2}${BD*BY+AX*BY-AX*DX)}

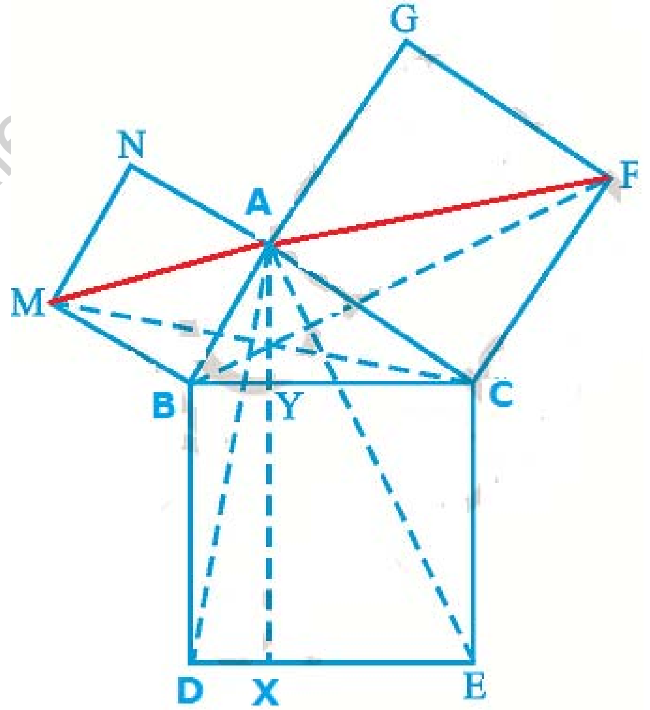
$=\frac{1}{2}${BD*BY+AX*(BY-DX)} $=\frac{1}{2}${BD*BY+AX*0}=$\frac{1}{2}$(BD*BY)

$=\frac{1}{2}$ವಿ(ಆಯತ BYXD) ∴ ವಿ(ಆಯತ BYXD)=2ವಿ(MBC) -----(1)

Δ MBA ಮತ್ತು Δ MBC ಗಳ ಪಾದ MB ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(MBC)= ವಿ(MBA) -----(2)

(1) & (2) ರಿಂದ ವಿ(ಆಯತ BYXD)=2ವಿ(MBA) = ವಿ(ವರ್ಗ ABMN)

ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿದ ಹಂತಗಳನ್ನು ΔFCB & ΔACE ಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಸರಿಸಿ Δ FCB ≅ Δ ACE ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ



ಹಾಗೆಯೇ ವಿ(CYXE)=2ವಿ(FCB) & ವಿ(ಆಯತ CYXE) = ವಿ(ವರ್ಗ ACFG) ಎಂದು ತೋರಿಸಬಹುದು

∴ ವಿ(ಆಯತ BYXD) + ವಿ(ಆಯತ CYXE)= ವಿ(ವರ್ಗ ABMN)+ ವಿ(ವರ್ಗ ACFG)